

REFLEXIONA

La siguiente lista consta de todos los números escritos en la pizarra y algunos más:

$$0; 4; -11; 0,31; \sqrt{2}; \frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \sqrt[3]{5}; \frac{26}{4}; -\frac{24}{4}; -\sqrt{3}; \sqrt[3]{-8}; \sqrt{81}; 7,31; \pi; -\frac{5}{9}$$

Sítualos, en tu cuaderno, sobre un cuadro como el de abajo. Ten en cuenta que un mismo número puede estar en más de uno de los conjuntos.

NATURALES(N)	0; 4; $\sqrt{81} = 9$
ENTEROS(Z)	0; 4; -11; $\frac{24}{6} = 4$; $-\frac{24}{4} = -6$; $\sqrt[3]{-8} = -3$; $\sqrt{81} = 9$
RACIONALES(Q)	0; 4; -11; 0,31; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{24}{6}$; $-\frac{24}{4}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt{81}$; 7,31; $-\frac{5}{9}$
NO RACIONALES	$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{5}$; $-\sqrt{3}$; π

TE CONVIENE RECORDAR

CÓMO EXPRESAR UN DECIMAL EXACTO EN FORMA DE FRACCIÓN

① Halla la fracción irreducible equivalente a los siguientes números decimales y descompón en factores primos sus denominadores:

a) $6,388 = \frac{6388}{1000} = \frac{1597}{250}$, $250 = 2 \cdot 5^3$.

b) $0,00875 = \frac{875}{100000} = \frac{7}{800}$, $800 = 2^5 \cdot 5^2$.

② Explica por qué las siguientes fracciones son equivalentes a números decimales exactos:

a) $\frac{3741}{100000}$ es exacta pues el denominador es una potencia de 10.

b) $\frac{3147}{1250}$ es exacta pues $1250 = 2 \cdot 5^4$, sólo contiene 2 y 5 como factores, basta multiplicar el numerador y el denominador, por 2^3 para obtener como denominador 10^4 , una potencia de 10.

c) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 91}{2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 91}{2 \cdot 5^2}$ da lugar a una fracción decimal exacta ya que el denominador contiene como factores sólo 2 y 5, multiplicando numerador y denominador por 2, este último sería 100.

d) $\frac{57330}{10500} = \frac{5733}{1050} = \frac{1911}{350} = \frac{273}{50}$ que es la misma fracción del apartado anterior.

CÓMO EXPRESAR UN DECIMAL PERIÓDICO EN FORMA DE FRACCIÓN

③ Halla la fracción generatriz de:

a) $0,0\overline{51}$

$$N = 0,0\overline{51} \begin{cases} 1000N = 51,515151\dots \\ 10N = 0,515151\dots \\ \hline 990N = 51 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{51}{990} = \frac{17}{330}$$

b) $1,234\overline{56}$

$$N = 1,234\overline{56} \begin{cases} 100000N = 123456,456\dots \\ 100N = 123,456\dots \\ \hline 99900N = 123333 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{123333}{99900} = \frac{41111}{33300}$$

c) $7,45\overline{6}$

$$N = 7,45\overline{6} \begin{cases} 1000N = 7456,666\dots \\ 100N = 745,666\dots \\ \hline 900N = 6711 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{6711}{900} = \frac{2237}{300}$$

④ Explica por qué las siguientes fracciones son equivalentes a números decimales periódicos:

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{37}{2 \cdot 5 \cdot 7}$ c) $\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 19} = \frac{2 \cdot 11}{5 \cdot 19}$

La descomposición en factores de la tres fracciones contiene factores que no son 2 o 5.

Actividades (pág 24)

① Expresa con un número razonable de cifras significativas las siguientes cantidades:

- ✿ Visitantes anuales a una exposición de pintura: 1 345 589 personas.
- ✿ Asistentes a una manifestación ecológica: 125 341 personas.
- ✿ Bacterias existentes en 1 dm³ de cierto preparado: 203 305 123 bacterias.
- ✿ Número de gotas de agua que hay en una piscina: 8 249 327 741 gotas.
- ✿ Número de granos en un saco de arena: 2 937 248 granos.



- ⊗ 1 345 589 personas \approx 1 350 000 personas.
- ⊗ 125 341 personas \approx 125 000 personas.
- ⊗ 203 305 123 \approx 203 millones de bacterias.
- ⊗ 8 249 327 741 gotas \approx 8 250 millones de gotas.
- ⊗ 2 937 248 granos \approx 3 millones de granos.



Actividades (pág 25)

⌚ Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las cantidades que has expresado en el ejercicio de la página anterior.



- ⊗ 1 345 589 personas \approx 1 350 000 personas.

○ Cota del error absoluto = ε = Mitad del número que se forma con la primera cifra significativa = $10\,000/2 = 5\,000$. (El sombreado indica la primera cifra significativa)

○ Cota del error relativo = $\frac{\varepsilon}{\text{Medida}} = \frac{5000}{1350000} = 0,0037$

- ⊗ 125 341 personas \approx 125 000 personas.

○ Cota del error absoluto = $\varepsilon = 1\,000/2 = 500$.

○ Cota del error relativo = $\frac{\varepsilon}{\text{Medida}} = \frac{500}{125000} = 0,004$

- ⊗ 203 305 123 \approx 203 millones de bacterias.

○ Cota del error absoluto = $\varepsilon = 1\,000\,000/2 = 500\,000$.

○ Cota del error relativo = $\frac{\varepsilon}{\text{Medida}} = \frac{500000}{203000000} = 0,0025$

- ⊗ 8 249 327 741 gotas \approx 8 250 millones de gotas.

○ Cota del error absoluto = $\varepsilon = 1\,000\,000/2 = 500\,000$.

○ Cota del error relativo = $\frac{\varepsilon}{\text{Medida}} = \frac{500000}{825000000} = 0,0006$

- ⊗ 2 937 248 granos \approx 3 millones de granos.

○ Cota del error absoluto = $\varepsilon = 1\,000\,000/2 = 500\,000$.

○ Cota del error relativo = $\frac{\varepsilon}{\text{Medida}} = \frac{500000}{3000000} = 0,16$.



Actividades (pág 26)

① Calcula:

- a) $(7,823 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,84 \cdot 10^{13}) = 7,823 \cdot 1,84 \cdot 10^{-5+13} = 14,39432 \cdot 10^8 = 1,439432 \cdot 10^9$.
 b) $2,35 \cdot 10^8 + 1,43 \cdot 10^7 = 23,5 \cdot 10^7 + 1,43 \cdot 10^7 = (23,5+1,43) \cdot 10^7 = 24,93 \cdot 10^7 = 2,493 \cdot 10^8$.



Actividades (pág 29)

① Escribe en cada caso un número racional y otro irracional comprendidos entre M y N -

- a) $M = 1/2$ $N = 1/3$

$$\begin{cases} M = \frac{1}{2} = \frac{9}{18} \\ N = \frac{1}{3} = \frac{6}{18} \end{cases} \Rightarrow N = \frac{6}{18} = 0,3 < \frac{8}{18} = \frac{4}{9} = 0,4 < M = \frac{9}{18} = 0,5, \text{ un racional intermedio es } \frac{4}{9} = 0,44\dots$$

y un irracional $\sqrt{0,2024} \approx 0,45$.

- b) $M = 0,438$; $N = 0,439$

$$M = 0,438 < \text{Racional} = 0,4385 < N = 0,439; \text{Irracional} = \sqrt{0,1923}$$

- c) $M = 0,\overline{31}$; $N = 0,\overline{32}$

$$\text{Racional} = 0,315; \text{Irracional} = \sqrt{0,099225}$$

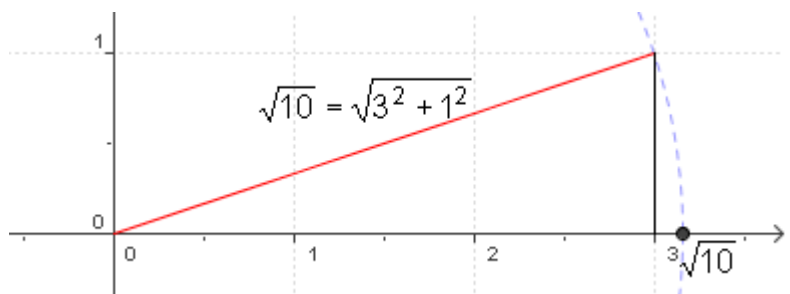
¿Podrías encontrar siempre un racional y un irracional que estén comprendidos entre dos números cualesquiera? Razona tu respuesta.

Sí, pues entre dos números cualesquiera hay infinitos números racionales e irracionales, el conjunto de los números reales es un conjunto “denso”.

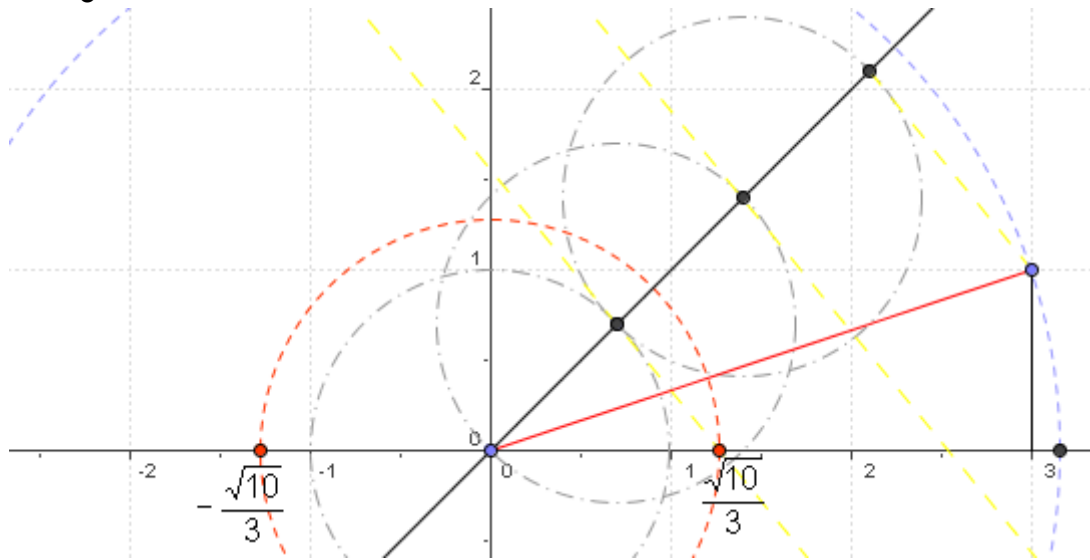


② Representa en la recta numérica los siguiente números:

$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$, luego en un triángulo rectángulo, un cateto ha de ser 3 y el otro 1:



Para dibujar $\frac{\sqrt{10}}{3}$ dividimos el segmento anterior en tres partes iguales y tomamos la primera:



Para dibujar el $-\frac{\sqrt{10}}{3}$ sólo tenemos que hallar el opuesto con una circunferencia con centro en el 0 y radio $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (figura anterior).



Actividades (pág 30)

① Representa en la recta real los números, de forma exacta:

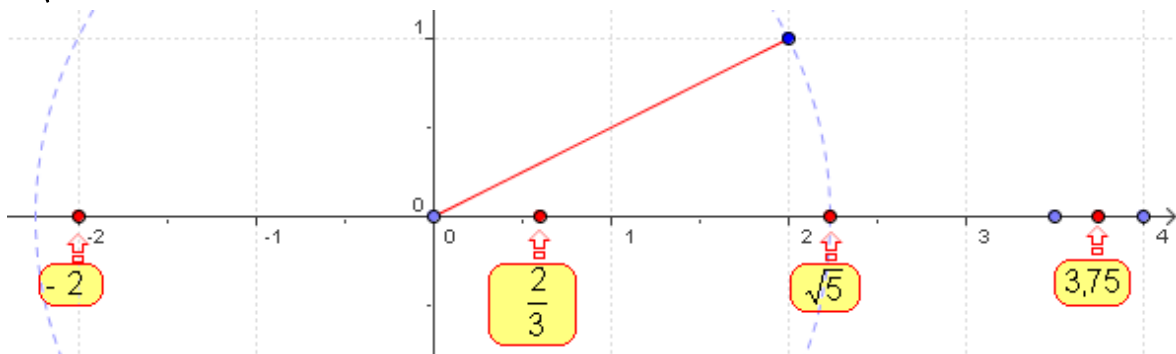
a) Convertimos los decimales en fracciones para representarlos:

❁ - 2, directamente

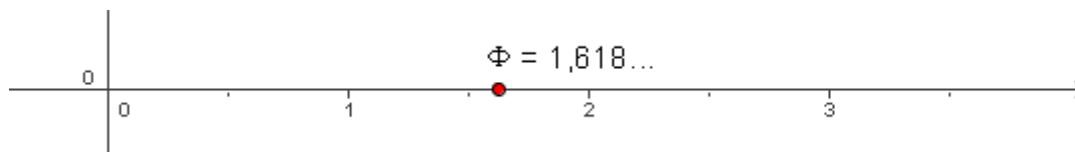
❁ $3,75 = \frac{375}{100} = \frac{15}{4}$; dividimos la unidad en cuatro partes iguales y contamos 14.

❁ $0,\hat{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, dividimos la unidad en tres partes iguales y tomamos 2.

❁ $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^1}$



b) $\Phi = 1,618\dots$



Actividades (pág 32)

1 Expresa en forma exponencial:

Sabemos que $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, luego:

a) $\sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$

b) $(\sqrt[3]{x^2})^5 = \sqrt[3]{x^{10}} = x^{\frac{10}{3}}$

c) $\sqrt[15]{a^6} = a^{\frac{6}{15}} = a^{\frac{2}{5}}$

d) $\sqrt{\frac{a^{13}}{a^6}} = \sqrt{a^{13-6}} = \sqrt{a^7} = a^{\frac{7}{2}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$

f) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^k}} = \sqrt[mn]{a^k} = a^{\frac{k}{mn}}$



2 Calcula:

a) $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$

b) $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5$

c) $625^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5^{\frac{4}{4}} = 5$

d) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$

e) $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64^5} = (\sqrt[6]{2^6})^5 = 2^5 = 32$



3 Expresa en forma radical:

a) $x^{\frac{7}{9}} = \sqrt[9]{x^7}$

b) $(m^5 \cdot n^5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(m^5 \cdot n^5)}$

c) $a^{1/2} \cdot b^{1/3} = \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

d) $\left[(x^2)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{2}{15}} = \sqrt[15]{x^2}$



Actividades (pág 33)

④ Utilizando la tecla $\sqrt{\quad}$, calcula:

⊛ $\sqrt{1025} \Rightarrow 1\ 025\ \sqrt{\quad} = 32,01562119\dots$

⊛ $\sqrt[4]{48} \Rightarrow 48\ \sqrt{\quad}\ \sqrt{\quad} = 2,632148026\dots$

⊛ $\sqrt[8]{3024} \Rightarrow 3\ 024\ \sqrt{\quad}\ \sqrt{\quad}\ \sqrt{\quad} = 2,723157267\dots$

⊛ $\sqrt{0,03} \Rightarrow 0,03\ \sqrt{\quad} = 0,17320508\dots$

⊛ $\sqrt[4]{0,03} \Rightarrow 0,03\ \sqrt{\quad}\ \sqrt{\quad} = 0,416179145\dots$

⊛ $\sqrt[8]{0,03} \Rightarrow 0,03\ \sqrt{\quad}\ \sqrt{\quad}\ \sqrt{\quad} = 0,645119481\dots$



⑤ Utilizando la tecla x^y , halla:

⊛ $7^4 \Rightarrow 7\ x^y\ 4 = 2\ 401$

⊛ $2^{100} \Rightarrow 2\ x^y\ 100 = 1,267650599 \cdot 10^{30}$

⊛ $1,41^{20} \Rightarrow 1,41\ x^y\ 20 = 964,6777305.$



⑥ Utilizando la tecla x^y , halla:

⊛ $\sqrt{7} \Rightarrow 7\ x^y\ 2\ 1/x = 2,645751311\dots$

⊛ $\sqrt[3]{7} \Rightarrow 7\ x^y\ 3\ 1/x = 1,912931183\dots$

⊛ $\sqrt[5]{7^3} \Rightarrow 7\ x^y\ \{ 3\ +\ 5 \} = 3,21409585\dots$



⑦ Utilizando la tecla $x^{1/y}$ o bien $\sqrt[x]{\quad}$, halla:



⊛ $\sqrt{5} \Rightarrow 5\ x^{1/y}\ 2 = 2,236067977\dots$

☉ $\sqrt[3]{11} \Rightarrow 11 \overset{x^{1/y}}{\underset{3}{\boxed{=}}} 2,223980091\dots$

☉ $\sqrt[7]{128} \Rightarrow 128 \overset{x^{1/y}}{\underset{7}{\boxed{=}}} 2.$

☉ $\sqrt[5]{5500} \Rightarrow 5\,500 \overset{x^{1/y}}{\underset{5}{\boxed{=}}} 5,598511026\dots$



Actividades (pág 35)

① *Simplifica:*

a) $\sqrt[12]{x^9} = x^{\frac{9}{12}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

b) $\sqrt[12]{x^8} = x^{\frac{8}{12}} = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}} = y^{\frac{10}{5}} = y^2$

d) $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = 2^{\frac{6}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

f) $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = 3^{\frac{4}{8}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$



② *¿Cuál de los dos es mayor en cada caso?:*

a) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[4]{31} = \sqrt[12]{31^3} = \sqrt[12]{29791} \\ \sqrt[3]{13} = \sqrt[12]{13^4} = \sqrt[12]{28561} \end{array} \right.$ Como $29791 > 28561 \Rightarrow \sqrt[4]{31} > \sqrt[3]{13}$.

b) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{51} = \sqrt[9]{51^3} = \sqrt[9]{132651} \\ \sqrt[9]{132650} \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt[3]{51} > \sqrt[9]{132650}$.



③ *Reduce:*

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 2^{\frac{5+3}{15}} = 2^{\frac{8}{15}} = \sqrt[15]{2^8}$.

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3} = 9^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = (3^2)^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}} = 3^{\frac{4+1}{6}} = 3^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{3^5}$.

c) $\sqrt[10]{a^4 \cdot b^6} = \sqrt[5]{a^2 \cdot b^3}$.



④ Sacar del radical todos los factores que sea posible

a) $\sqrt[3]{32x^4} = \sqrt[3]{2^5 x^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2 \cdot x^3 \cdot x} = \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{x^3} \sqrt[3]{2^2 \cdot x} = 2x\sqrt[3]{4x}$

b) $\sqrt[3]{81a^3b^5c} = \sqrt[3]{3^4 a^3 b^5 c} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot b^2 \cdot c} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^3} \cdot \sqrt[3]{3b^2c} = 3ab\sqrt[3]{3b^2c}$

c) $\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6} = \sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{2} = 2\sqrt[5]{2}$



⑤ Simplifica:

a) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3}{3^{\frac{1}{3}}} = 3^{1-\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$

b) $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{4}{5}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{8-5}{10}} = 2^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[10]{8}$

c) $\frac{\sqrt[4]{a^3b^5c}}{\sqrt{ab^3c^3}} = \frac{\sqrt[4]{a^3b^5c}}{\sqrt[4]{a^2b^6c^6}} = \sqrt[4]{\frac{a^3b^5c}{a^2b^6c^6}} = \sqrt[4]{\frac{a}{bc^5}} = \frac{1}{c} \sqrt[4]{\frac{a}{bc}}$

d) $(\sqrt[3]{a^2})^6 = \sqrt[3]{(a^2)^6} = \sqrt[3]{a^{12}} = a^{12/3} = a^4$

e) $(\sqrt{x})^3 (\sqrt[3]{x}) = x^{3/2} \cdot x^{1/3} = x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{9+2}{6}} = x^{\frac{11}{6}} = \sqrt[6]{x^{11}} = \sqrt[6]{x^6 \cdot x^5} = x\sqrt[6]{x^5}$

f) $(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}})^8 = (\sqrt[8]{2^8}) = 2$



⑥ Efectúa:

a) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} = \sqrt{3^2} \sqrt{2} + \sqrt{5^2} \sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^2} \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3+5-1-2)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

b) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a} = \sqrt{2 \cdot 5^2 a} - \sqrt{2 \cdot 3^2 a} = 5\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} = (5-3)\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$



⑦ Racionaliza los denominadores:

$$a) \frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2 \cdot 2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2 \cdot 2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}.$$

$$b) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{7^2}} = \frac{\sqrt{35}}{7}.$$

$$c) \frac{3}{2-\sqrt{3}} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{4-3} = 3(2-\sqrt{3}) = 6 - 3\sqrt{3}.$$

$$d) \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{4(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2} = 4(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}.$$

$$e) \frac{1}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2 \cdot 3^3}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{\sqrt[5]{27}}{3}.$$

$$f) \frac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$



Ejercicios de la unidad (pág 37)

PRACTICA

Aproximación y errores

① Expresa con un número adecuado de cifras significativas:

a) Audiencia de un programa de televisión: 3 017 849 espectadores.

b) Tamaño de un virus: 0,008375 mm.

c) Resultado de 15^7 .

d) Fuerza de atracción entre dos cuerpos: 18 753 N.

e) Presupuesto de un ayuntamiento: 987 245 €.

f) Porcentaje de votos de un candidato a delegado: 37,285%.

g) Capacidad de un pantano: 3 733 827 000 l.



- a) Audiencia de un programa de televisión: 3 017 849 espectadores \approx 3 000 000 espectadores.
- b) Tamaño de un virus: 0,008375 mm \approx 0,008 mm .
- c) Resultado de $15^7 = 170\,859\,375 \approx 171\,000\,000$.
- d) Fuerza de atracción entre dos cuerpos: 18 753 N \approx 19 000 N .
- e) Presupuesto de un ayuntamiento: 987 245 € \approx 1 000 000 €.
- f) Porcentaje de votos de un candidato a delegado: 37,285% \approx 37 %.
- g) Capacidad de un pantano: 3 733 827 000 l \approx 3 735 000 000 l.



 *Calcula, en cada uno de los apartados del ejercicio anterior, el error absoluto y el error relativo de las cantidades dadas como aproximaciones.*



Error absoluto = |Valor real – Valor de la medición |

Error relativo = $\frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}}$

a) Error absoluto = |3 017 849 – 3 000 000| = 17 849.

Error relativo = $\frac{17849}{3017849} \approx 0,0059$.

b) Error absoluto = |0,008375 – 0,008| = 0,000375.

Error relativo = $\frac{0,000375}{0,008375} \approx 0,045$.

c) Error absoluto = | 170 859 375 – 171 000 000 | = 140625.

Error relativo = $\frac{140625}{170859375} \approx 0,00082$.

d) Error absoluto = | 18 753 – 19 000 | = 247.

Error relativo = $\frac{247}{18753} \approx 0,013$.

e) Error absoluto = | 987 245 – 1 000 000 | = 12755.

Error relativo = $\frac{12755}{987245} \approx 0,013$.

f) Error absoluto = | 37,285 – 37 | = 0,285.

$$\text{Error relativo} = \frac{0,285}{37,285} \approx 0,0076 ..$$

g) Error absoluto = $| 3\ 733\ 827\ 000 - 3\ 735\ 000\ 000 | = 1\ 173\ 000.$

$$\text{Error relativo} = \frac{1173000}{3733827000} \approx 0,0003 .$$



① Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes aproximaciones:

a) Radio de la Tierra: 6 400 Km.

b) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 Km.

c) Habitantes de España: 41 millones.

d) Tiempo que tarda la luz en recorrer una distancia: 0,007 segundos.

e) Volumen de una gota de agua: 0,4 mm³.



○ Cota del error absoluto = ε = Mitad del número que se forma con la primera cifra significativa.

○ Cota del error relativo = $\frac{\varepsilon}{\text{Medida}}$

Se ha sombreado con la primera cifra significativa.

a) $\varepsilon = \frac{100}{2} = 50$; Cota del error relativo = $\frac{50}{6400} = 0,0078 .$

b) $\varepsilon = \frac{10000000}{2} = 5000000$; Cota del error relativo = $\frac{5000000}{150000000} = 0,0\hat{3} .$

c) $\varepsilon = \frac{1000000}{2} = 500000$; Cota del error relativo = $\frac{500000}{41000000} = 0,012 .$

d) $\varepsilon = \frac{0,001}{2} = 0,0005$; Cota del error relativo = $\frac{0,0005}{0,007} = 0,07 .$

e) $\varepsilon = \frac{0,1}{2} = 0,05$; Cota del error relativo = $\frac{0,05}{0,4} = 0,125 .$



Notación científica

5) *Expresa con todas las cifras:*

- a) $6,25 \cdot 10^8 = 625\,000\,000.$
- b) $2,7 \cdot 10^{-4} = 0,00027.$
- c) $3 \cdot 10^{-6} = 0,000003.$
- d) $5,18 \cdot 10^{14} = 518\,000\,000\,000\,000.$
- e) $3,215 \cdot 10^{-9} = 0,000000003215.$
- f) $-4 \cdot 10^{-7} = -0,0000004.$



6) *Escribe en notación científica:*

- a) $4\,230\,000\,000 = 4,23 \cdot 10^9.$
- b) $0,00000004 = 4 \cdot 10^{-8}.$
- c) $84\,300 = 8,43 \cdot 10^4.$
- d) $-0,000572 = -5,72 \cdot 10^{-4}.$



7) *Expresa en notación científica:*

- a) *Recaudación de las quinielas en una jornada de liga de fútbol: 1628 000 €.*
- b) *Toneladas de CO₂ que se emitieron a la atmósfera en 1995 en Estados Unidos: 5 228,5 miles de millones.*
- c) *Radio del átomo de oxígeno: 0,000000000066 m*



- a) $1\,628\,000\,€ = 1,628 \cdot 10^6\,€.$
- b) $5\,228,5\, \text{miles de millones} = 5,2285 \cdot 10^{12}.$
- c) $0,000000000066\, \text{m} = 6,6 \cdot 10^{-11}\, \text{m}.$



⑧ Halla una cota del error absoluto y otra del error relativo de los siguientes redondeos dados en notación científica:

a) $9,254 \cdot 10^5$

b) $3,7 \cdot 10^8$

c) $5,28 \cdot 10^{-6}$

d) $8,4 \cdot 10^{-3}$

e) $1,95 \cdot 10^6$

f) $2,185 \cdot 10^{-8}$



Sombramos █ para indicar la primera cifra significativa.

a) $9,254 \cdot 10^5 = 925 \span style="background-color: blue; color: blue;">█400; $\varepsilon = \frac{100}{2} = 50$; Cota del error relativo = $\frac{50}{925400} = 0,00005$.$

b) $3,7 \cdot 10^8 = 3 \span style="background-color: blue; color: blue;">█70 000 000; $\varepsilon = \frac{10000000}{2} = 5000000$; Cota del error relativo = $\frac{5000000}{370000000} = 0,0135$.$

c) $5,28 \cdot 10^{-6} = 0,00000 \span style="background-color: blue; color: blue;">█528; $\varepsilon = \frac{0,000001}{2} = 0,0000005$; Cota del error relativo = $\frac{0,0000005}{5,28 \cdot 10^{-6}} = 0,0947$.$

d) $8,4 \cdot 10^{-3} = 0,00 \span style="background-color: blue; color: blue;">█84; $\varepsilon = \frac{0,001}{2} = 0,0005$; Cota del error relativo = $\frac{0,0005}{8,4 \cdot 10^{-3}} = 0,0595$.$

e) $1,95 \cdot 10^6 = 1 \span style="background-color: blue; color: blue;">█950 000; $\varepsilon = \frac{10000}{2} = 5000$; Cota del error relativo = $\frac{5000}{1,95 \cdot 10^6} = 0,00256$.$



⑨ Calcula con lápiz y papel y comprueba después el resultado con la calculadora:

a) $(2 \cdot 10^5) \cdot (1,5 \cdot 10^7) = (2 \cdot 1,5) \cdot 10^{5+7} = 3 \cdot 10^{12}$.

b) $(3 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,1 \cdot 10^4) = (3 \cdot 2,1) \cdot 10^{-8+4} = 6,3 \cdot 10^{-4}$.

c) $(1,25 \cdot 10^{-17}) \cdot (4 \cdot 10^{13}) = (1,25 \cdot 4) \cdot 10^{-17+13} = 5 \cdot 10^{-4}$.

d) $(2,4 \cdot 10^{-7}) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) = (2,4 \cdot 5) \cdot 10^{-7-6} = 12 \cdot 10^{-13}$.



EJERCICIOS DE LA UNIDAD

11 Efectúa y expresa el resultado en notación científica, sin utilizar la calculadora:



- a) $(3 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^{18}) = 3 \cdot 8 \cdot 10^{-7+18} = 24 \cdot 10^{11} = 2,4 \cdot 10^{12}$.
- b) $(4 \cdot 10^{-12}) \cdot (5 \cdot 10^{-3}) = 4 \cdot 5 \cdot 10^{-12-3} = 20 \cdot 10^{-15} = 2,0 \cdot 10^{-14}$.
- c) $(5 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3}) = (5:2) \cdot 10^{12+3} = 2,5 \cdot 10^{15}$.
- d) $(5 \cdot 10^9)^2 = 5^2 \cdot (10^9)^2 = 25 \cdot 10^{18} = 2,5 \cdot 10^9$.
- e) $(4 \cdot 10^5)^{-2} = 4^{-2} \cdot (10^5)^{-2} = \frac{1}{4^2} \cdot 10^{-10} = \frac{1}{16} \cdot 10^{-10} = 6,25 \cdot 10^{-12}$.
- f) $3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10} = 310 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{10} = (310+2) \cdot 10^{10} = 312 \cdot 10^{10} = 3,12 \cdot 10^{12}$.



12 Expresa en notación científica y calcula:

- a) $(0,0073)^2 \cdot (0,0003)^3 = (7,3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (3 \cdot 10^{-4})^3 = (7,3)^2 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 3^3 \cdot (10^{-4})^3 = (7,3^2 \cdot 3^3) \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-12} = (53,29 \cdot 27) \cdot 10^{-6-12} = 1438,83 \cdot 10^{-18} = 1,43883 \cdot 10^{-15}$.
- b) $(75\ 800)^4 : (12\ 000)^2 = (7,58 \cdot 10^4)^4 : (1,2 \cdot 10^4)^2 = (7,58^4 : 1,2^2) \cdot 10^{16} \cdot 10^{-8} = 2\ 292,52632 \cdot 10^8 \approx 2,3 \cdot 10^{11}$.
- c) $\frac{0,00054110318000}{1520000 \cdot 0,00302} = \frac{5,4110^{-4} \cdot 1,0318 \cdot 10^7}{1,52 \cdot 10^6 \cdot 3,02 \cdot 10^{-3}} = \frac{(5,4110318) \cdot 10^{-4+7}}{(1,52 \cdot 3,02) \cdot 10^{6-3}} = \frac{5,582038 \cdot 10^3}{4,5904 \cdot 10^3} = 1,2160243$
- d) $\frac{2700000 - 1300000}{0,00003 - 0,00015} = \frac{2,7 \cdot 10^6 - 1,3 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^{-5} - 1,5 \cdot 10^{-4}} = \frac{2,7 \cdot 10^6 - 13 \cdot 10^6}{0,3 \cdot 10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-4}} = \frac{(2,7 - 13) \cdot 10^6}{(0,3 - 1,5) \cdot 10^{-4}} = \frac{-10,3 \cdot 10^6}{-1,2 \cdot 10^{-4}} \approx 8,583 \cdot 10^{10}$.



13 Utiliza la calculadora para efectuar las siguientes operaciones y expresa el resultado con dos y con tres cifras significativas.

- a) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4}) = 4,5 \text{ [EXP 12] } \times 8,37 \text{ [EXP 4] } = 3,7665 \cdot 10^9$.
Con dos cifras $3,8 \cdot 10^9$ y con tres $3,77 \cdot 10^9$.
- b) $(5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,25 \cdot 10^{-9}) = 5,2 \text{ [EXP 4] } \times 3,25 \text{ [EXP 9] } = 1,69 \cdot 10^{-12}$
Con dos cifras $1,7 \cdot 10^{-12}$ y con tres $1,69 \cdot 10^{-12}$.
- c) $(8,4 \cdot 10^{11}) : (3,2 \cdot 10^{-6}) = 8,4 \text{ [EXP 11] } \div 3,2 \text{ [EXP 7] } = 2,625 \cdot 10^{17}$
Con dos cifras $2,6 \cdot 10^{17}$ y con tres $2,63 \cdot 10^{17}$.

- d) $(7,8 \cdot 10^{-7})^3 = 7,8 \text{ EXP } 7 \pm \text{SHIFT } x 3 = 4,74552 \cdot 10^{-19}$.
 Con dos cifras significativas: $4,7 \cdot 10^{-19}$ y con tres $4,75 \cdot 10^{-19}$.



13 Efectúa y expresa el resultado en notación científica:

a) $\frac{3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}}{10^6 - 5 \cdot 10^5} = \frac{0,3 \cdot 10^{-4} + 7 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5} = \frac{(0,3 + 7) \cdot 10^{-4}}{(10 - 5) \cdot 10^5} = \frac{7,3 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^5} = \frac{7,3}{5} \cdot 10^{-4-5} = 1,46 \cdot 10^{-9}$.

b) $\frac{7,35 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} + 3,2 \cdot 10^7 = 1,47 \cdot 10^7 + 3,2 \cdot 10^7 = 4,67 \cdot 10^7$.

c) $(4,3 \cdot 10^3 - 7,20 \cdot 10^5)^2 = (4,3 \cdot 10^3 - 720 \cdot 10^3)^2 = (-715,7 \cdot 10^3)^2 = 512\,226,49 \cdot 10^6 = 5,1222649 \cdot 10^{11}$.



Números reales

14 a) Clasifica los siguientes números racionales o irracionales:

$$\frac{43}{13}; -\sqrt{49}; 53,7; 3,2 \cdot 10^{-10}; \sqrt{12}; \sqrt[3]{5}$$

b) ¿Alguno de ellos es entero?

c) Ordénalos de menor a mayor.



a) Racionales: $\frac{43}{13}; -\sqrt{49}; 53,7; 3,2 \cdot 10^{-10}$. Irracionales: $\sqrt{12}; \sqrt[3]{5}$.

b) Sí es entero $-\sqrt{49} = -7$.

c) Para ordenarlos pasamos a decimales los que no lo están y después comparamos:

$$\frac{43}{13} = 3,3076923; -\sqrt{49} = -7,53,7; 3,2 \cdot 10^{-10}; \sqrt{12} = 3,4641016...; \sqrt[3]{5} = 1,70099759...$$

$$-\sqrt{49} < 3,2 \cdot 10^{-10} < \sqrt[3]{5} < \frac{43}{13} < \sqrt{12} < 53,7$$



15 Di cuáles de los siguientes números son irracionales: $-\frac{3}{4}$; $1,7\bar{3}$; $\sqrt{3}$; π ; $\sqrt{9}$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$



Son irracionales: $\sqrt{3}$; π ; $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$



16 Ordena de menor a mayor:

a) $1,45$; $1,4$; $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\frac{13}{9}$



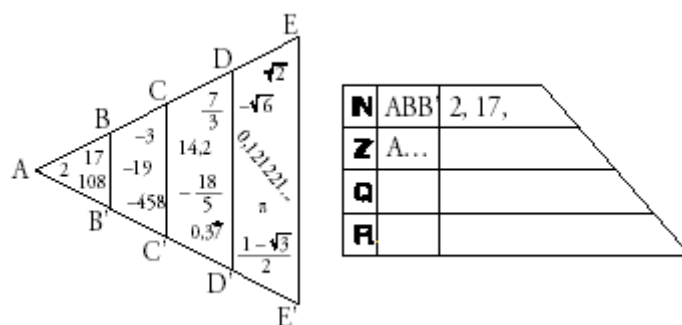
Hallamos las expresiones decimales para comparar.

a) $1,45$; $1,4$; $\sqrt{2} = 1,4142136... \Rightarrow \sqrt{2} < 1,4 < 1,45$.

b) $\sqrt{2} = 1,4142136...; \sqrt[3]{3} = 1,4422496...; \frac{13}{9} = 1,4 \Rightarrow \sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \frac{13}{9}$.



17 a) Observa el diagrama y completa en tu cuaderno el cuadro adjunto.



b) Sitúa los siguientes números en el lugar que les corresponda en el diagrama y en el cuadro:

c) ¿Cómo se llaman los números de DEE'D'?



a)

N: ABB'	2; 17; 108
Z: ACC'	2; 17; 108; -3; -19; -458
Q: ADD'	2; 17; 108; -3; -19; -458; $\frac{7}{3}$; 14,2; $-\frac{18}{5}$; $0,3\bar{7}$
R: AEE'	2; 17; 108; -3; -19; -458; $\frac{7}{3}$; 14,2; $-\frac{18}{5}$; $0,3\bar{7}$; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{6}$; 0,121221...; $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

b) $3, \overline{28} \in \mathbf{Q}, \mathbf{R} \Rightarrow 3, \overline{28} \in CDD'C'$

$\frac{14}{7} \in \mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R} \Rightarrow \frac{14}{7} \in ABB'$

$\sqrt{8} \in \mathbf{R} \Rightarrow \sqrt{8} \in DEE'D'$

$-\sqrt{9} \in \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R} \Rightarrow -\sqrt{9} \in BCC'B'$

c) En esa región (DEED') se colocan los irracionales.



11 Clasifica estos números según pertenezcan a los conjuntos **N**, **Z**, **Q** y **R**.



N \Rightarrow 3; 0; 2; 18; 1.

Z \Rightarrow 3; 0; 2; 18; 1; -2; -4; -1; $\sqrt[3]{-1}$.

Q \Rightarrow 3; 0; 2; 18; 1; -2; -4; -1; $\sqrt[3]{-1}$; $-\frac{3}{4}$; 7,23; $\frac{1}{3}$; $\frac{11}{9}$; 2,48.

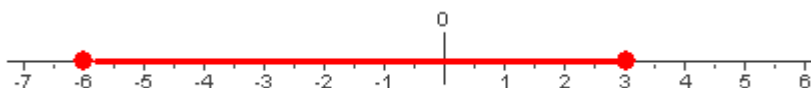
R \Rightarrow 3; 0; 2; 18; 1; -2; -4; -1; $\sqrt[3]{-1}$; $-\frac{3}{4}$; 7,23; $\frac{1}{3}$; $\frac{11}{9}$; 2,48; $\sqrt{12}$; π ; $1+\sqrt{2}$; 1,01,02,03... .



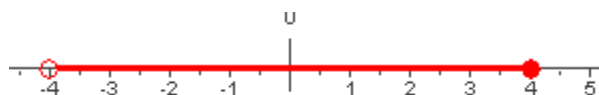
Intervalos

21 Escribe simbólicamente y representa los siguientes intervalos:

$A = \{x / -6 \leq x \leq 3\} \equiv [-6, 3]$



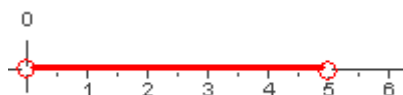
$B = \{x / -4 < x \leq 4\} \equiv (-4, 4]$



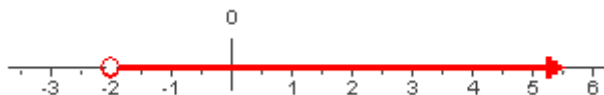
$C = \{x / 3 \leq x\} \equiv [3, +\infty)$



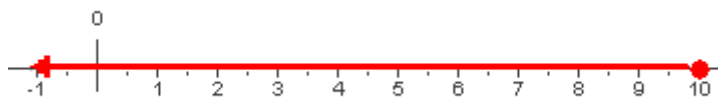
$D = \{x / 0 < x < 5\} \equiv (0, 5)$



$E = \{x / x > -2\} \equiv (-2, +\infty)$



$F = \{x / 10 \geq x\} \equiv (-\infty, 10]$

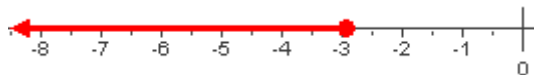


21 Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen la desigualdad indicada en cada caso:

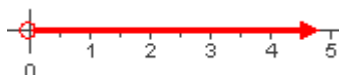
a) $0 < x < 1 \equiv (0, 1)$



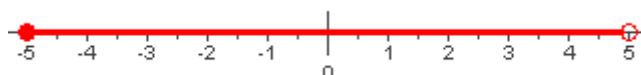
b) $x \leq -3 \equiv (-\infty, -3]$



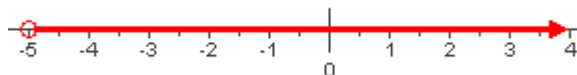
c) $x > 0 \equiv (0, +\infty)$



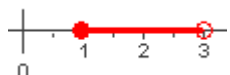
d) $-5 \leq x < 5 \equiv [-5, 5)$



e) $-5 < x \equiv (-5, +\infty)$

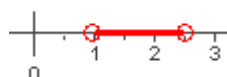


f) $1 \leq x < 3 \equiv [1, 3)$

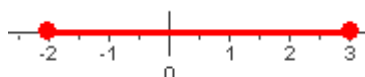


22 Escribe en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

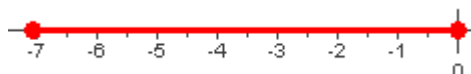
$P = (1; 2,5) \equiv \{x \in \mathbf{R} / 1 < x < 2,5\}$



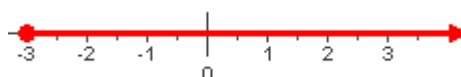
$Q = [-2, 3] \equiv \{x \in \mathbf{R} / -2 \leq x \leq 3\}$



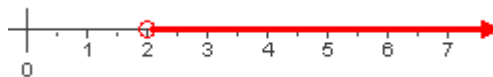
$R = [-7, 0] \equiv \{x \in \mathbf{R} / -7 \leq x \leq 0\}$



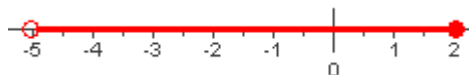
$S = [-3, +\infty) \equiv \{x \in \mathbf{R} / x \geq -3\}$



$$T = (2, +\infty) \equiv \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$$



$$I = (-5, 2] \equiv \{x \in \mathbb{R} / -5 < x \leq 2\}$$



Potencias y raíces

②④ Expresa como potencia única:

$$a) \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$b) 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 2\sqrt[3]{\frac{1}{2^2}} = 2 \cdot \sqrt[3]{2^{-2}} = 2 \cdot 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{1 - \frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$c) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{6}}$$

$$d) \frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2} = \frac{a^{\frac{8}{3}}}{a^2} = a^{\frac{8}{3} - 2} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$e) \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} = \sqrt[3]{a^{-2}} = a^{-\frac{2}{3}}$$

$$f) a \cdot \sqrt{\frac{1}{a}} = a \cdot \sqrt{a^{-1}} = a \cdot a^{-\frac{1}{2}} = a^{1 - \frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$$

