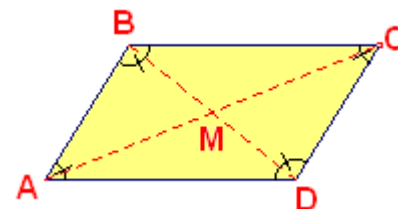


Te conviene recordar

ALGUNAS PROPIEDADES DE LOS PARALELOGRAMOS

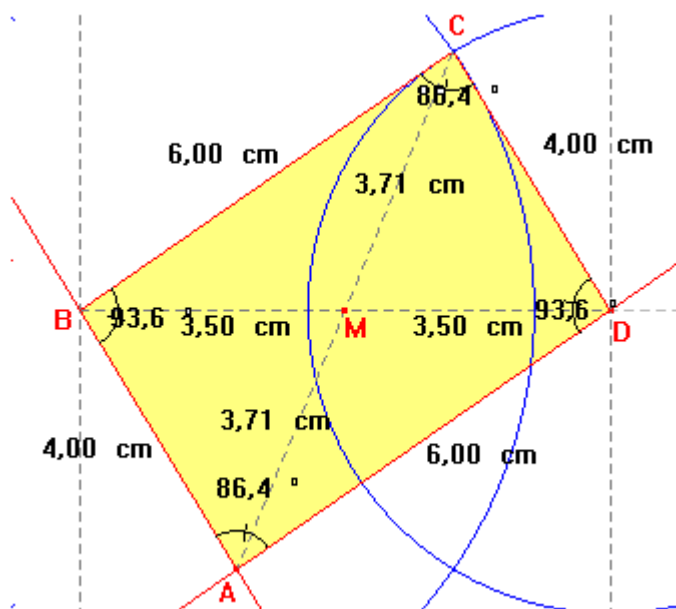
Paralelogramos son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos. Tienen las siguientes propiedades:

- Sus lados opuestos son iguales: $AB = CD$ y $BC = AD$
- Sus ángulos opuestos son iguales: $A = C$ y $B = D$
- Sus ángulos contiguos son suplementarios: $A + B = 180^\circ$, $C + D = 180^\circ$
- Las diagonales se cortan en sus puntos medios: $AM = MC$, $BM = MD$.



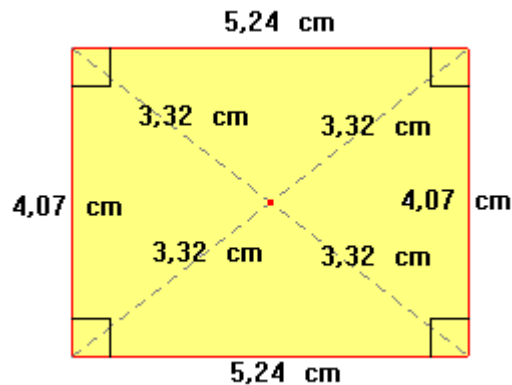
Cada una de estas propiedades caracteriza a los paralelogramos. Es decir, si un cuadrilátero cumple una de ellas, entonces es un paralelogramo.

- ① Construye un paralelogramo cuyos lados midan 4 cm y 6 cm, y una de sus diagonales, 7 cm. Comprueba que se cumplen todas las propiedades anteriores.



En el dibujo se han puesto las medidas que permiten comprobar las propiedades enunciadas.

2 Dibuja dos segmentos iguales y paralelos. Completa con ellos un cuadrilátero. Comprueba que es un paralelogramo. (Esta es, también, una caracterización de los paralelogramos: cuadriláteros que tienen un par de lados iguales y paralelos).

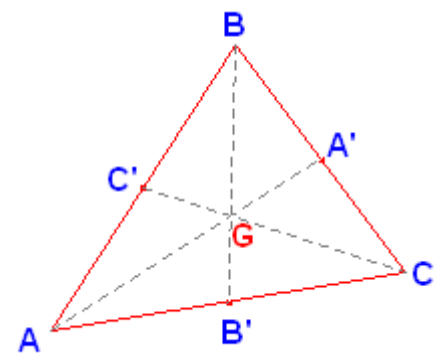


QUÉ SON LAS MEDIANAS Y EL BARICENTRO DE UN TRIÁNGULO

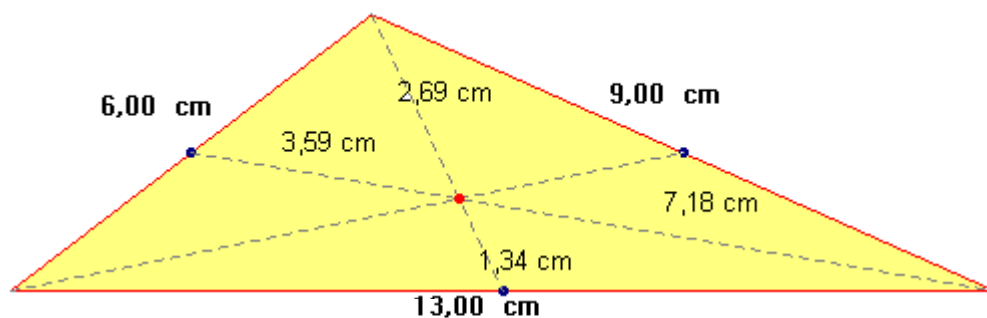
Se llama mediana de un triángulo a un segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto llamado baricentro.

El baricentro divide a cada mediana en dos segmentos, uno doble del otro:

$$GA = 2GA', \quad GB = 2GB', \quad GC = 2GC'$$

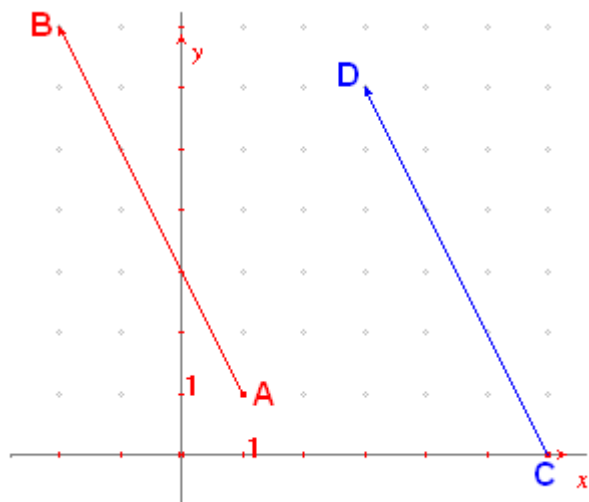


3 Dibuja con regla y compás un triángulo de lados 6 cm, 9 cm y 13 cm. Traza sus medianas y señala su baricentro. Comprueba, midiendo, que el baricentro divide a cada mediana en dos segmentos, uno doble del otro.



ACTIVIDADES (Página 176)

1 Representa los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} , siendo $A(1, 1)$, $B(-2, 7)$, $C(6, 0)$, $D(3, 6)$ y observa que son iguales. Comprueba que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ hallando sus coordenadas. Calcula su módulo.



$$\overrightarrow{AB} = B - A = (-2, 7) - (1, 1) = (-3, 6)$$

$$\overrightarrow{CD} = D - C = (3, 6) - (6, 0) = (-3, 6)$$

$$\left| \overrightarrow{AB} \right| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = \sqrt{45} = \left| \overrightarrow{CD} \right|$$

2 Tenemos tres puntos de coordenadas: $A(3, -1)$, $B(4, 6)$, $C(0, 0)$

Halla las coordenadas del punto D para que los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} sean iguales.

Si llamamos a $D(x, y)$, para que los dos vectores sean iguales han de tener las mismas componentes, es decir ha de cumplirse :

$$B - A = D - C, (4, 6) - (3, -1) = (x, y) - (0, 0), (1, 7) = (x, y), x = 1, y = 7, \text{ el punto } D(1, 7).$$

ACTIVIDADES (Página 177)

1 a) Representa los vectores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ siendo $A(1, 3)$, $B(4, 5)$, $C(6, -2)$. Halla sus coordenadas.

b) Representa $\vec{u} + \vec{v}$ y halla sus coordenadas.

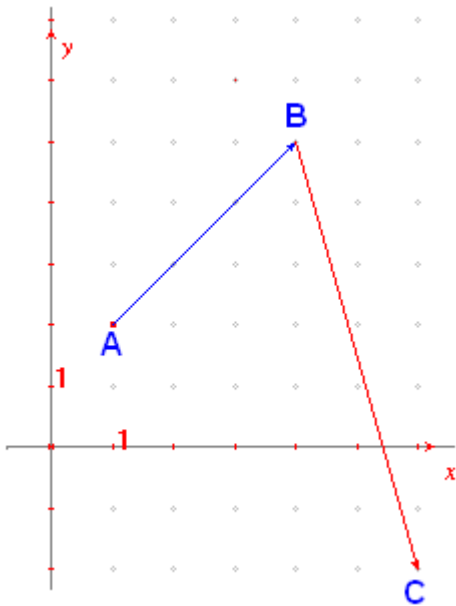
c) Representa $3\vec{u} - 2\vec{v}$ y $0\vec{v}$ y halla sus coordenadas.

d) Representa y halla las coordenadas del vector $3\vec{u} - 4\vec{v}$.

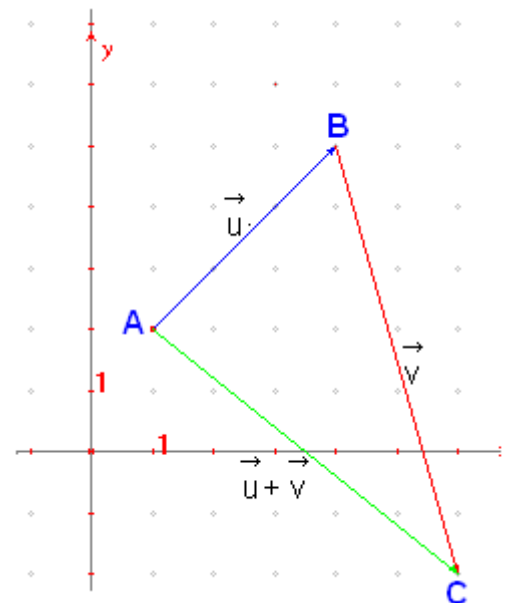
a) Las coordenadas son:

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = B - A = (4, 5) - (1, 3) = (3, 2)$$

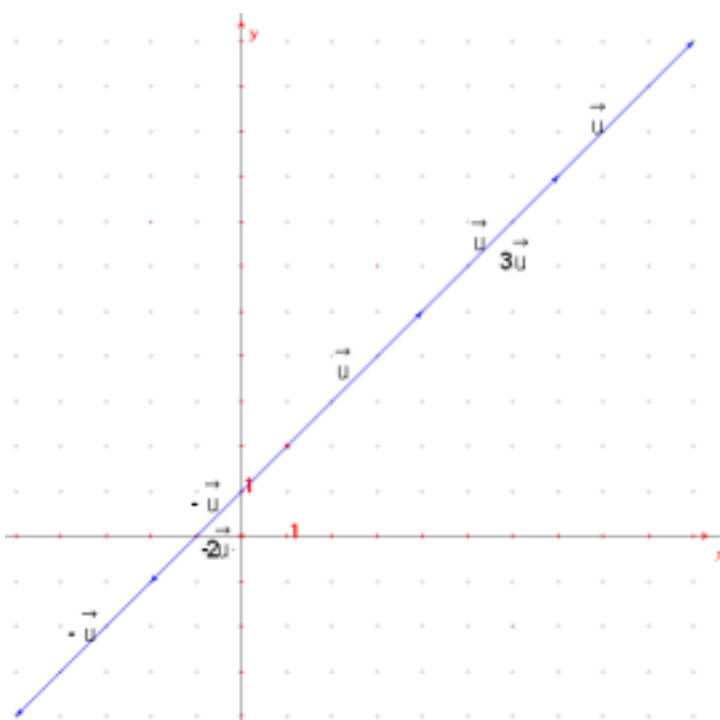
$$\vec{v} = \overrightarrow{BC} = C - B = (6, -2) - (4, 5) = (2, -7)$$



b) $\vec{u} + \vec{v} = (3, 2) + (2, -7) = (5, -5)$, por el extremos de \vec{u} dibujamos \vec{v} y uniendo el origen del primero con el extremos del segundo tenemos el vector suma, cuyas componentes obtenemos sumando algebraicamente componente a componente.



c)



$3\vec{u} = 3(3, 2) = (9, 6)$, ponemos 3 veces \vec{u} una a continuación de las otras ya que un producto ni es más que sumar un factor tantas veces como indica el otro.

$-2\vec{u} = -2(3, 2) = (-6, -4)$, ahora colocamos dos veces el opuesto de \vec{u} .

$0\vec{v} = 0(2, -7) = (0, 0)$

d)

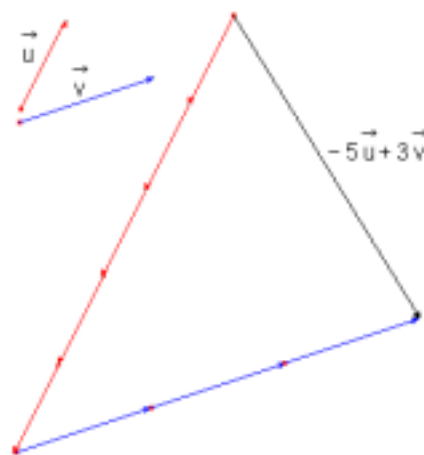


$\vec{3u} - 4\vec{v} = 3(3, 2) - 4(2, -7) = (9, 6) - (8, -28) = (1, 34)$, colocamos 3 veces \vec{u} y 4 veces el opuesto de \vec{v} y después unimos el origen con el extremo.

ACTIVIDADES (Página 178)

2) Dibuja en tu cuaderno dos vectores \vec{u} y \vec{v} que sean, aproximadamente, como los de la derecha, y obtén gráficamente el vector $-5\vec{u} + 3\vec{v}$.

Empezamos poniendo 5 veces el opuesto de \vec{u} y por su extremos 3 veces \vec{v} y tenemos $-5\vec{u} + 3\vec{v}$.



3) $\vec{u}(-5, 8)$, $\vec{v}(-41, -10)$, $\vec{w}(3, 6)$.

a) Halla las coordenadas de $3\vec{u} - 2\vec{v} + 10\vec{w}$.

b) Averigua el valor de x e y para que se cumpla que $x\vec{u} + y\vec{w} = \vec{v}$.

a) $3\vec{u} - 2\vec{v} + 10\vec{w} = 3(-5, 8) - 2(-41, -10) + 10(3, 6) = (-15, 24) + (82, 20) + (30, 60) = (97, 104)$

$$b) \ x\vec{u} + y\vec{w} = \vec{v} \Leftrightarrow x(-5,8) + y(3,6) = (-41,-10) \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 3y = -41 \\ 8x + 6y = -10 \end{cases} \xrightarrow{-2} \begin{cases} 10x - 6y = 82 \\ 8x + 6y = -10 \\ \hline 18x = 72 \end{cases}$$

$$x = 72/18 = 4, \text{ luego } y = \frac{-41 + 5x}{3} = \frac{-41 + 20}{3} = 7$$

ACTIVIDADES (Página 179)

1 Desde el punto A(8, 9) nos movemos en la dirección de $\vec{v}(-1, -2)$ cuatro veces su longitud. Después nos movemos el triple de $\vec{w}(2, 1)$. las coordenadas del punto al que se llega.

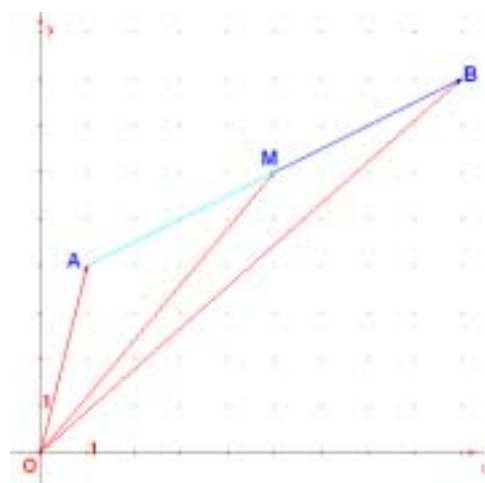
$$\text{Llegada} = A + 4\vec{v} + 3\vec{w} = (8, 9) + 4(-1, -2) + 3(2, 1) = (8, 9) + (-4, -8) + (6, 3) = (10, 4).$$

2 Halla el punto medio del segmento de extremos A(1, 4), B(9, 8). Para ello, utiliza el vector

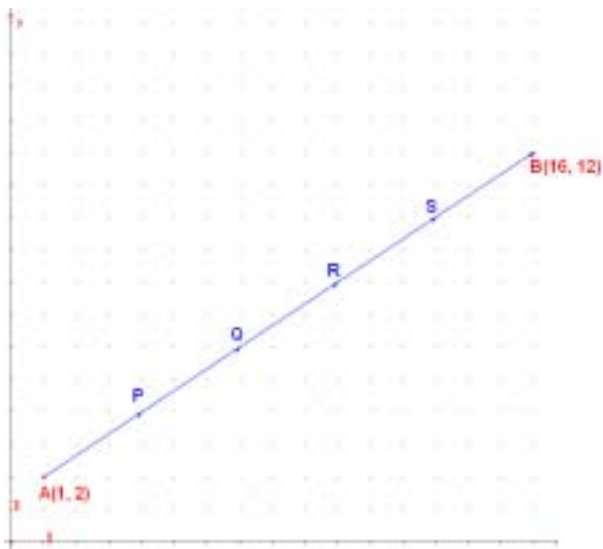
$$\frac{1}{2}\vec{AB}.$$

Se cumple $M = A + \vec{AM}$ o la equivalente $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{AM}$, en donde $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, luego:

$$M = (1,4) + \frac{1}{2}(9 - 1, 8 - 4) = (1,4) + (4,2) = (5,6)$$



3 Dividimos el segmento de extremos A(1, 2), B(16, 12) en cinco partes iguales. Localiza mediante sus coordenadas los cuatro puntos de separación. Para ello, utiliza el vector $\vec{v} = \frac{1}{5}\vec{AB}$.



$$\vec{AB} = B - A = (16,12) - (1,2) = (15,10)$$

$$P = A + \frac{1}{5}\vec{AB} = (1,2) + \frac{1}{5}(15,10) = (1,2) + (3,2) = (4,4)$$

$$Q = A + \frac{2}{5}\vec{AB} = (1,2) + \frac{2}{5}(15,10) = (1,2) + (6,4) = (7,6)$$

$$R = A + \frac{3}{5}\vec{AB} = (1,2) + \frac{3}{5}(15,10) = (1,2) + (9,6) = (10,8)$$

$$S = A + \frac{4}{5}\vec{AB} = (1,2) + \frac{4}{5}(15,10) = (1,2) + (12,8) = (13,10)$$

ACTIVIDADES (Página 180)

① Halla las coordenadas del punto medio de los siguientes segmentos:

a) A(-2, 5), B(4, 1) **b)** P(7, -3), Q(-5, 1) **c)** R(1, 4), S(7, 2) **d)** A(-3, 5), B(4, 0)

Las coordenadas del punto medio de un segmento se hallan haciendo la semisuma de las coordenadas de los extremos:

$$\mathbf{a)} \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M(1, 3) \quad \mathbf{b)} \begin{cases} x_M = \frac{x_P + x_Q}{2} = \frac{7-5}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_P + y_Q}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1, -1)$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} x_M = \frac{x_R + x_S}{2} = \frac{1+7}{2} = 4 \\ y_M = \frac{y_R + y_S}{2} = \frac{4+2}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M(4, 3) \quad \mathbf{d)} \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5+0}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow M(1, 3)$$

② Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto de P en los siguientes casos:

a) A(4, -1), P(-7, 2)

b) A(2, 4), P(5, -1)

Si A'(x, y) es el punto simétrico buscado, se cumplirá que P será el punto medio del segmento AA' :

$$\mathbf{a)} \begin{cases} x_P = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Leftrightarrow -7 = \frac{4+x}{2} \Leftrightarrow -14 = 4+x \Leftrightarrow x = -18 \\ y_P = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Leftrightarrow 2 = \frac{-1+y}{2} \Leftrightarrow 4 = -1+y \Leftrightarrow y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow A'(-18, 5)$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} x_P = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Leftrightarrow 5 = \frac{2+x}{2} \Leftrightarrow 10 = 2+x \Leftrightarrow x = 8 \\ y_P = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Leftrightarrow -1 = \frac{4+y}{2} \Leftrightarrow -2 = 4+y \Leftrightarrow y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow A'(8, -6)$$

ACTIVIDADES (Página 180)

① Comprueba si R(2, 7), S(5, -1) y T(15, -25) están alineados.

Si están alineados \vec{RS} y \vec{ST} han de tener la misma dirección, es decir las componentes proporcionales:

$$\begin{cases} \vec{RS} = S - R = (5, -1) - (2, 7) = (3, -8) \\ \vec{ST} = T - S = (15, -25) - (5, -1) = (10, -24) \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{10} \neq \frac{-8}{-24} \Rightarrow \text{los puntos R, S y T no están alineados}$$

2 Averigua el valor de a para que los puntos $R(2, 7)$, $S(5, -1)$ y $Q(a, -25)$ estén alineados.

Si están alineados \vec{RS} y \vec{SQ} han de tener la misma dirección, es decir las componentes proporcionales:

$$\begin{cases} \vec{RS} = S - R = (5, -1) - (2, 7) = (3, -8) \\ \vec{SQ} = Q - S = (a, -25) - (5, -1) = (a - 5, -24) \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{a - 5} = \frac{-8}{-24} \Leftrightarrow -8a + 40 = -72 \Leftrightarrow a = \frac{40 + 72}{8} = 14$$

Para que R , S y Q estén alineados $a = 14$.

3 Dados los puntos $A(0, 1)$, $B(2, 5)$, $P(x, y)$, averigua qué relación deben cumplir x e y para que P esté alineado con A y B .

$$\begin{cases} \vec{AB} = B - A = (2, 5) - (0, 1) = (2, 4) \\ \vec{BP} = P - B = (x, y) - (2, 5) = (x - 2, y - 5) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{x - 2} = \frac{4}{y - 5} \Leftrightarrow 2y - 10 = 4x - 8 \Leftrightarrow y = 2x + 1$$

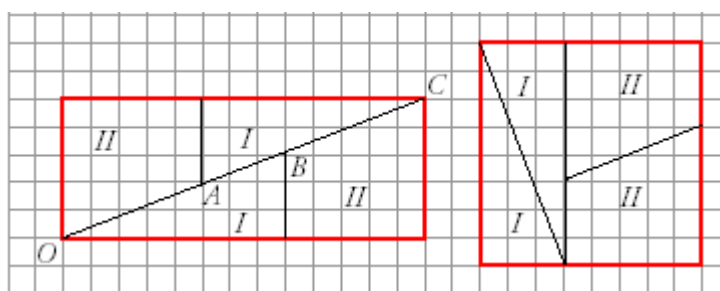
Para que A , B y P estén alineados se debe cumplir que $y = 2x + 1$, por ejemplo, si $x = 1$, $y = 3$, si $x = 0$, $y = 1$, etc.

4 Averigua el valor de t para que $A(1, 2)$, $B(7, -11)$ y $C(t, 2t)$ estén alineados.

$$\begin{cases} \vec{AB} = B - A = (7, -11) - (1, 2) = (6, -13) \\ \vec{BC} = C - B = (t, 2t) - (7, -11) = (t - 7, 2t + 11) \end{cases} \Rightarrow \frac{-6}{t - 7} = \frac{13}{2t + 11} \Leftrightarrow -12t - 66 = 13t - 91 \Leftrightarrow 25t = -25$$

luego $t = \frac{-25}{25} = -1$

5 En la figura de la derecha ¿cómo es posible que el rectángulo, que tiene $5 \times 13 = 65$ cuadritos, se pueda descomponer en los mismos cuatro fragmentos que el cuadrado, que tiene $8 \times 8 = 64$ cuadritos? El secreto está en que los puntos $OABC$ no están alineados.



Compruébalo tomando $O(0, 0)$, $A(5, 2)$, $B(8, 3)$, $C(13, 5)$ y probando que el vector \vec{OA} no es paralelo al vector \vec{AB} .

$$\begin{cases} \vec{OA} = A - O = (5,2) - (0,0) = (5,2) \\ \vec{AB} = B - A = (8,3) - (5,2) = (3,1) \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{3} \neq \frac{2}{1} \Rightarrow \text{los puntos O, A y B no están alineados}$$

$$\begin{cases} \vec{OC} = C - O = (13,5) - (0,0) = (13,5) \\ \vec{AB} = B - A = (8,3) - (5,2) = (3,1) \end{cases} \Rightarrow \frac{13}{3} \neq \frac{5}{1} \Rightarrow \text{los puntos O, A, B y C no están alineados}$$

ACTIVIDADES (Página 182)

1 Halla la ecuación de la recta que pasa por:

a) $A(1, 3), B(5, 5)$

b) $A(1, 6), B(8, -2)$

a)

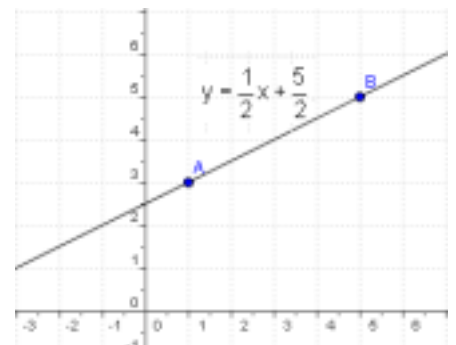
○ Hallamos el vector director

$$\vec{v} = \vec{AB} = B - A = (5,5) - (1,3) = (4,2) \text{ y la pendiente}$$

$$m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

○ Escribimos la ecuación de la recta, tomando como punto uno de los dos, el A, por ejemplo:

$$r \equiv y = y_0 + m(x - x_0) \equiv y = 3 + \frac{1}{2}(x - 1) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$



b)

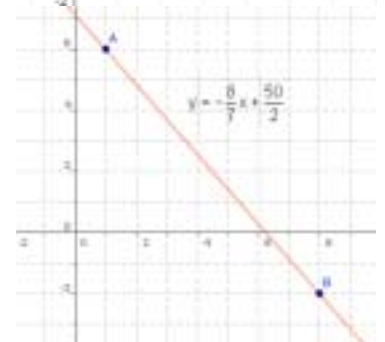
○ Hallamos el vector director

$$\vec{v} = \vec{AB} = B - A = (8,-2) - (1,6) = (7,-8) \text{ y la pendiente}$$

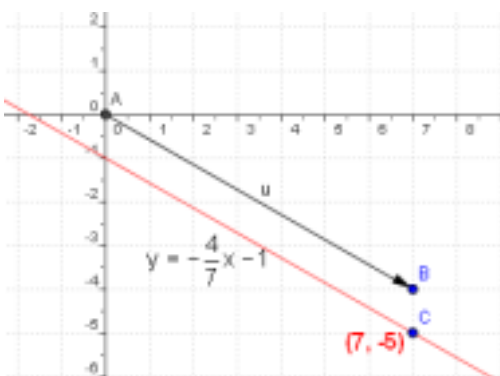
$$m = \frac{-8}{7}$$

○ Escribimos la ecuación de la recta, tomando como punto uno de los dos, el A, por ejemplo:

$$r \equiv y = y_0 + m(x - x_0) \equiv y = 6 + \frac{-8}{7}(x - 1) \Leftrightarrow y = -\frac{8}{7}x + \frac{50}{7}$$



2 Halla la ecuación de la recta que pasa por $(7, -5)$ y tiene por vector dirección $(7, -4)$.



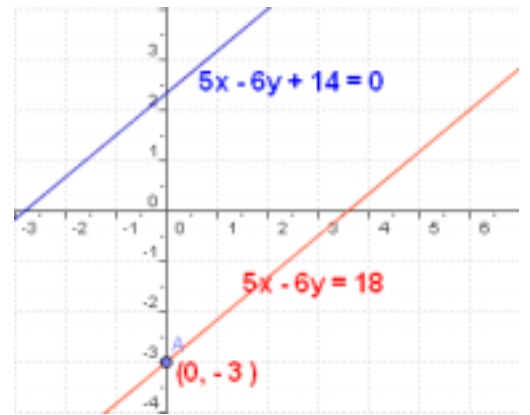
Si el vector de dirección es $(7, -4)$, la pendiente de la recta $m = \frac{-4}{7}$ y la ecuación de la recta pedida:

$$r \equiv y = -5 - \frac{4}{7}(x - 7) \equiv -\frac{4}{7}x - 1$$

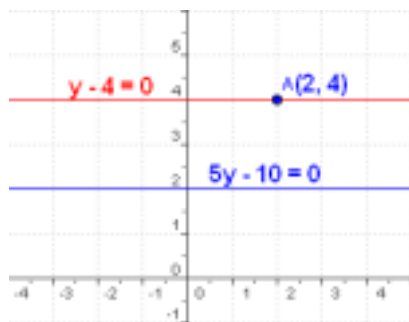
3) Halla la recta paralela a $5x - 6y + 14 = 0$ que pasa por $(0, -3)$.

La recta paralela a la dada tendrá de ecuación $5x - 6y + k = 0$, en donde desconocemos el término independiente k , lo calculamos sustituyendo el punto por el que pasa, cumple la ecuación de la recta, y despejando k :

$5 \cdot 0 - 6 \cdot (-3) + k = 0$; $18 + k = 0$; $k = -18$, luego la ecuación de la recta pedida es $5x - 6y - 18 = 0$



4) Halla la recta paralela a $5y - 10 = 0$ que pasa por $(2, 4)$.



La recta paralela a la dada tendrá de ecuación $5y + k = 0$, en donde desconocemos el término independiente k , lo calculamos sustituyendo el punto por el que pasa $(2, 4)$, cumple la ecuación de la recta, y despejando k :

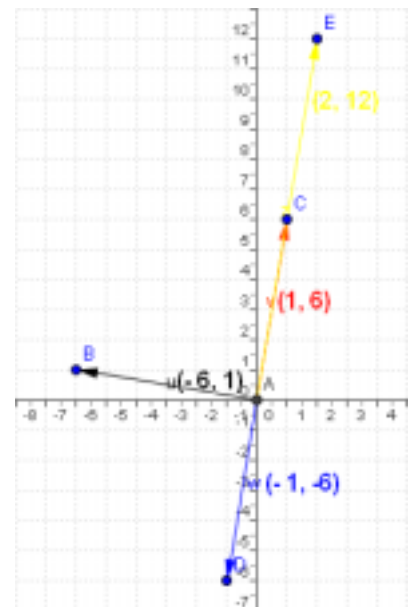
$5 \cdot 4 + k = 0$; $20 + k = 0$; $k = -20$, luego la ecuación de la recta pedida es $5y - 20 = 0$, o su equivalente $y - 4 = 0$

ACTIVIDADES (Página 183)

5) Da tres vectores perpendiculares a $(-6, 1)$.

Un vector perpendicular a otro dado $\vec{u}(a,b)$ es de la forma $(-kb, ka)$, o $(kb, -ka)$ luego los vectores pedidos son:

$$\vec{v}_1 = (1, 6), \vec{v}_2 = (-1, -6) \text{ y } \vec{v}_3 = (2, 12)$$



6) Halla la ecuación de la recta que pasa por $P(2, -5)$ y es perpendicular al vector $\vec{v}(5, 7)$.

Si el vector perpendicular es $(5, 7)$, un vector director es $(7, -5)$ y la pendiente de la recta buscada $m = -\frac{5}{7}$ y la ecuación de la recta $y = -5 - \frac{5}{7}(x - 2) \Leftrightarrow y = -\frac{5}{7}x - \frac{25}{7}$

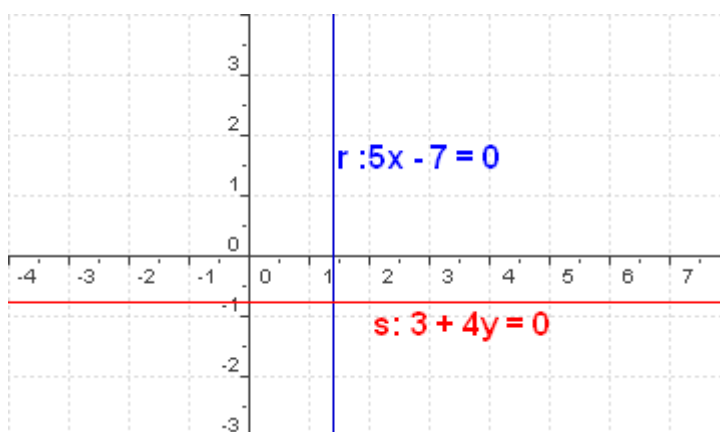
7 La recta r pasa por $(3, 0)$ y la recta s , por $(-5, 3)$. Ambas son perpendiculares a $4x + 2y - 7 = 0$. Halla sus ecuaciones.

De la recta $4x + 2y - 7 = 0 \Rightarrow y = \frac{7-4x}{2} = -2x + \frac{7}{2}$, luego la pendiente es $m = -2$ y la pendiente de cualquier recta perpendicular será: $m_1 = \frac{1}{2}$ y por lo tanto las ecuaciones de las rectas pedidas será:

$$r \equiv y = 0 + \frac{1}{2}(x-3) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad s \equiv y = 3 + \frac{1}{2}(x+5) = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

ACTIVIDADES (Página 183)

1 Representa r y s y da tres vectores paralelos y tres perpendiculares a ellas: $r: 5x-7=0$ $s: 3+4y=0$



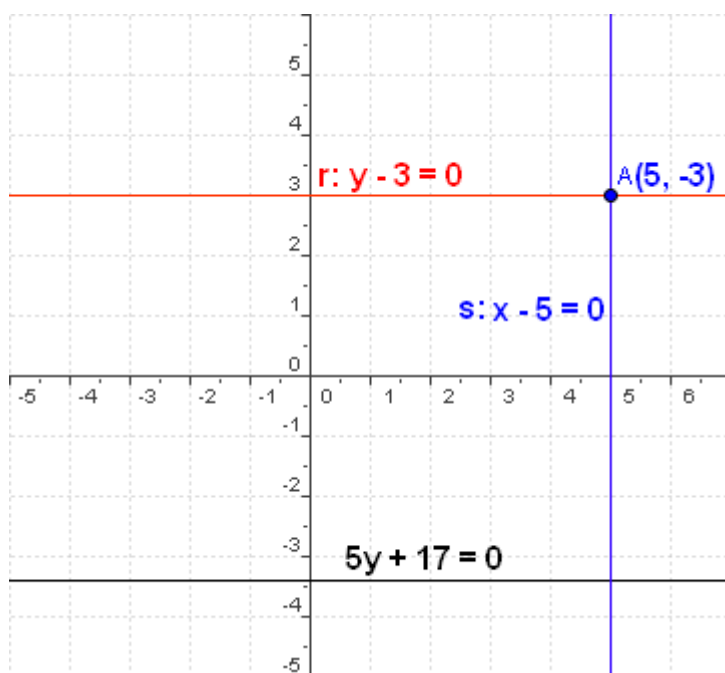
Como $r : 5x - 7 = 0$, es vertical, vectores paralelos son $\vec{u}_1(0,1), \vec{u}_2(0,2)$ y $\vec{u}_3(0,-1)$ y vectores perpendiculares $\vec{v}_1(1,0), \vec{v}_2(2,0)$ y $\vec{v}_3(-1,0)$.

Como $s : 3 + 4y = 0$, es horizontal, vectores paralelos son $\vec{s}_1(1,0), \vec{s}_2(2,0)$ y $\vec{s}_3(-1,0)$ y vectores perpendiculares $\vec{w}_1(0,1), \vec{w}_2(0,2)$ y $\vec{w}_3(0,-1)$.

2 Las rectas r y s pasan por el punto $(5, -3)$. r es paralela a $5y + 17 = 0$, y s es perpendicular a ella. Representa r y s y da sus ecuaciones.

La recta paralela tendrá de ecuación $5y + k = 0$, que como pasa por $(5, -3)$ cumplirá $-15 + k = 0$, luego $k = -15$, y la ecuación $5y - 15 = 0$, es decir $y - 3 = 0$.

La recta perpendicular será vertical y pasa por el punto $(5, -3)$, su ecuación es $x = 5$, o $x - 5 = 0$.



ACTIVIDADES (Página 185)

- ① s: $4x - 6y - 2 = 0$, $P(5, 2)$. Halla las ecuaciones de r_1 y r_2 sabiendo que:
 r_1 pasa por P y es paralela a s.
 r_2 pasa por P y es perpendicular a s.

□ La recta r_1 , al ser paralela a s, tiene la ecuación $4x - 6y + k = 0$. Hallamos k sustituyendo las coordenadas del punto $P(5, 2)$, $4 \cdot 5 - 6 \cdot 2 + k = 0$, $20 - 12 + k = 0$, $k = -8$, la ecuación es pues $r_1: 4x - 6y - 8 = 0$, o simplificando $r_1: 2x - 3y - 4 = 0$.

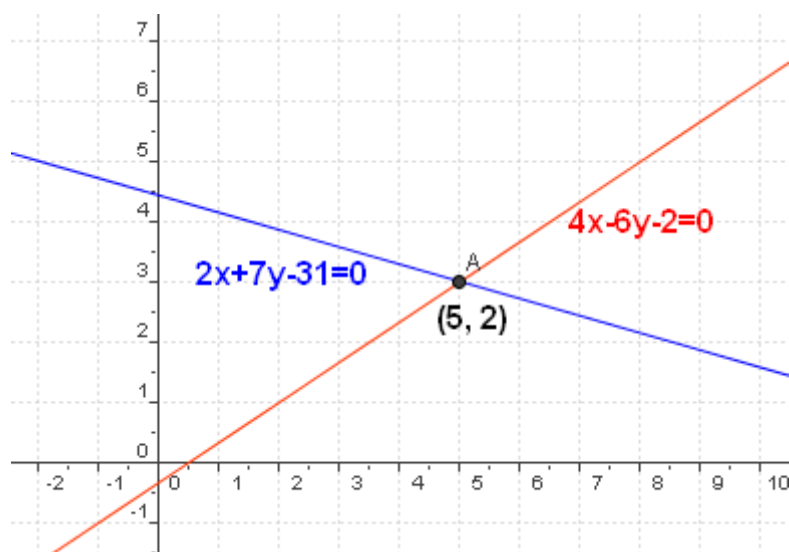
□ La recta r_2 , al ser perpendicular a s, tiene la ecuación $6x + 4y + k = 0$. Hallamos k sustituyendo las coordenadas del punto $P(5, 2)$, $6 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + k = 0$, $30 + 8 + k = 0$, $k = -38$, la ecuación es pues $r_2: 6x + 4y - 38 = 0$, o simplificando $r_2: 3x + 2y - 19 = 0$.

- ② Halla el punto donde se cortan las rectas r y s, y represéntalas:

$$\begin{aligned} r: 4x - 6y - 2 &= 0 \\ s: 2x + 7y - 31 &= 0 \end{aligned}$$

Para hallar el punto de corte de ambas rectas resolvemos el sistema formado por sus ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x - 6y - 2 = 0 & \xrightarrow{:-2} & -2x + 3y + 1 = 0 \\ 2x + 7y - 31 = 0 & \longrightarrow & 2x + 7y - 31 = 0 \\ \hline & & 10y - 30 = 0 \end{cases} \quad y = \frac{30}{10} = 3 \Rightarrow 2x + 21 - 31 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$



ACTIVIDADES (Página 186)

1) Calcula, en cada caso, la distancia entre A y B:

- a) A(1, 7), B(5, 4) b) A(-2, 3), B(3, -9)
 c) A(7, 11), B(-6, -1) d) A(-2, 4), B(7, 4)

$$\text{a) } d(A, B) = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{b) } d(A, B) = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3+2)^2 + (-9-3)^2} = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$$

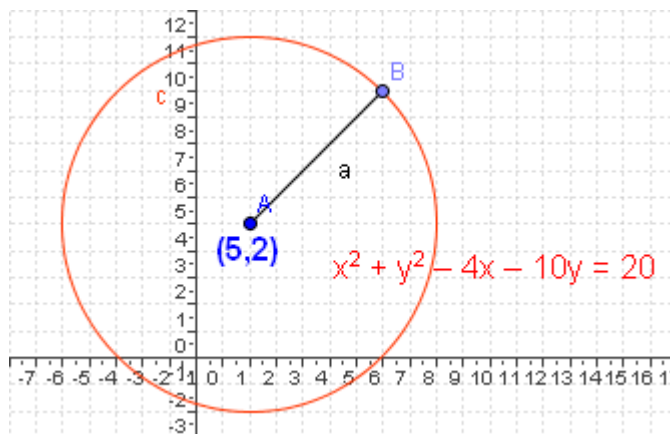
$$\text{c) } d(A, B) = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-6-7)^2 + (-1-11)^2} = \sqrt{169+144} = \sqrt{313}$$

$$\text{d) } d(A, B) = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(7+2)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{81+0} = \sqrt{81} = 9$$

2) Expresa analíticamente que la distancia de X (x, y) a P(2, 5) es 7. ¿Qué figura recorre el punto variable X?

$$d(X, P) = 7, |\vec{XP}| = 7; \sqrt{(x-2)^2 + (y-5)^2} = 7 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-5)^2 = 49 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 10y = 20$$

es la ecuación de un circunferencia de centro en P(2, 5) y radio $r = 7$.



③ Escribe, en cada caso, la ecuación de la circunferencia de centro C y radio r:

- a) $C(7, 1), r = 5$ b) $C(-2, 4), r = 12$

a) $\sqrt{(x-7)^2 + (y-1)^2} = 5 \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y-1)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 14x - 2y + 25 = 0$

b) $\sqrt{(x+2)^2 + (y-4)^2} = 12 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-4)^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 8y + 8 = 0$

④ Di el centro y el radio de las circunferencias:

a) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$

b) $(x+2)^2 + y^2 = 1$

a) Sin más que comparar con la ecuación de la circunferencia $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, cuyo centro es $O(a, b)$ y el radio r , deducimos que la circunferencia $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ tiene por centro el $O(3, 5)$ y su radio mide $r = 5$.

b) Sin más que comparar con la ecuación de la circunferencia $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, deducimos que el centro es $O(-2, 0)$ y radio $r = 1$.

EJERCICIOS DE LA UNIDAD

PRACTICA

► Vectores y puntos

① Dados los puntos $A(-2, 0), B(0, 4), C(5, 2)$ y $D(3, -4)$ halla las coordenadas de los vectores $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DA}, \vec{AC}$ y \vec{BD} .

$\vec{AB} = B - A = (0, 4) - (-2, 0) = (2, 4)$

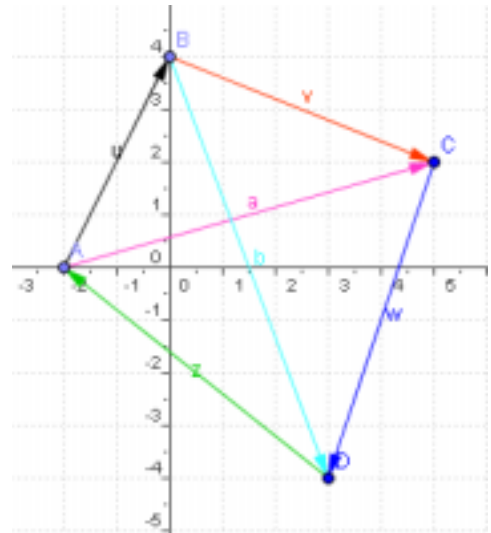
$$\vec{BC} = C - B = (5, 2) - (0, 4) = (5, -2).$$

$$\vec{CD} = D - C = (3, -4) - (5, 2) = (-2, -6).$$

$$\vec{DA} = A - D = (-2, 0) - (3, -4) = (-7, -2).$$

$$\vec{AC} = C - A = (5, 2) - (-2, 0) = (7, 2)$$

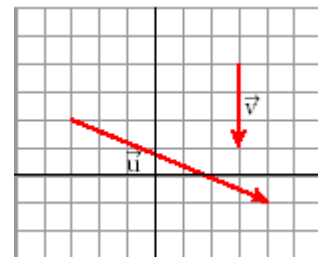
$$\vec{BD} = D - B = (3, -4) - (0, 4) = (3, -8).$$



2) Las coordenadas del vector AB son (-3, 2). ¿Cuáles serán las coordenadas de B si las de A son (3, -3)?

$$\vec{AB} = B - A \Leftrightarrow (-3, 2) = (x, y) + (3, -3) \Rightarrow \begin{cases} -3 = x + 3 \Leftrightarrow x = -6 \\ 2 = y - 3 \Leftrightarrow y = 5 \end{cases} \text{ luego } B(-6, 5)$$

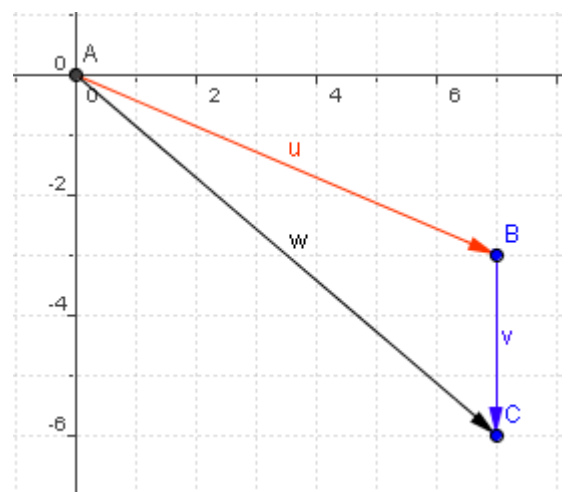
3) a) ¿Cuáles son las coordenadas de los vectores \vec{u} y \vec{v} ? ,



b) Dibuja el vector $\vec{u} + \vec{v}$ y di cuáles son sus coordenadas.

a) Las coordenadas (componentes) de un vector son las longitudes recorridas desde el punto origen al extremo en horizontal y vertical, como para llegar desde el punto origen al extremos del vector hemos de recorrer 7 hacia la derecha y 3 hacia abajo las componentes de \vec{u} son (7, -3) y las de \vec{v} (0, -3) .

b) $\vec{u} + \vec{v} = (7, -3) + (0, -3) = (7, -6)$

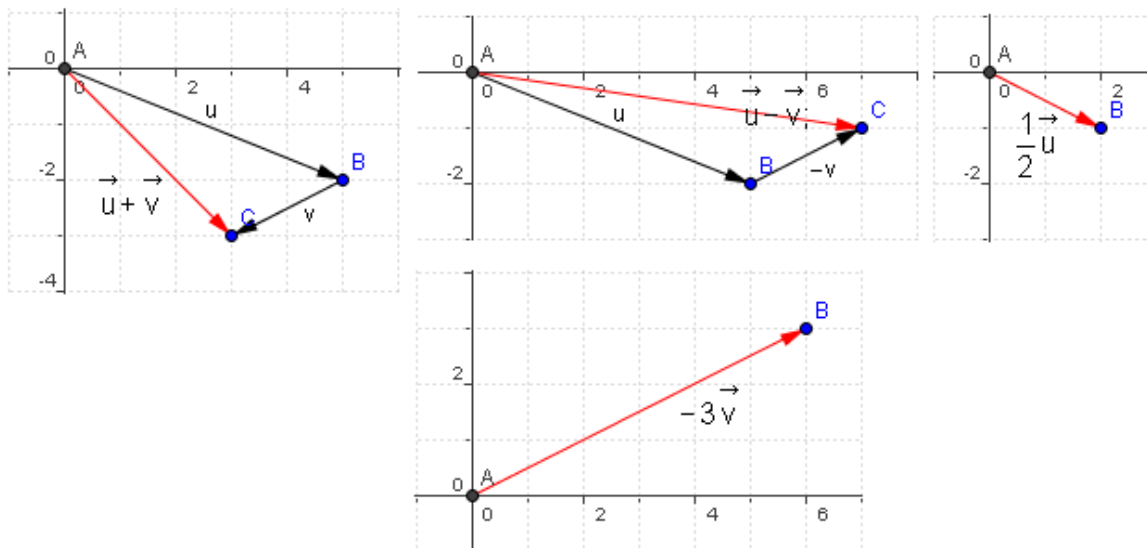


4) Dados los vectores $\vec{u}(4, -2)$ y $\vec{v}(-2, -1)$:

a) Representa los vectores $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} - \vec{v}$; $\frac{1}{2}\vec{u}$ y $-3\vec{v}$ y halla sus coordenadas.

b) ¿Cuáles son las coordenadas del vector $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$?

a)



$$\vec{u} + \vec{v} = (4, -2) + (-2, -1) = (2, -3), \quad \vec{u} - \vec{v} = (4, -2) - (-2, -1) = (6, -1), \quad \frac{1}{2}\vec{u} = \frac{1}{2}(4, -2) = (2, -1)$$

$$-3\vec{v} = -3(-2, -1) = (6, 3)$$

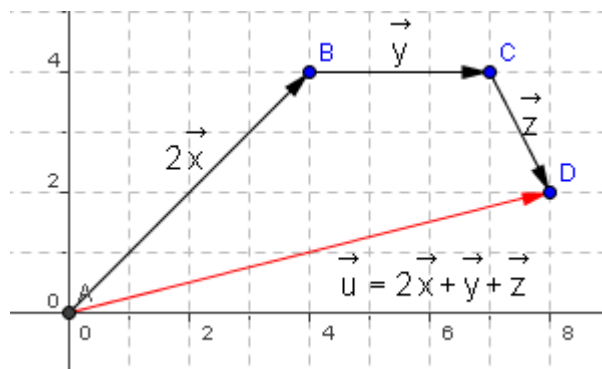
b) $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v} = 2(4, -2) + 3(-2, -1) = (2, -7)$.

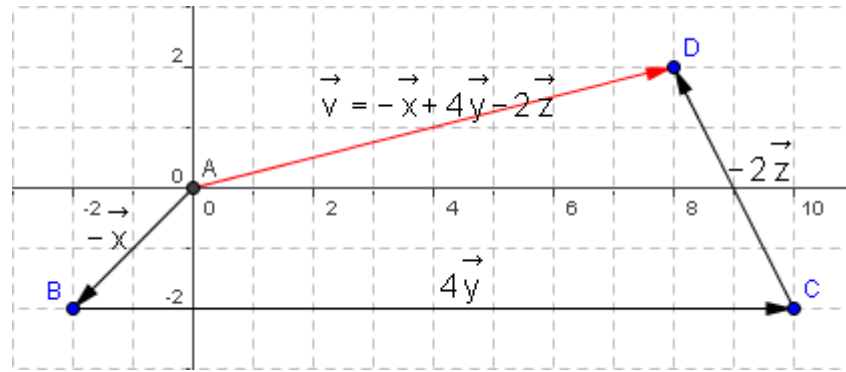
5)

a) Representa los vectores $\vec{u} = 2\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ y $\vec{v} = -\vec{x} + 4\vec{y} - 2\vec{z}$ siendo $\vec{x}(2, 2)$, $\vec{y}(3, 0)$ y $\vec{z}(1, -2)$.

b) Halla las coordenadas de \vec{u} y \vec{v} y comprueba si son iguales.

a) $\vec{u} = 2\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = 2(2, 2) + (3, 0) + (1, -2) = (4, 4) + (3, 0) + (1, -2) = (8, 2)$.





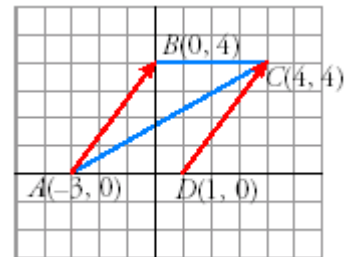
$$\vec{v} = -\vec{x} + 4\vec{y} - 2\vec{z} = -(2, 2) + 4(3, 0) - 2(1, -2) = (-2, -2) + (12, 0) + (-2, 4) = (8, 2).$$

b) Luego $\vec{u} = (8,2) = \vec{v}$

6

a) Halla los puntos medios de los segmentos AC y BD.

b) Halla las coordenadas de los vectores \vec{AB} y \vec{DC} y comprueba que son iguales.



$$\text{a) } AC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 4}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$BD \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{0 + 1}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{4 + 0}{2} = 2 \end{cases}, \text{ es el mismo punto pues es el punto en}$$

donde se cortan las diagonales del cuadrilátero ABCD y punto medio.

$$\text{b) } \vec{AB} = B - A = (0, 4) - (-3, 0) = (3, 4). \quad \vec{DC} = C - D = (4, 4) - (1, 0) = (3, 4).$$

7 El punto medio de un segmento es $M(0, -3)$ y uno de sus extremos es $(7, 2)$. ¿Cuál es el otro extremo?

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{7 + x}{2} \Leftrightarrow 0 = 7 + x \Leftrightarrow x = -7 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Leftrightarrow -3 = \frac{2 + y}{2} \Leftrightarrow -6 = 2 + y \Leftrightarrow y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow B(-7, -8)$$

8) Halla, en cada caso, el punto simétrico de $A(-3, -5)$ respecto de:

- a) $P(-2, 0)$ b) $Q(2, -3)$ c) $O(0, 0)$

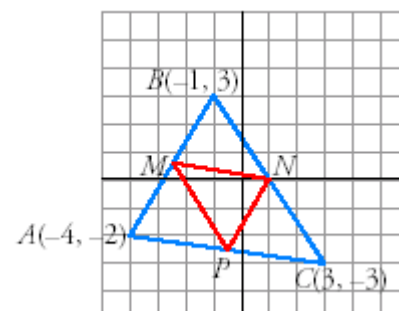
$$\text{a) } \begin{cases} x_P = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Leftrightarrow -2 = \frac{-3 + x}{2} \Leftrightarrow -4 = -3 + x \Leftrightarrow x = -1 \\ y_P = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{-5 + y}{2} \Leftrightarrow 0 = -5 + y \Leftrightarrow y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow A'(-1, 5)$$

$$\text{b) } \begin{cases} x_Q = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Leftrightarrow 2 = \frac{-3 + x}{2} \Leftrightarrow 4 = -3 + x \Leftrightarrow x = 7 \\ y_Q = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Leftrightarrow -3 = \frac{-5 + y}{2} \Leftrightarrow -6 = -5 + y \Leftrightarrow y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow A'(7, -1)$$

$$\text{c) } \begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{-3 + x}{2} \Leftrightarrow 0 = -3 + x \Leftrightarrow x = 3 \\ y_O = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{-5 + y}{2} \Leftrightarrow 0 = -5 + y \Leftrightarrow y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow A'(3, 5)$$

9) a) Determina las coordenadas de los puntos M , N y P que son los puntos medios de los lados del triángulo ABC

b) Halla las coordenadas de los vectores \vec{MN} , \vec{MP} y \vec{PN} y comprueba que :



$$\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC}; \vec{MP} = \frac{1}{2}\vec{BC} \text{ y } \vec{PN} = \frac{1}{2}\vec{AB}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4 + (-1)}{2} = -\frac{5}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{cases} x_N = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1 \\ y_N = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow N(1, 0)$$

$$\begin{cases} x_P = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4 + 3}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_P = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2 + (-3)}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

b)

$$\vec{MN} = N - M = (1,0) - \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{1}{2}(C - A) = \frac{1}{2}((3,-3) - (-4,-2)) = \frac{1}{2}(7,-1) = \left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\vec{MP} = P - M = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right) - \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right) = (2,-3) = \frac{1}{2}\vec{BC} = \frac{1}{2}(C - B) = \frac{1}{2}((3,-3) - (-1,3)) = \frac{1}{2}(4,-6) = (2,-3)$$

$$\vec{PN} = N - P = (1,0) - \left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{1}{2}(B - A) = \frac{1}{2}((-1,3) - (-4,-2)) = \frac{1}{2}(3,5) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

11 Averigua el valor de k para que se cumpla: $\left(\frac{6}{5}, -2\right) = k(-3,5)$

$$\left(\frac{6}{5}, -2\right) = k(-3,5) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{5} = -3k \Leftrightarrow k = -\frac{2}{5} \\ -2 = 5k \Leftrightarrow k = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

11 Dados los vectores $\vec{u}(3, 2)$, $\vec{v}(x, 5)$ y $\vec{w}(8, Y)$, calcula x e y para que se verifique:

$$2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$$

$$2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w} \Leftrightarrow 2(3,2) - (x,5) = (8,y) \Leftrightarrow (6-x, -1) = (8,y) \Rightarrow \begin{cases} 6-x=8 \Leftrightarrow x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$$

12 Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:

a) $A(-1, 3)$, $B\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $C(-4, -2)$

b) $A(1, 0)$, $B(-3, -2)$, $C(5, 2)$

Para que A, B y C estén alineados $\vec{AB} = k\vec{AC}$

a) $\begin{cases} \vec{AB} = B - A = \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right) - (-1,3) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right) \rightarrow \vec{AC} = (-3,-5) = 2\vec{AB} = 2\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right) \end{cases}$ Sí están alineados.

b) $\begin{cases} \vec{AB} = B - A = (-3,-2) - (1,0) = (-4,-2) \rightarrow \frac{-4}{4} = -\frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow A, B \text{ y } C \text{ están alineados.} \\ \vec{AC} = C - A = (5,2) - (1,0) = (4,2) \end{cases}$

13) Calcula m para que los puntos $R(5, -2)$, $S(-1, 1)$ y $T(2, m)$ estén alineados.

Para que los tres puntos estén alineados, las componentes de los vectores \vec{RS} y \vec{RT} han de ser proporcionales:

$$\begin{cases} \vec{RS} = S - R = (-1, 1) - (5, -2) = (-6, 3) \\ \vec{RT} = T - R = (2, m) - (5, -2) = (-3, m+2) \end{cases} \Rightarrow \frac{-6}{-3} = \frac{3}{m+2} \Leftrightarrow 2m + 4 = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

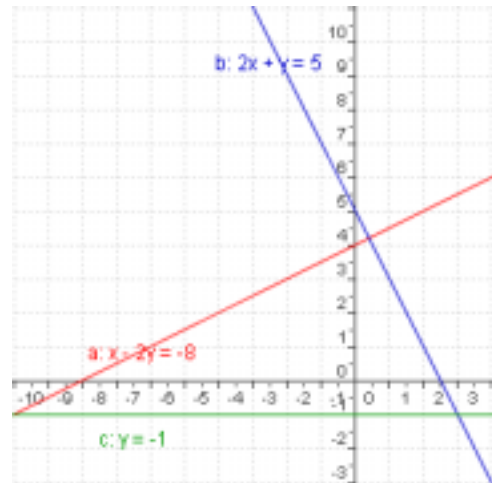
► Rectas

14) Escribe la ecuación de las siguientes rectas:

- a) Pasa por $(-4, 2)$ y su pendiente es $1/2$.
- b) Pasa por $(1, 3)$ y su pendiente es -2 .
- c) Pasa por $(5, -1)$ y su pendiente es 0 .

Utilizamos la ecuación de la recta en forma punto (x_0, y_0) -pendiente (m) :

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$



a) $y - 2 = (1/2)(x + 4)$; $2y - 4 = x + 4$; $y = \frac{1}{2}x + 4$, $x - 2y + 8 = 0$.

b) $y - 3 = -2(x - 1)$; $y - 3 = -2x + 2$; $y = -2x + 5$; $2x + y - 5 = 0$.

c) $y + 1 = 0(x - 1)$; $y + 1 = 0$; $y = -1$; $y + 1 = 0$.

15) Da un vector dirección y la pendiente de la recta que pasa por A y B en los siguientes casos:

- a) $A(-1, 0)$ $B(0, 3)$
- b) $A(0, -2)$ $B(5, -2)$
- c) $A(-2, 3)$ $B(4, -1)$

Un vector director de la recta que pasa por dos puntos A y B es $\vec{v} = k \vec{AB}$.

a) $\vec{v} = \vec{AB} = B - A = (0, 3) - (-1, 0) = (1, 3)$, cualquier vector de la forma $(k, 3k)$, con $k \in \mathbb{R}$, será un vector director de la recta que pasa por A y B y por supuesto el $(1, 3)$ que se obtiene para $k = 1$.

b) $\vec{v} = \vec{AB} = B - A = (5, -2) - (0, -2) = (5, 0)$, recta horizontal.

c) $\vec{v} = \vec{AB} = B - A = (4, -1) - (-2, 3) = (6, -4)$.

16 Halla la ecuación de cada una de las rectas del ejercicio anterior. Escríbela en forma general.

Dado un vector director $\vec{v}(v_1, v_2)$ y un punto $A(x_A, y_A)$, hallamos la ecuación de la recta mediante la ecuación "punto-pendiente": $y = y_A + m(x - x_A)$, en donde la pendiente $m = v_2/v_1$

$$\text{a) } y = y_A + \frac{v_2}{v_1}(x - x_A) \Rightarrow y = 0 + \frac{3}{1}(x + 1) = 3x + 3 \Leftrightarrow 3x - y + 3 = 0$$

$$\text{b) } y = y_A + \frac{v_2}{v_1}(x - x_A) \Rightarrow y = -2 + \frac{0}{5}x = -2 + 0 \cdot x = -2 \Leftrightarrow y + 2 = 0$$

$$\text{c) } y = y_A + \frac{v_2}{v_1}(x - x_A) \Rightarrow y = 3 + \frac{-4}{6}(x + 2) = 3 - \frac{2}{3}(x + 2) \Leftrightarrow 2x + 3y - 5 = 0$$

17 Escribe la ecuación de las siguientes rectas:

a) Pasa por (1, 3) y tiene por vector dirección $\vec{d}(2, -1)$.

b) Pasa por (-2, 1) y tiene por vector dirección $\vec{d}(-1, -3)$.

c) Pasa por (3, -2) y tiene por vector dirección $\vec{d}(2, 0)$.

Usamos el mismo procedimiento del ejercicio anterior y que se nos da un punto y un vector director:

$$\text{a) } y = y_A + \frac{v_2}{v_1}(x - x_A) \Rightarrow y = 3 + \frac{-1}{2}(x - 1) = 3 - \frac{1}{2}(x - 1) \Leftrightarrow x + 2y - 7 = 0$$

$$\text{b) } y = y_A + \frac{v_2}{v_1}(x - x_A) \Rightarrow y = 1 + \frac{-3}{-1}(x + 2) = 1 + 3(x + 2) = 3x + 7 \Leftrightarrow 3x - y + 7 = 0$$

$$\text{c) } y = y_A + \frac{v_2}{v_1}(x - x_A) \Rightarrow y = -2 + \frac{0}{2}(x - 3) = -2 + 0(x - 3) = -2 \Leftrightarrow y + 2 = 0$$

18 Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a) Paralela a $y = -2x + 3$ y pasa por (4, 5).

b) Paralela a $2x - 4y + 3 = 0$ y pasa por (4, 0).

c) Paralela a $3x + 2y - 6 = 0$ y pasa por (0, -3).

Si una recta es paralela a otra dada $r: AX + By + C = 0$, su ecuación será de la forma $Ax + By + K = 0$, ya que al ser paralelas tienen el mismo vector director (misma pendiente = mismo ángulo con el eje horizontal).

a) $y = -2x + k$; si sustituimos el punto (4, 5), podemos hallar k : $5 = -2 \cdot 4 + k$; $k = 13$ y la recta pedida es $y = -2x + 13$, o sea $2x + y - 13 = 0$.

b) $2x - 4y + k = 0$; si sustituimos el punto $(4, 0)$, podemos hallar k : $2 \cdot 4 - 4 \cdot 0 + k = 0$; $k = -8$ y la recta pedida es $2x - 4y - 8 = 0$, y dividiendo por 2 la ecuación queda $x - 2y - 4 = 0$.

c) $3x + 2y + k = 0$; si sustituimos el punto $(0, -3)$, podemos hallar k : $3 \cdot 0 + 2 \cdot (-3) + k = 0$; $k = 6$ y la recta pedida es $3x + 2y + 6 = 0$.

19 Escribe la ecuación de la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al vector v , en los siguientes casos:

a) $P(-7, 2)$ $\vec{v}(2, 1)$

b) $P(4, -3)$ $\vec{v}(-5, 4)$

c) $P(5, 1)$ $\vec{v}(-1, -3)$

Si el vector perpendicular a una recta es $\vec{v}(v_1, v_2)$, el vector director será $(-v_2, v_1)$ y por tanto la ecuación de la recta pedida será de la forma $v_1x + v_2y + k = 0$, en donde, para hallar el valor de k sustituimos el punto por el que pasa.

a) $2x + y + k = 0$; $2 \cdot (-7) + 2 + k = 0$; $k = 12$, luego la ecuación es $2x + y + 12 = 0$.

b) $-5x + 4y + k = 0$; $-5 \cdot 4 + 4 \cdot (-3) + k = 0$; $k = 32$, luego la ecuación es $-5x + 4y + 32 = 0$

c) $-x - 3y + k = 0$; $-5 - 3 + k = 0$; $k = 8$, luego la ecuación es $-x - 3y + 8 = 0$

20 Calcula la pendiente y un vector dirección de una recta perpendicular a la que pasa por $A(3, 1)$ y $B(-5, -1)$.

Si pasa por A y B , un vector director será $\vec{v} = \vec{AB} = B - A = (-5, -1) - (3, 1) = (-8, -2) \equiv (4, 1)$ y la pendiente $m = \frac{1}{4}$, luego de su perpendicular, el vector director será $\vec{w}(-1, 4)$ y su pendiente $m' = -4$.

21 Escribe la ecuación de la recta que pasa por $(-3, 0)$ y es perpendicular a $3x - y + 6 = 0$.

Si es perpendicular a $3x - y + 6 = 0$, su ecuación será $x + 3y + k = 0$ y, como sabemos que pasa por $(-3, 0)$, sustituyendo hallamos k :

$-3 + 3 \cdot 0 + k = 0$; $-3 + k = 0$; $k = 3$, y la ecuación es $x + 3y + 3 = 0$

22 Dados los puntos $A(-3, 2)$ y $B(5, 0)$ halla las ecuaciones de las rectas siguientes:

r: pasa por A y es perpendicular a \vec{AB} .

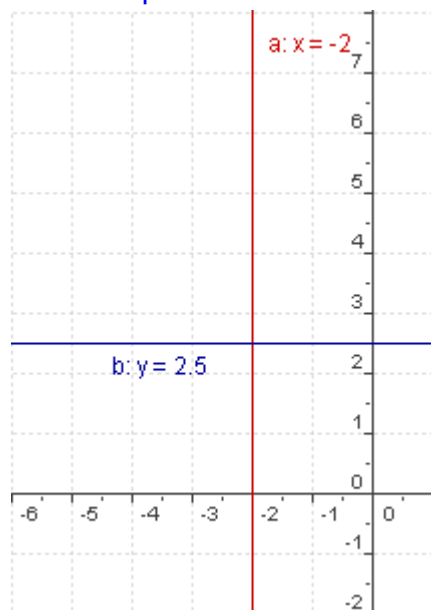
s: pasa por B y es perpendicular a \vec{AB} .

El vector $\vec{AB} = B - A = (5, 0) - (-3, 2) = (8, -2) \equiv (4, -1)$ es perpendicular a las dos rectas, luego:

□ $r : 4x - y + k = 0$; y sustituyendo $A(-3, 2)$, $4 \cdot (-3) - 2 + k = 0$, $-14 + k = 0$; $k = 14$, y por tanto $r : 4x - y + 14 = 0$.

□ $s : 4x - y + h = 0$; y sustituyendo $B(5, 0)$, $4 \cdot 5 - 0 + h = 0$, $20 + h = 0$; $h = -20$, y por tanto $s : 4x - y - 20 = 0$.

②③ Representa las rectas $3x + 6 = 0$ y $2y - 5 = 0$ y halla su punto de intersección.



El punto de corte es el punto común entre ambas rectas, que se obtiene resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones de las rectas, en este caso concreto, es más sencillo pues cada recta sólo depende de una variable, la primera es vertical y la segunda horizontal, despejando tenemos:

$$\begin{cases} 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{3} = -2 \\ 2y - 5 = 0 \Leftrightarrow 2y = 5 \Leftrightarrow y = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ el punto es } (-2, 5/2)$$

②④ Escribe la ecuación de una recta perpendicular a r y que pase por $(4, -3)$ en los siguientes casos:

a) $r : 2x + 7 = 0$

b) $s : y + 4 = 0$

a) r es vertical, luego su perpendicular será horizontal, de la forma $y + k = 0$, como tiene que pasar por $(4, -3)$, $-3 + k = 0$, $k = 3$, su ecuación es $y + 3 = 0$.

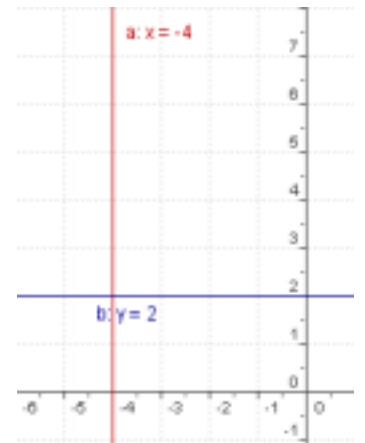
b) s es horizontal y su perpendicular vertical, de la forma $x + h = 0$, como ha de pasar por $(4, -3)$, $4 + h = 0$, $h = -4$, su ecuación será $x - 4 = 0$.

②⑤ Las rectas r y s pasan por el punto $(-4, 2)$; r es paralela a $3x - 12 = 0$ y s es perpendicular a ella. Representa r y s y halla su ecuación.

Como r es \parallel a $3x - 12 = 0$, su ecuación será de la forma $x + k = 0$ y si pasa por $(-4, 2)$, $-4 + k = 0$, $k = 4$, luego $r : x + 4 = 0$.

Si s ha de ser \perp a $3x - 12 = 0$, su ecuación será de la forma $y + h = 0$ y como pasa por $(-4, 2)$, $2 + h = 0$, $h = -2$, luego $s : y - 2 = 0$.

Su representación gráfica es:



26 La recta r es paralela a $5x - 4y + 3 = 0$, y la recta s es perpendicular a ellas. Ambas pasan por el punto $(1, 3)$. Escribe las ecuaciones de las rectas r y s .

Como r es \parallel a $5x - 4y + 3 = 0$, su ecuación será de la forma $5x - 4y + k = 0$ y si pasa por $(1, 3)$, $5 \cdot 1 - 4 \cdot 3 + k = 0$, $k = 7$, luego $r : 5x - 4y + 7 = 0$.

Si s ha de ser \perp a $5x - 4y + 3 = 0$, su ecuación será de la forma $4x + 5y + h = 0$ y como pasa por $(1, 3)$, $4 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + h = 0$, $h = -19$, luego $s : 4x + 5y - 19 = 0$.

27 Determina el punto de corte de las rectas:
 $r: 5x + 4y + 3 = 0$
 $s: -4x + 2y - 5 = 0$

El punto de corte será el que provenga de la solución del sistema formado por las dos ecuaciones de las dos rectas:

$$\begin{cases} 5x + 4y + 3 = 0 \\ -4x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 4y + 3 = 0 \\ 8x - 4y + 10 = 0 \\ \hline 13x + 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{13}{13} = -1 \Rightarrow y = \frac{-3 - 5x}{4} = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2}$$

El punto de corte es $(-1, \frac{1}{2})$.