EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

④ Representa en los mismos ejes las siguientes funciones:

a) $y = 2x^2$ $y = -2x^2$.

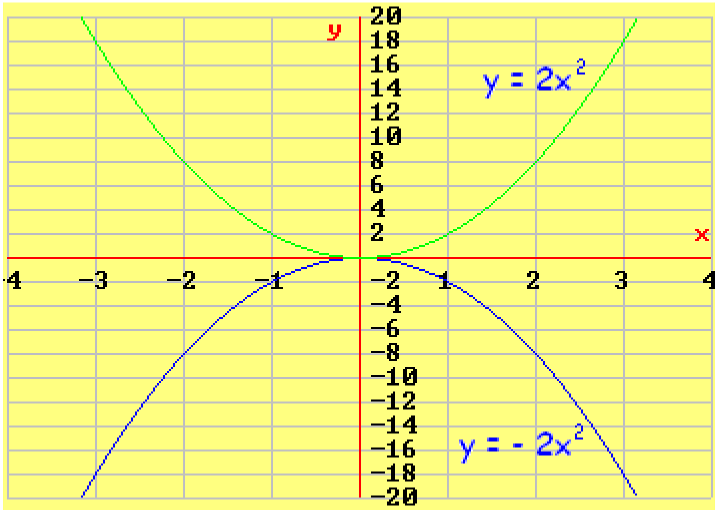
b) $y = 0,5x^2$ $y = -0,5x^2$.

c) $y = 6x^2$ $y = -6x^2$.

Hacemos una tabla de valores y después representamos la función

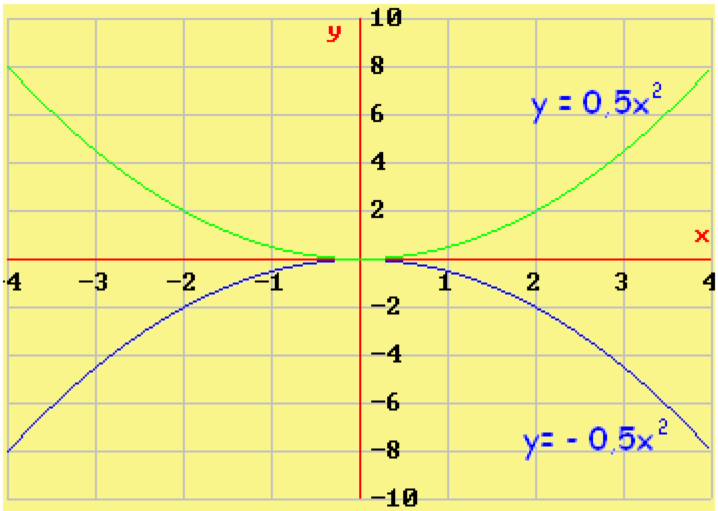
a)

x	$y = 2x^2$	$y = -2x^2$
-3	18	-18
-2	8	-8
-1	2	-2
0	0	0
1	2	-2
2	8	-8
3	18	-18



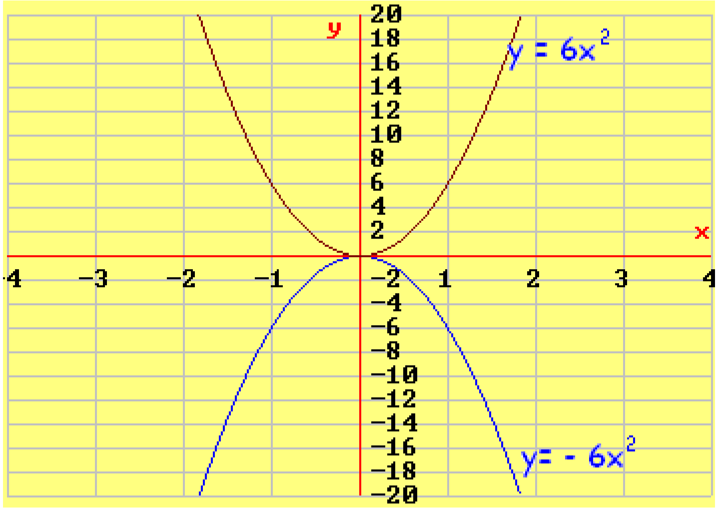
b)

x	$y = 0,5x^2$	$y = -0,5x^2$
-3	4,5	- 4,5
-2	2	- 2
-1	1/2	- 1/2
0	0	0
1	1/2	- 1/2
2	2	- 2
3	4,5	- 4,5



c)

x	$y = 6x^2$	$y = -6x^2$
-3	54	-54
-2	24	-24
-1	6	-6
0	0	0
1	6	-6
2	24	-24
3	54	-54



Son simétricas respecto del eje horizontal, OX o de abscisas.

⑧ Halla el número de puntos de corte con el eje x que tienen las siguientes parábolas:

a) $y = 2x^2 - x + 3$
b) $y = x^2 - 2x + 1$
c) $y = x^2 + x + 1$
d) $y = 3x^2 - 7x - 3$
e) $y = 2x^2 + 5x + 1$

El que una función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$, tenga uno, dos o ningún punto de corte con el eje horizontal depende del discriminante $b^2 - 4ac$, si es negativo, no hay, si es cero hay un solo punto de corte y si es mayor que cero, habrá dos.

a) $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 - 24 = -23 < 0$, no hay puntos de corte con OX.

b) $b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$, hay un punto de corte con OX

c) $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0$, no hay puntos de corte con OX

d) $b^2 - 4ac = (7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 49 + 36 = 85 > 0$, hay dos puntos de corte con OX

e) $b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17 > 0$, hay dos puntos de corte con OX

①⓪ Representa las siguientes funciones:

a) $y = x^2 - 7x - 18$

b) $y = x^2 - 6x$

c) $y = 3x^2 + 2x - 5$

d) $y = (2x - 3)^2 - 8x = 4x^2 - 12x + 9 - 8x = 4x^2 - 20x + 9$.

e) $y = 3x (x - 1) - 6 = 3x^2 - 3x - 6$.

a) $y = x^2 - 7x - 18$

❶ Puntos de corte

(i) Con el eje vertical (de ordenadas), f(0) = -18, luego el punto de corte con OY es (0,-18)

(ii) Con el eje horizontal (de abscisas) y =0, resolvemos la ecuación:

$$x^2 - 7x - 18 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{7 \pm 11}{2} = \left\{ \begin{matrix} 9 \\ -2 \end{matrix} \right\}$$

los puntos de corte con OX son (-2,0) y (9,0).

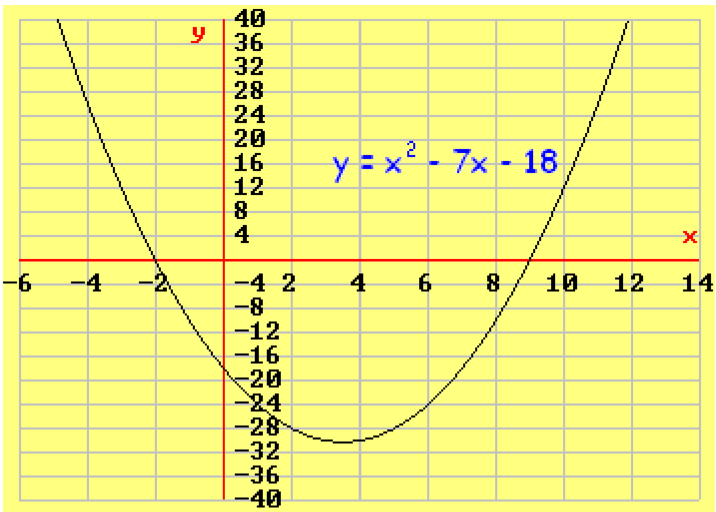
❷ Vértice y eje

Vértice(x_v, y_v), en donde $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-7}{2 \cdot 1} = \frac{7}{2}$, $y_v(3,5) = 3,5^2 - 7 \cdot 3,5 - 18 = -30,25$, luego el vértice tiene las coordenadas (3,5 , - 30,25).

El eje es la recta x = 3,5

❸ Tabla y representación

x	$y = x^2 - 7x - 18$
-3	12
-2	-2
-1	-10
0	-18
1	-24
2	- 28
3	-36



b) $y = x^2 - 6x$

❶ Puntos de corte

(i) Con el eje vertical (de ordenadas), f(0) = 0, luego el punto de corte con OY es (0,0)

(ii) Con el eje horizontal (de abscisas) y =0, resolvemos la ecuación:

$$x^2-6x=0 \Rightarrow x(x-6)=0 \Rightarrow \left\{\begin{matrix} x=0 \\ x-6=0 \Rightarrow x=6 \end{matrix}\right\}$$

los puntos de corte con OX son (0,0) y (6,0).

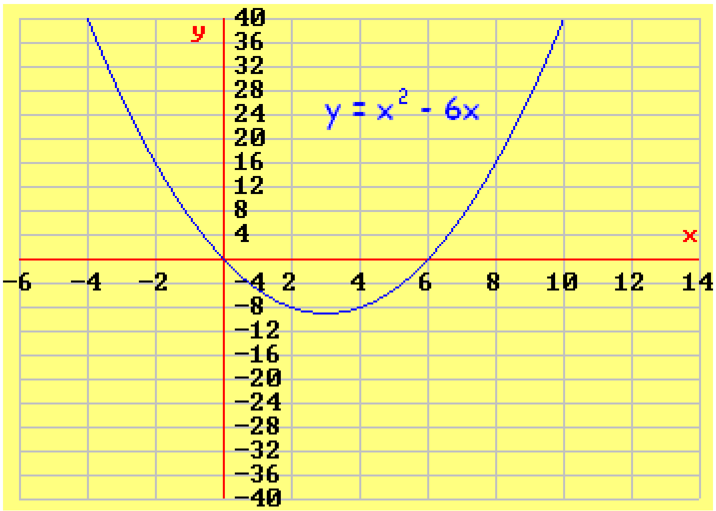
❷ Vértice y eje

Vértice(x_v, y_v), en donde $x_v=-\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2\cdot1}=3$, $y_v(3) = 3^2 - 6\cdot3 = -9$, luego el vértice tiene las coordenadas (3 , - 9).

El eje es la recta x = 3

❸ Tabla y representación

x	$y = x^2 - 6x$
-3	27
-2	16
-1	7
0	0
1	- 4
2	- 8
3	- 9



c) $y = 3x^2 + 2x - 5$

❶ Puntos de corte

(i) Con el eje vertical (de ordenadas), f(0) = -5, luego el punto de corte con OY es (0,-5)

(ii) Con el eje horizontal (de abscisas) y =0, resolvemos la ecuación:

$$3x^2+2x-5=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{(2)^2-4\cdot3\cdot(-5)}}{2\cdot3}=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{-2\pm8}{6}=\left\{\begin{matrix} 1 \\ -\frac{5}{3} \end{matrix}\right\}$$

los puntos de corte con OX son (-5/3,0) y (1,0).

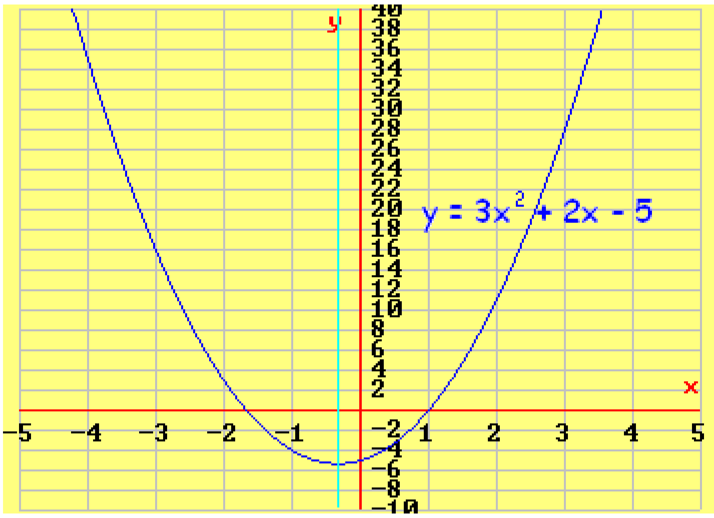
❷ Vértice y eje

Vértice(x_v, y_v), en donde $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$, $y_v(-1/3)$ = -4, luego el vértice tiene las coordenadas (-1/3 , - 4).

El eje es la recta x = -1/3.

❸ **Tabla y representación**

x	$y = 3x^2 + 2x - 5$
-3	16
-2	3
-1	- 4
0	-5
1	0
2	11
3	28



d) $y = (2x - 3)^2 - 8x = 4x^2 - 12x + 9 - 8x = 4x^2 - 20x + 9$.

❶ **Puntos de corte**

(i) Con el eje vertical (de ordenadas), f(0) = 9, luego el punto de corte con OY es (0,9)

(ii) Con el eje horizontal (de abscisas) y =0, resolvemos la ecuación:

$$4x^2 - 20x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{20 \pm \sqrt{256}}{8} = \frac{20 \pm 16}{8} = \begin{Bmatrix} \frac{9}{2} \\ \frac{1}{2} \end{Bmatrix}$$

los puntos de corte con OX son (1/2,0) y (9/2,0).

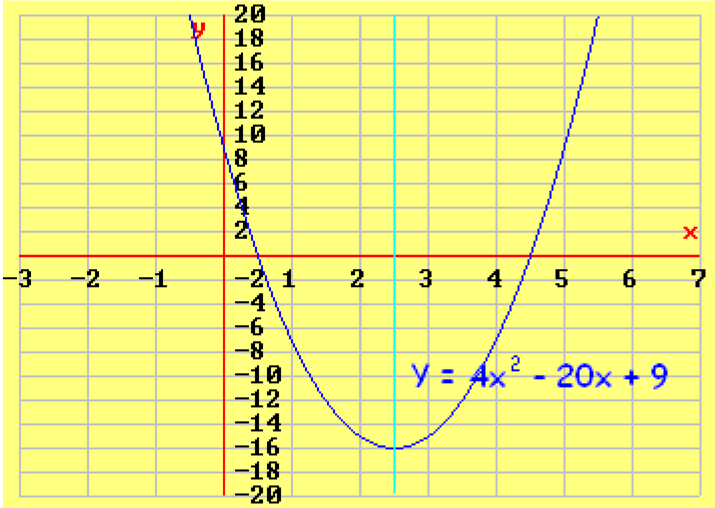
❷ **Vértice y eje**

Vértice(x_v, y_v), en donde $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{2 \cdot 4} = \frac{5}{2}$, $y_v(5/2) = 4(5/2)^2 - 20 \cdot (5/2) + 9 = -16$, luego el vértice tiene las coordenadas (5/2 , - 16).

El eje es la recta x = 5/2

❸ **Tabla y representación**

x	$y = 4x^2 - 20x + 9$
-3	105
-2	65
-1	33
0	9
1	-7
2	- 15
3	- 15



e) $y = 3x(x - 1) - 6 = 3x^2 - 3x - 6.$

❶ Puntos de corte

(i) Con el eje vertical (de ordenadas), f(0) = -6, luego el punto de corte con OY es (0,-6)

(ii) Con el eje horizontal (de abscisas) y =0, resolvemos la ecuación:

$$3x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{6} = \frac{3 \pm 9}{6} = \begin{Bmatrix} 2 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

los puntos de corte con OX son (-1,0) y (2,0).

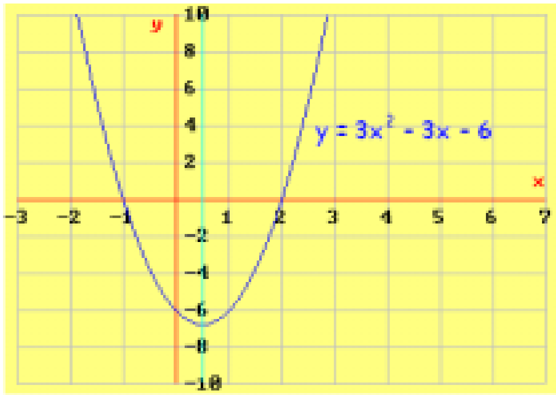
❷ Vértice y eje

Vértice(x_v, y_v), en donde $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}$, $y_v(1/2)$ = -6,75 luego el vértice tiene las coordenadas (1/2 , - 6,75).

El eje es la recta x = 1/2

❸ Tabla y representación

x	$y = 3x^2 - 3x - 6$
-3	30
-2	12
-1	0
0	-6
1	-6
2	0
3	12



①① Una función cuadrática tiene una expresión de la forma y = x^2 + ax + a y pasa por el punto (1, 9). Calcula el valor de a.

Si pasa por el punto cumple la ecuación, sustituimos x por 1 e y por 9 y despejamos a:

$$9 = 1^2 + a\cdot 1 + a;\ 9 = 1 + 2a;\ \ 2a = 8;\ a = 8/2 = 4.$$

①② Se sabe que la función cuadrática de ecuación y = ax^2 + b x + c pasa por los puntos (1, 1), (0, 0) y (- 1, 1), Calcula a, b y c.

Sustituimos los tres puntos y tenemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$\begin{cases}(1,1) \Rightarrow a+b+c=1 \\ (0,0) \Rightarrow c=0 \\ (-1,1) \Rightarrow a-b+c=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=1 \\ a-b=1\end{cases} \Leftrightarrow 2a=2 \Leftrightarrow a=1, b=0, c=0$$

①③ Una parábola tiene su vértice en el punto V(1, 1) Y pasa por el punto (O, 2). Halla su ecuación.

Al ser una parábola su ecuación será una función cuadrática de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Las tres ecuaciones son: las que se obtienen al sustituir los dos punto y la x_v.

$$\begin{cases}(1,1) \Rightarrow a+b+c=1 \\ (0,2) \Rightarrow c=2 \\ x_v = -\dfrac{b}{2a} \Rightarrow 1 = -\dfrac{b}{2a}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}c=2 \\ 2a+b=0 \\ a+b+c=1\end{cases} \xrightarrow{1^a \text{ en} 3^a} \begin{cases}2a+b=0 \\ a+b+2=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2a+b=0 \\ -a-b=1 \\ \hline a=1\end{cases} \Rightarrow b=-2$$

La ecuación de la parábola es: y = x^2 –2x +2 = 0

①④ Halla los intervalos en los que la función y = x^2 - 6x + 8 es positiva o negativa. ¿En qué puntos se anula?

Para saber en dónde es positiva, hemos de hallar primero en dónde se anula:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4\cdot 1\cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases}4 \\ 2\end{cases}$$

Hay tres intervalos: (-∞ , 2), (2, 4) y (4, +∞). Estudiamos el signo en cada intervalo:

Como $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$, $(x - 2)$ es positivo para valores $x > 2$ y $(x - 4)$ es positivo para $x > 4$, luego :

- En el intervalo(-∞ , 2) $\begin{cases} x-2<0 \\ x-4<0 \end{cases} \Rightarrow (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8 = (-)\cdot(-) = (+)$

- En el intervalo (2, 4) $\begin{cases} x-2>0 \\ x-4<0 \end{cases} \Rightarrow (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8 = (-)\cdot(+) = (-)$

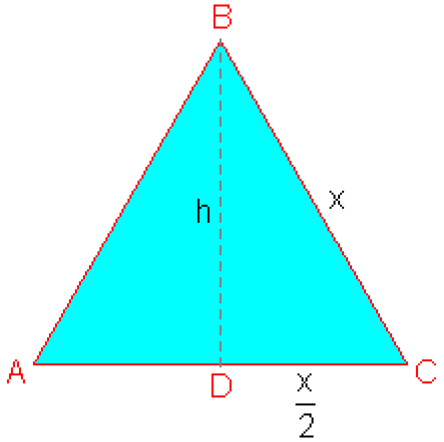
- En el intervalo(4, + ∞) $\begin{cases} x-2>0 \\ x-4>0 \end{cases} \Rightarrow (x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8 = (+)\cdot(+) = (+)$

También podemos saber el signo sustituyendo en la función un número de cada intervalo:

- En el intervalo(-∞ , 2) ; $0^2 - 6\cdot 0 + 8 = 8 > 0$
- En el intervalo (2, 4) ; $3^2 - 6\cdot 3 + 8 = 9 - 18 + 8 = -1 < 0$
- En el intervalo(4, + ∞) ; $5^2 - 6\cdot 5 + 8 = 25 - 30 + 8 = 3 > 0$

PROBLEMAS PARA APLICAR

15 Expresa el área del triángulo equilátero en función del lado. ¿Qué función se obtiene? Representa dicha función.



El área del triángulo es $A = \frac{\text{base}\cdot\text{altura}}{2} = \frac{\overline{AC}\cdot\overline{DB}}{2} = \frac{x\cdot h}{2}$

Tenemos que escribir la altura en función de la longitud del lado(x), para lo cual usamos el teorema de Pitágoras aplicado al triángulo rectángulo BDC (mitad del equilátero):

$\overline{BC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{DB}^2 \Rightarrow x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2$ despejando la altura:

$h = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{4x^2 - x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$, luego el área es:

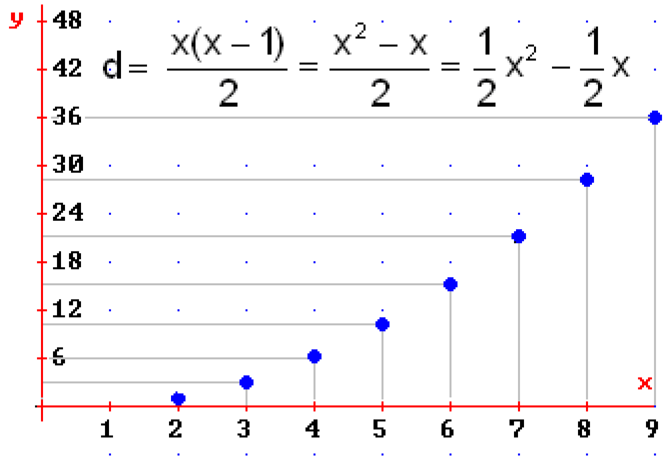
$$A = \frac{x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \text{ uc}$$

16 En un monte hay dispersas x casetas de guarda; cada una está unida a las restantes por un camino distinto. Expresa el número de caminos en función de las casetas. Representa dicha función. ¿Cuál es su dominio? ¿Es continua esta función?

Se trata de hallar las diagonales de un polígono de x lados:

$$d = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{x(x-1)}{2} = \frac{x^2 - x}{2} = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$$

La representación es:

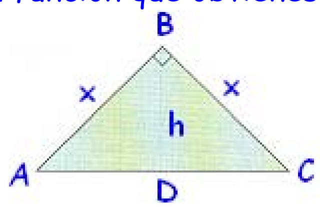


Aunque el dominio matemático es R, como no tiene sentido un número de caminos negativo (o nulo), su dominio es el de los números enteros positivos.

No es continua ya que sólo tiene sentido valores enteros y positivos.

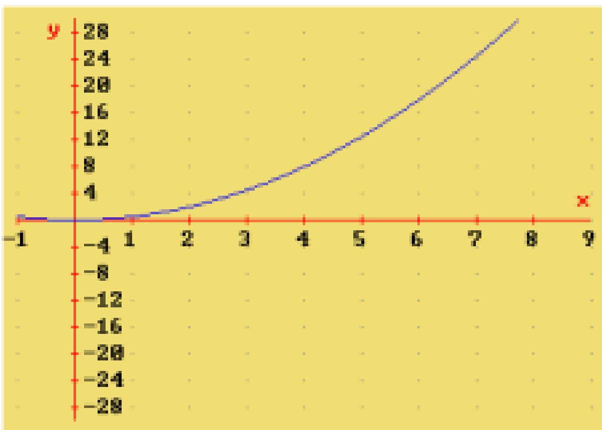
✻✻✻❀❀⊙❀❀✻✻✻

17 Estudia el área de un triángulo isósceles rectángulo en función del cateto. Representa la función que obtienes.



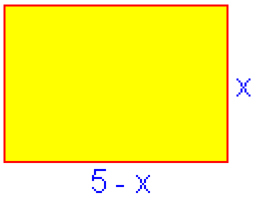
$$A = \frac{\text{base}\cdot\text{altura}}{2} = \frac{\overline{AB}\cdot\overline{BC}}{2} = \frac{x\cdot x}{2} = \frac{1}{2}x^2$$

Representación:



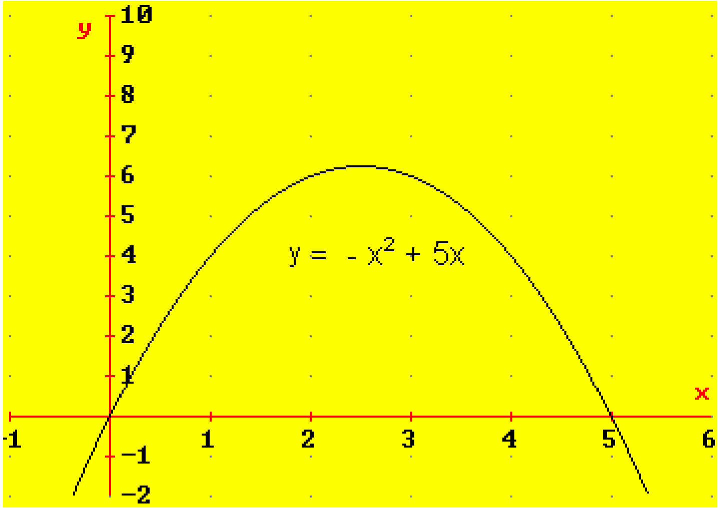
✻✻✻❀❀⊙❀❀✻✻✻

18 Halla la función que expresa el área de los rectángulos que tienen un perímetro constante e igual a 10 unidades. Representa dicha función.

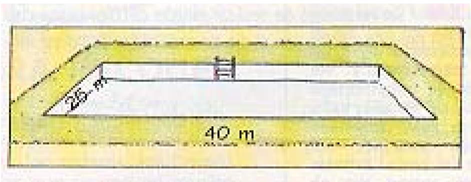


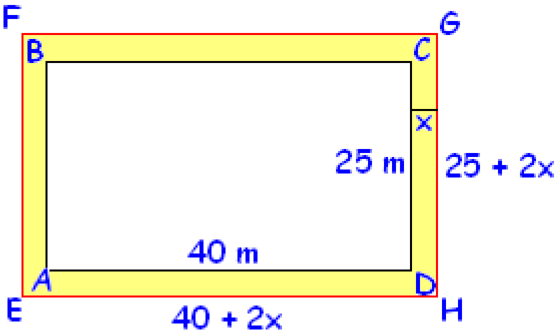
Si el perímetro es 10 y llamamos a la longitud de uno de los lados x, el otro medirá 5 – x, luego el área del rectángulo será:

Área = base · altura = x · (5 – x) = - x^2 + 5x, que representada:



19 Una piscina rectangular tiene de dimensiones 40 metros por 25 metros y está rodeada por un paseo de anchura constante. Si el área del paseo es 504 m^2, encuentra la anchura del paseo.





Como vemos en la figura, el área del paseo = área del rectángulo EFGH – área del rectángulo ABCD = (40 + 2x) (25 + 2x) – 40 · 25 = 40 · 25 + 80x + 50x + $4x^2$ – 40 · 25 = $4x^2$ + 130x, que igualado al área que se nos da, forma una ecuación de 2º grado de donde despejamos x:

$$4x^2 + 130x - 504 = 0 \Rightarrow x = \frac{-130 \pm \sqrt{130^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-504)}}{8} = \frac{-130 \pm 158}{8} = \begin{cases} 3{,}5 \\ -36, \text{No válida} \end{cases}$$

Anchura del paseo = x = 3,5 m.

20 Un trozo de alambre de 20 m de largo se corta en dos trozos, de manera que la suma de los cuadrados de las longitudes de cada trozo es igual a 202 m^2. Encuentra la longitud de cada trozo.

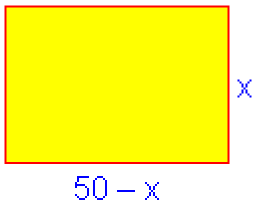
(Primer trozo)^2 + (2º trozo)^2 = 202

$x^2 + (20-x)^2 = 202$; $x^2 + 400 - 40x + x^2 = 202$; $2x^2 - 40x + 198 = 0$; $x^2 - 20x + 99 = 0$, ecuación que resolvemos:

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 99}}{2} = \frac{20 \pm 2}{2} = \begin{cases} 11 \\ 9 \end{cases}$$ Las longitudes de los trozos son 9 m y 11m.

Comprobación: $9^2 + 11^2 = 81 + 121 = 202\ m^2$

21 De todos los rectángulos con perímetro igual a 100 m, encuentra las dimensiones del que tenga área máxima. (Aclaración: Se trata de hallar el vértice de la función cuadrática que expresa el área.)

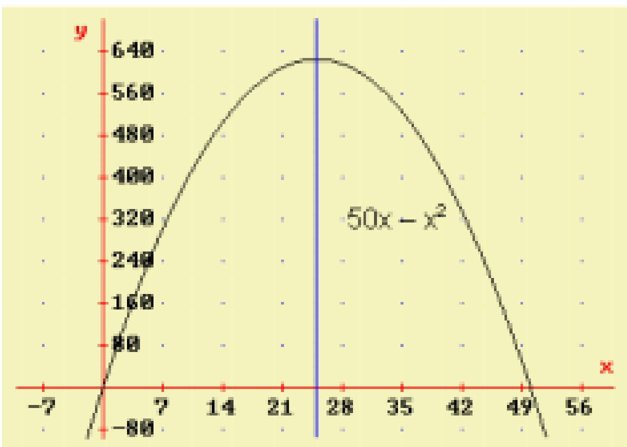


Si el perímetro mide 100 m, la mitad 50 m es lo que miden la base y la altura, si llamamos a la base x, la altura es 50 – x y su área = x(50 – x) = $50x - x^2$.

Vértice $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{50}{2 \cdot (-1)} = 25\text{ m}$, como cabía esperar el rectángulo de área máxima es el cuadrado de lado l = 25 m.

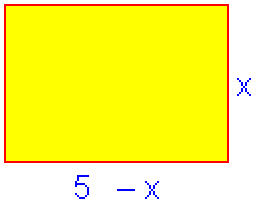
Altura = x	Base = 50 – x	Área
10	40	400
15	35	525
20	30	600
25	25	625
24	26	624

Otra forma es representar la función área y ver su máximo:



㉒ Un labrador quiere construir una cerca rectangular para su perro; para ello dispone de 10 m de tela metálica. ¿Qué dimensiones habrá de tener la cerca para conseguir que el área sea máxima?

Si puede aprovechar uno de los lados de la cerca construyéndola aliado del garaje, ¿qué dimensiones habrá de tener la cerca para que el área sea máxima?

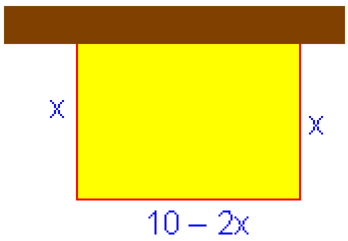


Área = base · altura = (5 – x) x = $-x^2 + 5x$.

Para hallar el máximo calculamos la x del vértice:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2(-1)} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m}$$

Ha de ser un cuadrado de lado x = 2.5 m



Si en uno de los lados no necesita poner tela metálica porque usa la pared del garaje, y llamamos x al lado menor (ver dibujo adjunto), la base medirá 10 – 2x y el área :

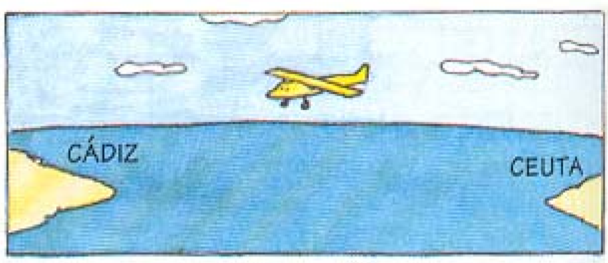
Área = base · altura = (10 – 2x) x = $-2x^2 + 10x$

Calculamos él vértice:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2\cdot(-2)} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m}$$

La altura será la misma pero la base ha de medir 10 – 2x = 10 – 2·2.5 = 10 – 5 = 5 m, el doble de la altura, luego ahora debe construir un rectángulo de 5 m x 2.5 m para tener área máxima.

㉓ Una avioneta vuela entre Cádiz y Ceuta. Su altura de vuelo viene dada por la siguiente fórmula:



$h(t) = 800t - 30t^2$

donde h(t) es la altura de la avioneta en metros a los t minutos de haber despegado de Cádiz.

Representa la gráfica para determinar:

a) Altura a la que la avioneta inicia el descenso.

b) ¿Cuánto dura el vuelo?

a) Se nos pide la h correspondiente al vértice:

$t_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{600}{2\cdot(-30)} = \frac{600}{60} = 10$ min , luego h(10) = 800 · 10 – 30 · 10^2 = 8 000 – 3 000 = 5 000 m.

b) Ahora se trata de hallar cuanto vale el tiempo para el cual h = 0 (está en el suelo y no está volando), para lo cual sustituimos h por cero y resolvemos la ecuación de 2º grado incompleta resultante:

$$800t - 30t^2 = 0;\ t(800 - 30t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ 800 - 30t = 0 \Leftrightarrow 30t = 800 \Rightarrow t = \frac{800}{30} = \frac{80}{3} \text{ min} \approx 26{,}7 \text{ min} \end{cases}$$

Es decir se halla en el suelo, cuando despega (tiempo = t = 0) y cuando aterriza después de 26,7 min.

CUESTIONES PARA ACLARARSE

24 Escribe la ecuación de una parábola que tenga el vértice en el punto V(4, -2).

Evidentemente hay infinitas parábolas con vértice en un punto dado.
La ecuación de una parábola es la función cuadrática de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

que tiene tres incógnitas (a, b, c), para la cual disponemos de dos ecuaciones, lo que nos da un sistema compatible pero indeterminado:

$$\begin{cases} V(4,-2) \Rightarrow 16a + 4b + c = -2 \\ x_v = -\frac{b}{2a} = 4 \Rightarrow 8a + b = 0 \end{cases}$$ Si fijamos un parámetro, llamando c = λ, y resolvemos el sistema en función de ese parámetro tendremos la infinitas soluciones:

$$\begin{cases} 16a + 4b = -2 - \lambda \\ 8a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{r} 16a + 4b = -2 - \lambda \\ -32a - 4b = 0 \\ \hline -16a = -2 - \lambda \end{array} \Rightarrow a = \frac{2+\lambda}{16} \Rightarrow b = -\frac{2+\lambda}{2}$$ la solución es pues:

$\left(a = \frac{2+\lambda}{16}, b = -\frac{2+\lambda}{2}, c = \lambda\right)$ y dando valores al parámetro vamos obteniendo las infinitas parábolas que tiene el vértice en V(4, -2). Como se nos pide una:

c = λ = 14, a = 1, b = - 8, que sería **$y = x^2 - 8x + 14$**

25 Escribe la ecuación de una parábola que tenga por eje de simetría la recta x = - 3.

Hay también infinitas parábolas, las que cumplen $x = -3 = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow b = 6a$ y c cualquiera, por ejemplo $y = x^2 + 6x + 5$

❋❋❋❁❁•❁❁❋❋❋

㉖ De las siguientes funciones, indica, sin hacer ningún cálculo, las que están abiertas hacia arriba y las que están abiertas hacia abajo:

a) $y = 3(x + 2)^2 + 3$
b) $y = -\frac{1}{2}x^2$
c) $y = -12(x + 3)^2 - 1$
d) $y = x^2 + 3$

En una parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$, si $a < 0$, está abierta hacia abajo y si $a > 0$, está abierta hacia arriba.

a) $y = 3(x^2 + 4x + 4) + 3 = 3x^2 + 12x + 15$,como $a = 3 > 0$, parábola $\cup$.

b) $y = -½x^2$, $a = -½$, parábola $\cap$.

c) $y = -12(x^2 + 6x + 9) - 1 = -12x^2 - 72x - 109$, como $a = -12 < 0$, parábola $\cap$.

d) $y = x^2 + 3$, $a = 1 > 0$, parábola $\cup$.

❋❋❋❁❁•❁❁❋❋❋

㉗ Dadas las funciones cuadráticas de ecuación:

a) $y = 2x^2 + 3$
b) $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$
c) $y = 3x^2 - 11$
d) $y = 12x^2 - 5x + 1$

Ordénalas de más a menos abiertas.

La abertura depende inversamente del orden del coeficiente a: $1/2 < 2 < 3 < 12$, luego el orden sería **b)** > **a)** > **c)** > **d)**.

❋❋❋❁❁•❁❁❋❋❋

㉘ Sin necesidad de realizar ningún cálculo, indica cuál es el punto de corte con el eje de ordenadas de las siguientes parábolas:

a) $y = 2x^2 + 3$
b) $y = 1/2\,(x - 1)^2 + 2$
c) $y = 3x^2 - 11$
d) $y = 12x^2 - 5x + 1$

El punto de corte con el eje vertical (ordenadas) es x = 0 e y = f(0):

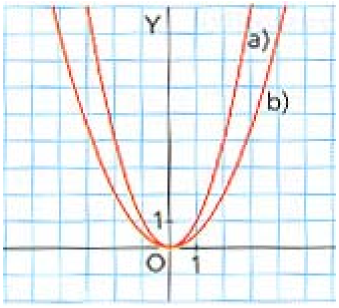
a) (0, f(0)) = (0, 3).

b) $y = ½ (x^2 –2x + 1) + 2 = ½ x^2 – x + 5/2$, el punto de corte es (0, 5/2).

c) (0, - 11).

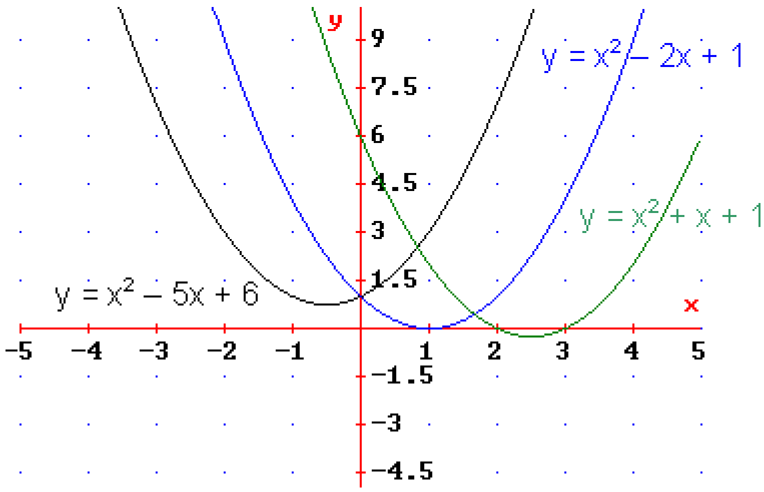
d) (0, 1).

㉙ De las siguientes parábolas, indica cuál tiene el coeficiente de x^2 menor y cuál mayor.



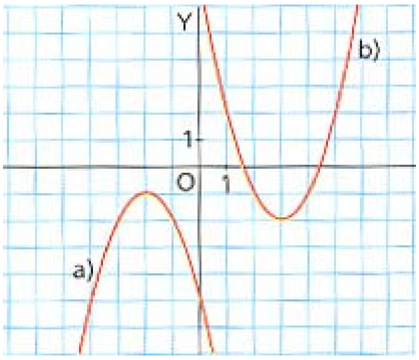
La abertura es b) > a) luego el orden de los coeficientes de x^2 es el b) menor que el de a).

㉚ Dibuja tres parábolas que corten en dos, uno o ningún punto al eje de abscisas.



$y = x^2 – 5x + 6$ corta al eje de abscisas en dos, $y = x^2 – 2x + 1$ lo corta en 1 $y = x^2 + x + 1$ en ninguno ya que sus discriminantes son respectivamente $\Delta > 0$, $\Delta = 0$, $\Delta < 0$.

31 Escribe la ecuación de las siguientes parábolas, sabiendo que el coeficiente de x^2 es la unidad,



a) $y = x^2 + bx + c$, como tenemos dos incógnitas necesitamos dos ecuaciones, V(-2, -1) luego $-2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow$ b = 4a y como a = 1, b = 4 y sustituyendo las coordenadas del vértice tenemos c, - 1 = 4 + 4·(-2) + c, c = 5, la ecuación de la parábola a) es $y = x^2 + 4x + 5$.

b) $y = x^2 + bx + c$, como tenemos dos incógnitas necesitamos dos ecuaciones, V(3, -2) luego $3 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow$ b = -6a y como a = 1, b = -6 y sustituyendo las coordenadas del vértice tenemos c, - 2 = 9 - 6·3 + c, c =7, la ecuación de la parábola b) es $y = x^2 - 6x + 7$.