

ACTIVIDADES INICIALES



¿Qué cantidad, de entrada, debe pagar un cliente que compre el frigorífico? ¿Qué cantidad pagará en cada una de las doce mensualidades pendientes?



$$\text{ENTRADA: } 25\% \text{ de } 480 \text{ €} = \frac{25 \cdot 480}{100} = 120 \text{ €}$$

$$480 - 120 = 360 \text{ €}$$

$$\text{Cada mensualidad será de: } \frac{360}{12} = 30 \text{ €}$$



Un cliente ha pagado una entrada de 80 € en la compra de un televisor. ¿Cuál era el precio del aparato?



El 25% del precio del televisor son 80 €.

$$\text{El televisor cuesta } \frac{80 \cdot 100}{25} = 320 \text{ €}.$$



¿Cuál es el precio de una lavadora, sabiendo que cada una de las doce mensualidades aplazadas asciende a 39€?



Las doce mensualidades suponen el 75% del precio de la lavadora.

12 MENSUALIDADES $\Rightarrow 39 \cdot 12 = 468 \text{ €}$

PRECIO TOTAL = $\frac{468 \cdot 100}{75} = 624 \text{ €}$



Actividades (pág 61)

1 Una sandía de 3,4 kg ha costado 2,21 € ¿Cuánto costará otra sandía de 4,8 kg?



El **peso** y el **precio** son magnitudes directamente proporcionales, pues a doble peso la cantidad de dinero a pagar suele ser doble.

Planteamos una regla de tres simple directa:

Peso (Kg)	Importe(€)	
3,4 -----	2,21	$\frac{3,4}{4,8} = \frac{2,21}{x} \Rightarrow x = \frac{4,8 \cdot 2,21}{3,4} = 3,12 \text{ €}$
4,8 -----	x	

Luego una sandía de 4,8 kg costará 3,12 €.



2 Si cada día gasto 3,6 €, mis ahorros durarán 15 días. ¿Cuánto durarían si gastase 4,5 € diarios?



Las magnitudes **gasto** y **tiempo que duran los ahorros** son inversamente proporcionales ya que cuanto más gaste a diario menos tiempo nos durarán los ahorros.

Gasto (€/día)	Tiempo (días)	
3,6 -----	15	$\frac{3,6}{4,5} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = \frac{3,6 \cdot 15}{4,5} = 12 \text{ días}$
4,5 -----	x	

Si gasta 4,5 €/día mis ahorros durarán 12 días.



3 Un hortelano tiene agua almacenada en su pilón para regar un campo de dos hectáreas durante tres días. ¿Cuánto le duraría el agua si decidiera regar solamente 1,2 ha?



Las magnitudes **superficie a regar** y **tiempo que dura el agua almacenada** son inversamente proporcionales ya que cuanto más superficie diaria quiera regar menos tiempo le durará el agua almacenada .

Superficie (ha)	Tiempo (días)	
2 -----	3	$\frac{2}{1,2} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{1,2} = 5 \text{ días}$
1,2 -----	x	

Si riega 1,2 ha/día el agua durará 5 días.



④ En el comedor del colegio se han consumido 132 barras de pan durante tres días. ¿Qué presupuesto debe destinar el administrador del comedor para la compra de pan cada semana, sabiendo que una barra cuesta 0,35 €?



Las magnitudes **número de barras a comprar** y **tiempo de consumo** son directamente proporcionales ya que cuanto más días quiera dar pan más barras tendrá que comprar .

Barras	Tiempo (días)	
132 -----	3	$\frac{3}{5} = \frac{132}{x} \Rightarrow x = \frac{132 \cdot 5}{3} = 220 \text{ barras}$
x -----	5	

Si compra 220 barras tendrá que pagar 220x 0,35 €/barra = 77 €.



⑤ Ricardo compra en la pescadería tres cuartos de kilo de calamares a 8,60 €/kg y una pescadilla de 650 gramos a 6,20 €/kg. ¿Cuánto le devolverán si paga con un billete de 20 euros?

El precio de un producto y el peso a comprar son inversamente proporcionales ya que cuanto mayor sea el precio menor cantidad compraremos.

Calamares

Peso(kg)	Precio (€)	
1 -----	8,60	$\frac{1}{0,75} = \frac{8,60}{x} \Rightarrow x = \frac{0,75 \cdot 8,60}{1} = 6,45 \text{ €}$
0,75 -----	x	

Pescadilla

Peso(kg)	Precio (€)	
1 -----	6,20	$\frac{1}{0,65} = \frac{6,2}{x} \Rightarrow x = \frac{0,65 \cdot 6,2}{1} = 4,03 \text{ €}$
0,65 -----	x	

El total a pagar por los calamares y la pescadilla será = 6,45 € + 4,03 € = 10,48 €. Como ha pagado con un billete de 20 €, le devolverán 20 € - 10,48 € = 9,52 €.



Actividades (pág 62)

6) Una empresa de jardinería ha cobrado 30 € por el alquiler de una máquina cortacésped durante 5 días. ¿Cuánto recibirá por el alquiler de dos cortacésped durante 4 días?



El precio de alquiler es una magnitud directamente proporcional (D) al número de máquinas alquiladas y al número de días que se alquilen.

Nº de máquinas	Nº de días	Alquiler (€)
1 -----	5 -----	30
2 -----	4 -----	x

$\frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 2 \cdot 4}{15} = 48 \text{ €}$ tendrá que pagar por el alquiler de 2 máquinas de cortar el césped durante 4 días.



7) Con un caño que arroja un caudal de medio litro por segundo, se llena un camión cisterna en 3 horas. ¿Qué caudal debería proporcionar el caño para llenar dos cisternas a la hora?



El número de cisternas que se llenan es directamente proporcional al caudal (D) pero el tiempo que tarda en llenarse es inversamente proporcional (I) al caudal.

Nº de cisternas **Tiempo (hr)** **Caudal (l/s)**

1	-----	3	-----	0,5
2	-----	1	-----	x
D		I		

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{0,5}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,5}{1 \cdot 1} = 3 \text{ l/s}$$

3 l/s tendrá que ser el caudal necesario para llenar 2 cisternas en una 1 hr.



8 Una pieza de tela de 2,80 m por 1,20 m cuesta 42 €. ¿Cuál será la longitud de otra pieza de la misma tela que mide 0,80 m de ancha y cuesta 16,5 €?



El **precio** de la tela es directamente proporcional a la **longitud** (D) pero el **ancho** es inversamente proporcional (I) a la **longitud** (para la misma superficie).

Ancho(cm) **Precio (€)** **Longitud (cm)**

120	-----	42	-----	280
80	-----	16,5	-----	x
I		D		

$$\frac{80}{120} \cdot \frac{42}{16,5} = \frac{280}{x} \Rightarrow x = \frac{280 \cdot 120 \cdot 16,5}{80 \cdot 42} = 165 \text{ cm}$$

165 cm de longitud podrán comprarse con un ancho de 80 cm por 16,5 €.



9 Un pintor ha cobrado 480 € por cuatro jornadas de 8 horas. ¿Cuánto cobrarán dos pintores por tres jornadas de 10 horas?



El **precio** es directamente proporcional a las **jornadas trabajadas** (D) y el **número de trabajadores** es directamente proporcional (D) al **sueldo**.

Nº de pintores **Jornadas** **Sueldo(€)**

1	-----	4	-----	480
2	-----	3	-----	x
D		D		

$\frac{14}{23} = \frac{480}{x} \Rightarrow x = \frac{480 \cdot 23}{14} = 720$ € por tres jornadas de trabajo de 8 horas, luego cobrarán 90 € por horas y $90 \times 10 = 900$ € .



11 Un taller de reprografía, trabajando 8 horas al día, ha obtenido un beneficio de 1 120 € en 12 días. ¿Qué beneficio obtendrá en los próximos 10 días si aumenta la jornada laboral en una hora diaria?



El número de horas trabajadas y los días trabajados son directamente proporcionales al beneficio.

Nº de hr/día	Nº de días	Beneficio(€)
8	12	1 120
9	10	x

D **D**

$\frac{8 \cdot 12}{9 \cdot 10} = \frac{1120}{x} \Rightarrow x = \frac{1120 \cdot 9 \cdot 10}{8 \cdot 12} = 1050$ € por 10 jornadas de trabajo de 9 horas/día .



11 Un coche consume 6,5 litros de gasolina cada 100 kilómetros. Si la gasolina está a 0,82 € el litro, ¿cuál será el presupuesto para el combustible de un viaje de 480 km?

El **presupuesto** es proporcional al **consumo** y a los **km recorridos**.

Distancia (km)	Consumo(l)
100	6,5
480	x

D

$\frac{100}{480} = \frac{6,5}{x} \Rightarrow x = \frac{480 \cdot 6,5}{100} = 31,2$ l consumidos, que importan $31,2 \text{ l} \times 0,82 \text{ €/l} = 25,58$ € .



Actividades (pág 63)

①② Una tienda de música vende una partida de discos a 8 € la unidad, y además, si compras tres, te regalan uno. ¿A cómo le sale cada disco a un cliente que aprovecha la oferta?



Comprando 3 discos se pagan $8 \cdot 3 = 24$ € y, como regalan 1 disco, por 4 discos se pagan 24 € y por tanto un disco sale a $\frac{24€}{4} = 6$ €. Es decir aprovechando la oferta, un disco sale a 6 €.



①③ Un estudiante ha realizado cinco exámenes de matemáticas y ha obtenido tres “cincos” y dos “sietes”. ¿Cuál es su nota media?



$$\text{Nota media} = \frac{3 \cdot 5 + 2 \cdot 7}{5} = \frac{29}{5} = 5,8$$



①④ El dueño de un restaurante mezcla 3 litros de aceite que cuesta a 4 € el litro con 2 litros de otro aceite de mejor calidad que cuesta a 7 € el litro. ¿A cómo le sale el litro de mezcla?



$$\begin{aligned} \text{Precio de mezcla} &= \frac{\text{Coste de la mezcla}}{\text{Volumen de mezcla}} = \frac{\text{Coste 1er aceite} + \text{Coste 2º aceite}}{\text{Volumne 1er aceite} + \text{Volumen 2º aceite}} = \\ &= \frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 7}{3 + 2} = \frac{26€}{5} = 5,2 \text{ €/ litro de mezcla.} \end{aligned}$$



①⑤ Dos hermanas, aprovechando una oferta, compran cinco juegos de toallas por 175 €. La casada se queda con tres juegos, y la soltera, con dos. ¿Cuánto debe pagar cada una?



Cinco juegos de toallas cuestan 175 €, luego cada juego de toallas cuesta $\frac{175}{5} = 35$ €.

La cantidad pagada por cada hermana será:

- La casada: 3 juegos · 35 €/juego = 105 €
- La soltera: 2 juegos · 35 €/juego = 70 €



①⑥ *Tres amigas que comparten piso reciben una factura de la compañía eléctrica por un importe de 62,4 €. Amelia llegó al piso hace 60 días; Laura, 20 días después, y Cristina solo lleva en la casa 20 días. ¿Cuánto debe pagar cada una?*



Amelia lleva en el piso 60 días, Laura lleva en el piso 40 días y Cristina lleva en el piso 20 días. Se divide el importe de la factura entre el número total de días $60 + 40 + 20 = 120$:

$$\frac{62,4\text{€}}{120} = 0,52 \text{ € por día}$$

Luego el pago de la factura se hará :

- Amelia: 60 días · 0,52 €/día = 31,2 €
- Laura: 40 días · 0,52 €/día = 20,8 €
- Cristina: 20 días · 0,52 €/día = 10,4 €



Actividades (pág 65)

①⑦ *Dos hermanos compran un balón que cuesta 42 €. El mayor paga el 60%. ¿Qué porcentaje paga el pequeño? ¿Cuánto supone este porcentaje?*



Si el mayor paga el 60%, el pequeño paga el 40%.
El 40% de 42 € = $0,4 \cdot 42 = 16,8$ € paga el pequeño.



①⑧ *Un ama de casa inicia la compra en la frutería, gastando el 20% del dinero que llevaba. ¿Con cuánto dinero salió de casa, sabiendo que el gasto en fruta fue de 15 €?*



El 20% del total son 15 € $\Rightarrow 0,2 \cdot \text{TOTAL} = 15 \Rightarrow \text{TOTAL} = 15 : 0,2 = 75$ €.



19) Hace un año compré un coche que me costó 8 000 €. Si lo vendiera ahora, me darían un 35% menos de su valor inicial. ¿Cuál es el precio actual del coche?



El precio actual del coche será el $100\% - 35\% = 65\%$ del precio inicial que se corresponde con 65% de $8\ 000 = 0,65 \cdot 8\ 000 = 5\ 200$ €.



20) Elena tenía en su cuenta 5 000 € y ha adquirido un televisor por 750 €. ¿Qué porcentaje de sus ahorros ha gastado?



De un total de 5 000 €, se han gastado 750 €; ¿cuánto se ha gastado de cada 100 €?:

$$\frac{5000}{100} = \frac{750}{x} \Rightarrow x = \frac{750 \cdot 100}{5000} = 15 \%$$



21) Alejandro quiere comprar una bicicleta que cuesta 360 €. Su padre se compromete a pagar el 50%, y su abuela, el 30%. ¿Cuánto pagará Alejandro?



Alejandro pagará el $100\% - 50\% - 30\% = 20\%$ de 360 €: $0,2 \cdot 360 = 72$ €.



22) Un fontanero cobra 15 € por hora en horario normal, y un 18% más si se le llama fuera de horario. ¿A cuánto subirá la factura para un arreglo que le ha exigido dos horas y media de trabajo en la mañana de un domingo?



Fuera de horario cobraría 15 + 18% de 15 euros por hora, es decir:

$$118\% \text{ de } 15 = 1,18 \cdot 15 = 17,7 \text{ € por hora}$$

Como trabaja 2 h y media, cobrará: $2,5 \cdot 17,7 = 44,25$ €



Actividades (pág 67)

① *Calcula el interés simple que produce un capital de 300 000 €, colocado al 2,5%, durante cuatro años.*



Capital = C = 300 000 €.

Rédito = r = 2,5 % anual.

Tiempo = t = 4 años.

Base = B = 1 ya que el tiempo y el rédito son por años

$$\text{Interés} = I = \frac{Crt}{100 \cdot B} = \frac{300000 \cdot 2,5 \cdot 4}{100} = 30\,000 \text{ €}$$



② *Una persona gana un premio de 24 000 € en la lotería y decide colocarlo en un banco que le ofrece un 4% anual. ¿Qué interés le paga el banco cada año? ¿Qué beneficio obtendrá en cinco años?*



Cada año le pagarán de interés el 4% de 24 000: $4\% \text{ de } 24\,000 = \frac{4 \cdot 24000}{100} = 960 \text{ €}$

En 5 años, el beneficio que obtendrá será $960 \cdot 5 = 4\,800 \text{ €}$.



③ *Calcula el interés que producen 40 000 €, colocados al 3% anual, en los siguientes casos:*

- a)** Durante un año **b)** Durante un mes **c)** Durante cinco meses.



a)

Capital = C = 40 000 €.

Rédito = r = 3 % anual.

Tiempo = t = 1 año.

Base = B = 1 ya que el tiempo y el rédito son por años

Durante un año, el beneficio será: $\text{Interés} = I = \frac{Crt}{100 \cdot B} = \frac{40000 \cdot 3 \cdot 1}{100} = 1\,200 \text{ €}$

b) Durante un mes será la doceava parte : $1\,200 \text{ €} : 12 = 100 \text{ €}$.

c) Durante cinco meses : $100 \text{ €/ mes} \cdot 5 \text{ meses} = 500 \text{ €}$.



④ Un deudor se retrasa tres meses en la devolución de una deuda que tiene unos intereses de demora del 12% anual. ¿Qué penalización debe pagar por el retraso?



Si los intereses de demora son, en 1 año, el 12% de la deuda, en 1 mes serán el $\frac{12}{12} = 1\%$ de la deuda y, en 3 meses, la penalización será del 3% de la deuda.



⑤ Un inversor coloca 40 000 € al 4,5% de interés compuesto anual durante tres años. ¿Qué capital retirará al cabo de dicho periodo?



Capital inicial = $C_0 = 40\ 000\ €$
 $r = 4,5\ \% \Rightarrow i = 0,045$
 $t = 3$ años

$C = C_0(1+i)^t = 40000(1+0,045)^3 = 40000 \cdot 1,045^3 = 45\ 646,645\ €$
 Al cabo de 3 años, el capital retirado será de 45 646,65 €.



⑥ ¿En cuánto se transforman 280 000 € al 6% de interés compuesto al cabo de diez años?



Capital inicial = 280 000 €
 $r = 6 \Rightarrow i = 0,06$
 $t = 10$ años

Capital final = $C = C_0(1+i)^t = 280000(1+0,06)^{10} = 280000 \cdot 1,06^{10} = 501\ 437,355\ €$
 Al cabo de 10 años, 280 000 € se transforman en 501 437,36 €.



⑦ Calcula la diferencia en los beneficios que se obtendrían con un capital de 8 000 € colocado al 4% durante tres años, según se contrate el depósito a interés simple o compuesto.



Capital inicial = $C_0 = 8\ 000\ €$
 $r = 4 \Rightarrow i = 0,04$
 $t = 3$ años

Interés simple

$$I = \frac{C_0 r t}{100B} = \frac{8000 \cdot 4 \cdot 3}{100} = 960 \text{ € luego } C = C_0 + I = 8\,000 \text{ €} + 960 \text{ €} = 8\,960 \text{ €}$$

Interés compuesto

$$C = C_0(1+i)^t = 8000(1+0,04)^3 = 8000 \cdot 1,04^3 = 8\,998,91 \text{ €}$$

Se obtiene mayor beneficio a interés compuesto, $8\,998,91 - 8960 = 38,91 \text{ €}$ más concretamente.



Actividades (pág 67)

① *Un coche viaja a 90 km/h. ¿Qué distancia recorre en 2 h 20 min.? ¿Y en 2 h 12 min.?*



Expresamos el tiempo en hora:

- ◆ $2 \text{ h y } 20 \text{ min} \Rightarrow 2 \text{ h} + \frac{20}{60} \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{7}{3} \text{ h}$
- ◆ $2 \text{ h y } 12 \text{ min} \Rightarrow 2 \text{ h} + \frac{12}{60} \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{1}{5} \text{ h} = \frac{11}{5} \text{ h}$

La distancia recorrida se obtiene multiplicando la velocidad por el tiempo invertido $e = v \cdot t$

- ◆ Distancia recorrida en 2 h 20 min $\Rightarrow e = 90 \cdot \frac{7}{3} = 210 \text{ km}$
- ◆ Distancia recorrida en 2 h 12 min $\Rightarrow e = 90 \cdot \frac{11}{5} = 198 \text{ km}$



② *Un camión, a 80 km/h, ha completado el recorrido entre dos poblaciones en dos horas y cuarto. ¿A qué velocidad debería haber ido para hacerlo en dos horas? ¿Cuánto habría tardado si la velocidad hubiera sido de 100 km/h.?*



A mayor velocidad, menor es el tiempo invertido. La velocidad y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales.

Expresamos el tiempo en una sola unidad de medida (horas): $2 \text{ h y } 15' = 2,25 \text{ h}$

Tiempo (hr) Velocidad(km/hr)

2,25 ----- 80
2 ----- x



$\frac{2,25}{2} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = \frac{80 \cdot 2,25}{2} = 90 \text{ km/hr}$, debe ir al menos a 90 km/hr para hacer el recorrido en dos horas.

Tiempo (hr) Velocidad(km/hr)

2,25 ----- 80
x ----- 100



$\frac{80}{100} = \frac{x}{2,25} \Rightarrow x = \frac{80 \cdot 2,25}{100} = 1,80 \text{ hr}$, es decir 1 hr + 0,8hr · 60 min/hr = 1hr 48 min.

Si hubiera ido a 100 km/h habría tardado 1 h 48 min.



③ *¿Cuánto tardará una moto, que va a 100 km/h, en alcanzar a un camión que lleva una velocidad de 65 km/h y tiene una ventaja de 14 km?*



La diferencia de velocidades entre los dos vehículos es la velocidad con que la moto se aproxima al camión = $v_a = v_{\text{moto}} - v_{\text{camión}} = 100 \text{ km/h} - 65 \text{ km/h} = 35 \text{ km/h}$.

A esa velocidad tiene que reducir el espacio (14 km) que les separa, luego:

$v = \frac{e}{t} \Leftrightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{14\text{km}}{35\text{km/h}} = 0,4 \text{ h} = 0,4 \text{ h} \cdot 60 \text{ min/h} = 24 \text{ min}$ tarda la moto en alcanzar al camión.



④ *Un camión sale de la ciudad A hacia la ciudad B a 80 km/h. Simultáneamente sale de B hacia A un coche a 120 km/h. ¿Cuánto tardarán en encontrarse sabiendo que la distancia entre A y B es de 240 km?*



El coche y el camión se aproximan a una velocidad de $80 + 120 = 200 \text{ km/h}$. El tiempo que tardan en recorrer los 240 km que les separan, a 200 km/h, es:

$$t = \frac{240\text{km}}{200\text{km/h}} = 1,2 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,2 \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,2 \cdot 60 \text{ min} = 1 \text{ h } 12 \text{ min}$$

Tardarán en encontrarse 1 h 12 min.



⑤ *Un ciclista hace el recorrido entre A y B en 6 minutos y un peatón el recorrido inverso, de B a A, en 18 minutos. Si salen simultáneamente uno de A y otro de B, ¿cuánto tardarán en encontrarse?*



El ciclista recorre, en 1 min, $\frac{1}{6}$ del recorrido.

El peatón recorre, en 1 min, $\frac{1}{18}$ del recorrido.

Entre los dos, en 1 min, recorren $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{3+1}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$ del recorrido

Por tanto el recorrido lo hacen entre ambos en $\frac{1\text{min}}{2/9} = \frac{x}{1} \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$ min es decir 4,5 min.

