Ejercicios para entrenarse

① *Calcula las siguientes expresiones:*

a) $2^2 - 4^2 : 8 + 3^0 = 4 - 16 : 8 + 1 = 4 - 2 + 1 = \mathbf{3}$.

b) $2 \cdot 3^2 - 5^2 : 5 + 5^3 = 2 \cdot 9 - 25 : 5 + 125 = 18 - 5 + 125 = \mathbf{138}$.

c) $3^{-1} \cdot 3 - 3^0 + 1 - 25^1 = 1 - 1 + 1 - 25 = \mathbf{-24}$.

d) $3^2 : 2 - 1 - 3^2 : 2^{-1} = \frac{9}{2} - 1 - 18 = \frac{9}{2} - 19 = \mathbf{-37/2}$.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

② *Calcula las siguientes expresiones:*

a) $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = \mathbf{x^7}$ → $x^3 : x^4 = x^{3-4} = x^{-1} = \mathbf{1/x}$.

b) $(-x)^2 \cdot x^3 = x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = \mathbf{x^5}$ → $(-x)^3 : x^5 = -x^3 : x^5 = -x^{3-5} = \mathbf{-x^{-2}} = \mathbf{-1/x^2}$.

c) $(-x)^5 \cdot (-x)^6 = -x^5 \cdot x^6 = -x^{5+6} = \mathbf{-x^{11}}$ → $(-x)^3 : (-x)^5 = (-x^3) : (-x^5) = x^3 : x^5 = x^{3-5} = x^{-2} = \mathbf{1/x^2}$.

d) $x^5 : x^{-5} = x^{5-(-5)} = x^{5+5} = \mathbf{x^{10}}$ → $x^{-3} : x^{-6} = x^{-3-(-6)} = x^{-3+6} = \mathbf{x^3}$.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

④ *Determina entre qué números enteros se encuentra la raíz cuadrada positiva de:*

a)

- Como $4^2 = 16 < 17 < 5^2 = 25$, $4 < \sqrt{17} < 5$, la raíz de 17 se encuentra entre 4 y 5.
- Como $7^2 = 49 < 50 < 8^2 = 64$, $7 < \sqrt{50} < 8$.
- Como $10^2 = 100 < 105 < 11^2 = 121$, $10 < \sqrt{105} < 11$.
- Como $20^2 = 400 < 420 < 21^2 = 441$, $20 < \sqrt{420} < 21$.

b)

- Como $55^2 = 3\,025$ $\sqrt{3025} = 55$.
- Como $98^2 = 9\,604$ $\sqrt{9604} = 98$.
- Como $4^2 = 16 < 23{,}4 < 5^2 = 25$, $4 < \sqrt{23{,}4} < 5$.
- Como $9^2 = 81 < 97{,}8 < 10^2 = 100$, $9 < \sqrt{97{,}8} < 10$.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

⑤ *Determina entre qué números se encuentra la raíz cúbica de:*

a)

☞ Como $2^3 = 8 < 17 < 3^3 = 27 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{17} < 3$.
☞ Como $3^3 = 27 < 50 < 4^3 = 64 \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{50} < 4$.
☞ Como $4^3 = 64 < 105 < 5^3 = 125 \Rightarrow 4 < \sqrt[3]{105} < 5$
☞ Como $7^3 = 343 < 420 < 8^3 = 512 \Rightarrow 7 < \sqrt[3]{420} < 8$.

b)

☞ Como $14^3 = 2\,744 < 3\,025 < 15^3 = 3\,375 \Rightarrow 14 < \sqrt[3]{3025} < 15$.
☞ Como $21^3 = 9\,261 < 9\,604 < 22^3 = 10\,648 \Rightarrow 21 < \sqrt[3]{9604} < 22$.
☞ Como $2^3 = 8 < 23{,}4 < 3^3 = 27 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{23{,}4} < 3$.
☞ Como $4^3 = 64 < 97{,}8 < 5^3 = 125 \Rightarrow 4 < \sqrt[3]{17} < 5$.

⑥ *Di si los siguientes números son iguales o no:*

a) $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3 \\ \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \\ \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3 \\ \sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3 \end{array}\right\}$ Sí son iguales.

b) $\left\{\begin{array}{l} \sqrt{2} \\ \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[\frac{4}{2}]{2^{\frac{2}{2}}} = \sqrt{2} \\ \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[\frac{6}{3}]{2^{\frac{3}{3}}} = \sqrt{2} \\ \sqrt[8]{16} = \sqrt[8]{2^4} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \end{array}\right\}$ Sí son iguales.

⑦ *Simplifica si es posible:*

a) $\sqrt[4]{3^2} = \left\{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\right\} = 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $\sqrt[8]{5^4} = \left\{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\right\} = 5^{\frac{4}{8}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

c) $\sqrt[9]{27} = \sqrt[9]{3^3} = \left\{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}\right\} = 3^{\frac{3}{9}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$

d) $\sqrt[5]{1024}=\sqrt[5]{2^{10}}\left\{\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}\right\}=2^{\frac{10}{5}}=2^2=4$

✲✲✲❀❀✪❀❀✲✲✲

⑧ *Calcula:*

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}=\sqrt{2\cdot 32}=\sqrt{2\cdot 2^5}=\sqrt{2^6}=2^{\frac{6}{2}}=2^3=8$

b) $\sqrt{2}\cdot 8^{0,5}=\sqrt{2}\cdot 8^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{2\cdot 2^3}=\sqrt{2^4}=2^{\frac{4}{2}}=2^2=4$

c) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{3\cdot 9}=\sqrt[3]{3\cdot 3^2}=\sqrt[3]{3^3}=3^{\frac{3}{3}}=3$

d) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{15}=\sqrt{2\cdot 15}=\sqrt{2\cdot 3\cdot 5}=\sqrt{30}$

✲✲✲❀❀✪❀❀✲✲✲

⑪ *Expresa los siguientes cocientes con un número irracional:*

a)

$$\sqrt[3]{32}:\sqrt[3]{2}=\left\{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right\}=\sqrt[3]{\frac{32}{2}}=\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=\sqrt[3]{2\cdot 2^3}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{2}=2\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{8}:\sqrt[3]{2}=\left\{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right\}=\sqrt[3]{\frac{8}{2}}=\sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt[3]{81}:\sqrt[3]{9}=\left\{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right\}=\sqrt[3]{\frac{81}{9}}=\sqrt[3]{9}$$

b)

$$\sqrt{15}:\sqrt{3}=\sqrt{\frac{15}{3}}=\sqrt{5}$$

$$\sqrt{3}:\sqrt{4}=\sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt[3]{2}:\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$$

c)

$$\sqrt{2}:\sqrt[3]{32}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{5}{3}}=2^{\frac{1}{2}+\frac{5}{3}}=2^{\frac{3+10}{6}}=2^{\frac{13}{6}}=\sqrt[6]{2^{13}}=\sqrt[6]{2^{12}}\cdot\sqrt[6]{2}=2^{\frac{12}{6}}\cdot\sqrt[6]{2}=2^2\sqrt[6]{2}=4\sqrt[6]{2}$$

$$\sqrt{8}:\sqrt[4]{2}=2^{\frac{3}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}=2^{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}=2^{\frac{6+1}{4}}=2^{\frac{7}{4}}=\sqrt[4]{2^7}=\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{2^3}=2^{\frac{4}{4}}\cdot\sqrt[4]{8}=2\sqrt[4]{8}$$

$$\sqrt[3]{9}:\sqrt[6]{3}=3^{\frac{2}{3}}\cdot 3^{\frac{1}{6}}=3^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=3^{\frac{4+1}{6}}=3^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{3^5}=\sqrt[6]{243}$$

✲✲✲❀❀✪❀❀✲✲✲

12 *Suma los siguientes números:*

a)
$$\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}=\sqrt{2}+\sqrt{2^3}+\sqrt{3^2\cdot 2}-\sqrt{2^5}=\sqrt{2}+\sqrt{2^2\cdot 2}+\sqrt{3^2\cdot 2}-\sqrt{2^4\cdot 2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=$$
$$=(1+2+3-4)\sqrt{2}=2\sqrt{2}.$$

b) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80}=\sqrt{5}+\sqrt{3^2\cdot 5}+\sqrt{3^2\cdot 2^2\cdot 5}-\sqrt{2^4\cdot 5}=\sqrt{5}+3\sqrt{5}+6\sqrt{5}-4\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

c) $\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=\sqrt{2^2\cdot 6}-5\sqrt{6}+\sqrt{3^4\cdot 6}=2\sqrt{6}-5\sqrt{6}+9\sqrt{6}=11\sqrt{6}-5\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

d) $\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{3^3\cdot 2}-\sqrt[3]{2^3\cdot 2}=3\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2}$

13 *Calcula los cuadrados de los siguientes números:*

a)
$$\left(2\sqrt{2}\right)^2=2^2\cdot\sqrt{2^2}=2^2\cdot 2=2^3=8;\left(3\sqrt{5}\right)^2=3^2\cdot\sqrt{5^2}=3^2\cdot 5=9\cdot 5=45;\left(3\sqrt{7}\right)^2=3^2\cdot\sqrt{7^2}=3^2\cdot 7=9\cdot 7=63$$

b)
$$\left\{\begin{array}{c}(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2\\ (1+\sqrt{2})^2=1^2+2\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}\\ \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}\\ \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}\end{array}\right\}$$

14 *Escribe en forma radical los siguientes números:*

Sabemos que $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

a) $2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2};\ 7^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{7^2}=\sqrt[3]{49};\ 5^{0,5}=5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5};\ 12^{0,2}=12^{\frac{2}{10}}=12^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{12}$

b) $7^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{7^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\left(\sqrt{7}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{7};9^{-\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{9^{\frac{1}{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}};\ 5^{\frac{10}{5}}=5^2=\sqrt{5^4};\ 8^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{8^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{8^2}}$

15 *Escribe como potencias los siguientes números:*

a) $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}};\ \sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}};\ \sqrt[3]{13^5}=13^{\frac{5}{3}};\ \sqrt[6]{5^{12}}=5^{\frac{12}{6}}=5^2$

b) $\sqrt{a^{-1}}=a^{-\frac{1}{2}};\ \sqrt[3]{b^{-2}}=b^{-\frac{2}{3}};\ \sqrt[10]{7^5}=7^{\frac{5}{10}}=7^{\frac{1}{2}};\ \sqrt[3]{8^{-2}}=8^{-\frac{2}{3}}$

16 *Calcula los valores de las siguientes potencias:*

a) $81^{\frac{3}{4}} = (3^4)^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{12}{4}} = 3^3 = 27; 81^{0,75} = 81^{\frac{3}{4}} = 27; 81^{\frac{9}{12}} = 81^{\frac{3}{4}} = 27$

b) $\left(8^{\frac{12}{15}}\right)^{\frac{15}{18}} = 8^{\frac{12\cdot 15}{15\cdot 18}} = 8^{\frac{12}{18}} = 8^{\frac{2}{3}} = \left(2^3\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4; 27^{0,333...} = 27^{\frac{1}{3}} = \left(3^3\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$

17 *Expresa como potencia fraccionaria:*

a) $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}; \sqrt{x} : \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = x^{\frac{3-2}{6}} = x^{\frac{1}{6}}$

b) $\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[5]{x^2} = x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}} = x^{\frac{15+10+12}{30}} = x^{\frac{37}{30}}$

PROBLEMAS PARA APLICAR

18 *Calcula la arista de un cubo si:*

a) *El área total es 24 m², *

b) *El volumen es 343 cm³,*

a) $A = 24\ m^2 = 6a^2\ \ a^2 = \frac{24}{6} = 4 \Leftrightarrow a = \sqrt{4} = 2\,cm.$

b) $V = a^3 = 343\ m^3\ \ a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 3\,cm.$

19 *Dado un cuadrado de 100 m de lado, se quiere construir otro cuya área sea doble,*

a) *¿Por cuánto hay que multiplicar el lado?*

b) *¿Qué sucede si el lado se multiplica por 2?*

a) Como $A = a^2$, si queremos duplicar el área $2A = \left(\sqrt{2}a\right)^2$, hay que multiplicar por la raíz cuadrada de 2.

b) Que el área se cuadriplica, $A = a^2$, $(2a)^2 = 4a^2 = 4A$.

⑳ Un cubo tiene 729 cm³ de volumen, Halla el área de todas sus caras.

$$V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9cm \Rightarrow A = 6a^2 = 6 \cdot 9^2 = 486\ cm^2$$

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

㉑ Si el volumen de un cubo es 13 824 cm³, ¿cuánto vale el volumen del cubo cuyo lado mida el doble? Resuelve el problema sin calcular el valor de dicho lado.

$V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{13824} = 24\ cm;\ l = 2 \cdot 24 = 48\ cm \Rightarrow V = l^3 = 48^3 = 110592\ cm^3$ el volumen se multiplica por 8.

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

㉓ El cociente de dos números es 8, ¿Cuánto vale el cociente de sus cubos?

$$\frac{a}{b} = 8 \Leftrightarrow \frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 8^3 = 512$$

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

㉔ Dados tres números a, b y c, se sabe que a · b = = 270, b . c = 450 y a · c = 540. ¿Cómo se puede hallar fácilmente el producto a . b . c sin hallar a, b, c?

$$(a \cdot b) \cdot (b \cdot c) \cdot (a \cdot c) = (a \cdot b \cdot c)^2 = 270 \cdot 450 \cdot 540$$

$$\Rightarrow a \cdot b \cdot c = \sqrt{270 \cdot 450 \cdot 540} = \sqrt{3^3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5} = \sqrt{2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^4} = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 81 \cdot 25 = 8100$$

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

㉕ Cada una de las nueve esferas del Atómium, símbolo de la Expo '58 de Bruselas, tiene un volumen de 523,6 m³. ¿Podrías calcular el radio?

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 523{,}6}{\pi}} = 7{,}94\ m$$

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

㉗ Las distancias de la Tierra a la Luna y al Sol son, en un momento dado, 4 x 10⁵ km y 1,5 x 10⁸ km, respectivamente. ¿Cuántas veces es mayor la distancia de la Tierra al Sol que a la Luna?

$$\frac{\text{Distancia Tierra Sol}}{\text{Distancia Tierra Luna}} = \frac{1{,}5x10^8}{4x10^5} = 375\ \text{veces}$$

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

28 *El átomo de hidrógeno pesa 1,66 x 10^{-24} g. ¿Cuántos se necesitan para obtener 1 ,66 kg?*

$$1{,}66\ \text{kg}\cdot\frac{1000\ \text{g}}{1\ \text{kg}}\cdot\frac{1\ \text{átomo}}{1{,}66\cdot 10^{-24}\ \text{g}} = 10^{27}\ \text{átomos}$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

29 *Calcula el área aproximada, en m2, de la Tierra tomando como radio 6 500 km y el número π = 3, 14. Escribe luego este valor en forma científica con tres cifras decimales.*

$$A_{\text{Tierra}} = 4\pi R^2 = 4\pi\cdot 6500^2 = 81640\ \text{km}^2 = 8{,}164\cdot 10^4\ \text{km}^2$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

30 *Calcula el volumen aproximado, en m3, de la Tierra tomando como radio 6 500 km y el número π = 3, 14. Escribe luego este valor en forma científica con tres cifras decimales.*

$$V_{\text{Tierra}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 6500^3 = 1{,}150\cdot 10^{12}\ \text{km}^3$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

CUESTIONES PARA ACLARARSE

31 *La raíz cuadrada de la raíz cúbica de un número positivo, ¿a qué equivale? Pon un ejemplo. Indica ahora cómo se calcula la raíz sexta del número positivo 15625.*

$$\sqrt{\sqrt[3]{a}} = \sqrt{a^{\frac{1}{3}}} = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a};\ \sqrt[6]{15625} = \sqrt[6]{5^6} = 5^{\frac{6}{6}} = 5$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

32 *Si sabes calcular la raíz cuadrada de un número, ¿puedes hallar la raíz octava de cualquier número positivo? Aplícalo a 15 6256.*

$$\sqrt[8]{65536} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{65536}}} = \sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt{16} = 4$$

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

33 *¿Qué signo tiene la potencia de exponente entero de un número según que éste sea positivo o negativo? Pon ejemplos.*

$$\begin{cases}(+a)^{2n} = \left((+a)^2\right)^n = +a^{2n}\\ (-a)^{2n} = \left((-a)^2\right)^n = (a^2)^n = +a^{2n}\end{cases}\qquad \begin{cases}(+a)^{2n+1} = \left((+a)^2\right)^n\cdot a = +a^{2n+1}\\ (-a)^{2n+1} = \left((-a)^2\right)^n(-a) = (a^2)^n(-a) = +a^{2n}(-a) = -a^{2n+1}\end{cases}$$

Es decir, si el exponente es par, el resultado será positivo sin importar el signo de la base, pero si el exponente es impar, el signo de la potencia será el de su base.

✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻✻

34 *Se sabe que 24 = 42. ¿Tiene la potenciación la propiedad conmutativa am = ma?*

No, $2^3 = 8 \neq 3^2 = 9$.

35 *Tienes la potencia 7^n. Razona las respuestas con ejemplos:*

a) *¿En cuánto aumenta si añades a su exponente una unidad?*
b) *¿En cuánto disminuye si restas a su exponente una unidad?*

a) a^n ; $a^{n+1} = a^n \cdot a$, se multiplica por a.

b) $a^{n-1} = a^n/a$ queda dividido por a.

36 *Razona las siguientes cuestiones:*

a) *Si a un número x le añadimos una unidad, ¿cuánto aumenta su cuadrado? ¿y su cubo?*
b) *Si a un número x lo multiplicamos por 2, ¿cuánto aumenta su cuadrado? ¿y su cubo?*

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x +1$, luego su cuadrado (x^2) aumenta el doble del número más una unidad.

b) $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, su cubo($x^3$) aumenta en $3x^2 + 3x + 1$, el triple del cuadrado más el triple del número más una unidad.

37 *Las potencias de exponente negativo son siempre números fraccionarios ya que, por ejemplo,* $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ *¿Es cierto esto en todos los casos? Si no es así, pon algún ejemplo.*

Si la base es de la forma $\frac{1}{a}$ (a entero) al elevarlo a un exponente negativo quedaría:

$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{1}{a}\right)^n} = \frac{1}{\frac{1}{a^n}} = a^n$ un número entero ya que todo potencia de base entera y exponente positivo es entero.

38 *Un alumno, al extraer la raíz cuadrada de varios números, comprueba con sorpresa que obtiene valores mayores. ¿Puede ser cierto?*

Sí el numero cuya raíz se extrae (x) es menor que uno, 0 < x <1, por ejemplo:

$\sqrt{0,5} = 0,707...$ $\sqrt{0,01} = 0,1$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

39 **a)** *¿Se puede extraer siempre la raíz cuadrada de la raíz cúbica de un número?*
b) *¿Se puede extraer siempre la raíz cúbica de la raíz cuadrada de un número?*

a) No, si el número es negativo ya que la raíz cuadrada de un número negativo, no es real: $\sqrt{\sqrt[3]{-x}} = \sqrt{-y} \notin \Re$, siendo $\sqrt[3]{-x} = -y$.

b) No por la misma razón $\sqrt[3]{\sqrt{-x}} \notin \Re$ ya que $\sqrt{-x} \notin \Re$.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

40 *Pensando que cualquier número está comprendido entre dos potencias sucesivas, indica cómo puedes hallar dos números consecutivos cuyo producto conozcas, utilizando una tecla de la calculadora. Aplícalo para resolver $x(x + 1) = 156$.*

Hallando la raíz del producto, la parte entera nos da el menor y sumando uno tenemos el siguiente.

$\sqrt{156} = 12,4899...$, luego x = 12 y su consecutivo 13, 12 · 13 = 156.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋