

EJERCICIOS DE LA UNIDAD**Practica**

Ejercicios de operativa

① *Calcula:*

a) 20% de 1 240

b) 12% de 175

c) 87% de 4 000

d) 95% de 60

e) 13% de 2 400

f) 7% de 250

g) 22% de 1 353

h) 5% de 421



$$\mathbf{a)} \text{ 20\% de 1 240} = \frac{20 \cdot 1240}{100} = \mathbf{1\ 240 \cdot 0,20} = 248$$

$$\mathbf{b)} \text{ 12\% de 175} = \frac{175 \cdot 12}{100} = \mathbf{175 \cdot 0,12} = 21$$

$$\mathbf{c)} \text{ 87\% de 4 000} = \frac{4000 \cdot 87}{100} = \mathbf{4\ 000 \cdot 0,87} = 3\ 480$$

$$\mathbf{d)} \text{ 95\% de 60} = \frac{60 \cdot 95}{100} = \mathbf{80 \cdot 0,95} = 57$$

$$\mathbf{e)} \text{ 13\% de 2 400} = \frac{2400 \cdot 13}{100} = \mathbf{2\ 400 \cdot 0,13} = 312$$

$$\mathbf{f)} \text{ 7\% de 250} = \frac{250 \cdot 7}{100} = \mathbf{250 \cdot 0,07} = 17,5$$

$$\mathbf{g)} \text{ 22\% de 1 353} = \frac{1353 \cdot 22}{100} = \mathbf{1\ 353 \cdot 0,22} = 297,66$$

$$\mathbf{h)} \text{ 5\% de 421} = \frac{421 \cdot 5}{100} = \mathbf{421 \cdot 0,05} = 21,05$$

En donde hemos puesto en negrita la forma abreviada y práctica en que se calcula un porcentaje.

② *Piensa y completa:*a) *Al multiplicar por 0,2 se calcula el 20%.*b) *Al multiplicar por 0,02 se calcula el 2%.*c) *Al multiplicar por 0,87 se calcula el 87%.*d) *Al multiplicar por 1,3 se aumenta un 30% ya que 100 % + 30 % = 130 %.*e) *Al multiplicar por 1,08 se aumenta un 8%.*f) *Al multiplicar por 0,90 se disminuye un 10% ya que 100 - 90 = 10 %.*g) *Al multiplicar por 0,65 se disminuye un 35%.*



③ *Completa:*

- a) *Para aumentar un 10%, se multiplica por 1,10.*
- b) *Para aumentar un 15%, se multiplica por 1,15.*
- c) *Para aumentar un 8%, se multiplica por 1,08.*
- d) *Para aumentar un 5%, se multiplica por 1,05.*
- e) *Para disminuir un 20% se multiplica por 0,80.*
- f) *Para disminuir un 15% se multiplica por 0,85.*



④ *Calcula el valor de x en cada caso:*

- a) *El 30% x es 21.*
- b) *El 85% de x es 187.*
- c) *El 32% de x es 384.*
- d) *El 13% de x es 97,24.*



- a) $30\% \text{ de } x = 21 \Rightarrow 0,3 \cdot x = 21 \Rightarrow x = 21 : 0,3 = 70$
- b) $85\% \text{ de } x = 187 \Rightarrow 0,85 \cdot x = 187 \Rightarrow x = 187 : 0,85 = 220$
- c) $32\% \text{ de } x = 384 \Rightarrow 0,32 \cdot x = 384 \Rightarrow x = 384 : 0,32 = 1\ 200$
- d) $13\% \text{ de } x = 97,24 \Rightarrow 0,13 \cdot x = 97,24 \Rightarrow x = 97,24 : 0,13 = 748$



⑤ *Partir el número 180 en partes que sean proporcionales a 3, a 4 y a 5.*



$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{180}{12} = 15 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = 15 \Leftrightarrow x = 15 \cdot 3 = 45 \\ \frac{y}{4} = 15 \Leftrightarrow y = 15 \cdot 4 = 60 \\ \frac{z}{5} = 15 \Leftrightarrow z = 15 \cdot 5 = 75 \\ \text{Suma} = 45 + 60 + 75 = 180 \end{cases}$$



⑥ Partir 260 en partes proporcionales a $1/2$, $1/3$ y $1/4$.



$$\frac{x}{1/2} = \frac{y}{1/3} = \frac{z}{1/4} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{260}{\frac{6+4+3}{12}} = \frac{260}{12} = 260 \cdot \frac{12}{13} = 240 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{1/2} = 240 \Leftrightarrow x = 240 \cdot \frac{1}{2} = 120 \\ \frac{x}{1/3} = 240 \Leftrightarrow x = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80 \\ \frac{x}{1/4} = 240 \Leftrightarrow x = 240 \cdot \frac{1}{4} = 60 \\ \text{Suma} = 120 + 80 + 60 = 260 \end{cases}$$



⑦ Partir 3 100 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 5.



Inversamente proporcionales a 2, 3 y 5 significa directamente proporcionales a $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$:

$$\frac{x}{1/2} = \frac{y}{1/3} = \frac{z}{1/5} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{3100}{\frac{15+10+6}{30}} = \frac{3100}{30} = 3100 \cdot \frac{30}{31} = 3000 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{1/2} = 3000 \Leftrightarrow x = 3000 \cdot \frac{1}{2} = 1500 \\ \frac{x}{1/3} = 3000 \Leftrightarrow x = 3000 \cdot \frac{1}{3} = 1000 \\ \frac{x}{1/5} = 3000 \Leftrightarrow x = 3000 \cdot \frac{1}{5} = 600 \\ \text{Suma} = 1500 + 1000 + 600 = 3100 \end{cases}$$



Problemas de presupuestos y gastos

⑧ Un coche ha consumido 24 litros de combustible en un viaje de 375 km. ¿Cuántos litros consume cada 100 kilómetros? ¿Cuántos consumirá en un viaje de 80 km?



El número de litros que consume un coche es directamente proporcional a la distancia que recorre.

$$\frac{375\text{km}}{24\text{ l}} = \frac{100\text{ km}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{24 \cdot 100}{375} = 6,4 \text{ litros consume a los } 100 \text{ km.}$$

$$\frac{375\text{km}}{24\text{ l}} = \frac{80\text{ km}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{24 \cdot 80}{375} = 5,12 \text{ litros consume en } 80 \text{ km.}$$



⑨ *Un campesino ha obtenido una cosecha de 40 000 kilos de trigo de un campo que tiene una superficie de 2,5 hectáreas. ¿Qué cosecha puede esperar de un campo próximo con una superficie de hectárea y media?*



La superficie de un campo y la producción de trigo que se obtiene son magnitudes directamente proporcionales.

$$\frac{2,5\text{ ha}}{40000\text{ kg}} = \frac{1,5\text{ ha}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{40000 \cdot 1,5}{2,5} = 24000 \text{ kg de trigo cabe esperar que se produzcan de } 1,5 \text{ ha sembradas.}$$



⑩⑩ *Un solador, trabajando 8 horas al día, ha tardado 5 días en poner el suelo de una vivienda. ¿Cuántos días habría tardado trabajando 10 horas diarias?*



El número de horas trabajadas al día es inversamente proporcional al número de días que se tarda en hacer un trabajo.

Jornada (h/día)

Día

8 ----- 5

10 ----- x



$$\frac{8}{10} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 8}{10} = 4 \text{ días de } 10 \text{ h/día ha de trabajar el soldado para poner el suelo de su vivienda.}$$



①① Para comprar un piso que se vende en 180 000 €, se ha de pagar además un 7% a Hacienda (IVA), y 5 400 € de gastos de notaría y gestión. ¿Cuál es el gasto total necesario para la compra?



El IVA importa un 7% de 180 000 € = $180\,000 \cdot 0,07 = 12\,600$ €
 Gasto total = precio + IVA + gastos (notaría y gestión) = $180\,000 + 12\,600 + 5\,400 = 198\,000$ €



①② El ayuntamiento de una población de 2 300 habitantes dedica una partida de 9 200 € anuales para actividades culturales. ¿Qué cantidad dedicará a ese mismo concepto una población vecina que distribuye los presupuestos con criterios similares y tiene una población de 3 700 habitantes?



El número de habitantes de una población y el presupuesto anual dedicado a cierta actividad, son magnitudes directamente proporcionales:

$$\frac{2300 \text{ habitantes}}{9200 \text{ €}} = \frac{3700 \text{ habitantes}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{9200 \cdot 3700}{2300} = 14800 \text{ € ha de ser el presupuesto.}$$



①③ En una sesión de cine, de las 840 localidades disponibles, se han vendido un 65%. ¿Cuántos asientos hay vacíos?



Si se han vendido un 65% de las localidades, el 35% quedan sin vender y el 35% de 840 = $0,35 \cdot 840 = 294$ asientos quedan vacíos.



①④ En un examen de Matemáticas han aprobado 22 alumnos, lo que supone el 88% del total de la clase. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?



Llamamos x al número de alumnos de la clase luego el 88% de $x = 22 \Rightarrow 0,88 \cdot x = 22$
 $\Rightarrow x = 22 : 0,88 = 25$ alumnos hay en clase.



①⑤ En un estudio sociológico, de 1 232 hombres encuestados, 924 declaran que colaboran activamente en las tareas del hogar. ¿Cuál es el porcentaje de hombres que dice trabajar en casa?



$$\frac{1232 \text{ encuestados}}{924 \text{ colaboran}} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow x = \frac{924 \cdot 100}{1232} = 75 \%$$



①⑥ Paula ha pagado 76,5 € por un jersey que costaba 85 €. ¿Qué tanto por ciento le han rebajado?



Se consigue en una rebaja de $85 - 76,5 = 8,5$ € de 85 € que costaba el jersey, luego:

$$\frac{8,5 \text{ €}}{85 \text{ €}} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{8,5 \cdot 100}{85} = 10 \text{ € de rebaja ha conseguido Paula.}$$



①⑦ En un supermercado se vuelca una caja que contiene 360 huevos y se rompen 45. ¿Qué tanto por ciento de los huevos se ha roto?



Si de 360 huevos se rompen 45, de 100 se habrían roto:

$$\frac{360}{45} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow x = \frac{45 \cdot 100}{360} = 12,5 \%$$



①⑧ Ignacio ha pagado 63 € por una camisa que estaba rebajada un 10%. ¿Cuánto costaba la camisa antes de la rebaja?



Llamamos x al precio inicial de la camisa. Si está rebajada el 10%, se paga el 90% del precio inicial es decir el 90% de $x = 63 \Rightarrow 0,9 \cdot x = 63 \Rightarrow x = 63 : 0,9 = 70$ € costaba antes de la rebaja.



①① El 72% de las fichas de un club deportivo pertenecen a jóvenes menores de veinte años. ¿Cuántos socios tiene el club, sabiendo que los menores de veinte años son 108?



Llamamos x al número de socios del club.

$$72\% \text{ de } x = 108 \Rightarrow 0,72 \cdot x = 108 \Rightarrow x = 108 : 0,72 = 150 \text{ socios tiene el club.}$$



②① Un comerciante adquirió el mes pasado 210 carretes de hilo por cierta cantidad de dinero. ¿Cuántos adquirirá este mes, con el mismo gasto, sabiendo que han subido un 5%?



Llamamos x al número de carretes que adquirirá este mes.

El precio por carrete ha subido un 5% luego cuesta el 105 %, luego $1,05 \text{ de } x = 210 \Rightarrow x = 210 : 1,05 = 200 \text{ carretes.}$



②① El 34% de los asistentes a un congreso sobre la paz son europeos; el 18%, africanos; el 32%, americanos; y el resto, asiáticos. Sabiendo que hay 51 europeos, ¿cuántos hay de cada uno de los demás continentes?



- Europeos : 34 %.
- Africanos : 18 %.
- Americanos: 32 %.
- Asiáticos : resto = $100 - (34 + 18 + 32) = 16 \%$

Como los europeos son 51, el 34 % del total = 51, $0,34 x = 51$, $x = 51 : 0,34 = 150$ asistentes hay en total y, por tanto:

$$\begin{cases} \text{Africanos : } 0,18 \cdot 150 = 27 \\ \text{Americanos : } 0,32 \cdot 150 = 48 \\ \text{Asiáticos = } 0,16 \cdot 150 = 24 \end{cases}$$



22) En una carrera ciclista, la primera semana abandonan el 20% de los corredores, y en la segunda, el 40% de los que quedaban. ¿Qué porcentaje de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana?



En la primera semana abandona la carrera el 20% luego queda el 80%. En la segunda semana abandona el 40% del 80% de los participantes o sea $40\% \text{ de } 80\% = 0,4 \cdot 0,8 = 0,32 = 32\%$ abandonan y quedan: $80\% - 32\% = 48\%$ al inicio de la tercera semana.



23) El precio de la vivienda subió un 8% hace dos años, un 15% el año pasado y un 10% durante este año. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida en los tres últimos años?



El índice de variación en los últimos tres años será:
 $1,08 \cdot 1,15 \cdot 1,1 = 1,3662 \Rightarrow 1,3662 - 1 = 0,3662$, el porcentaje de subida es 36,62%.



24) Un fabricante de churros usa una mezcla de aceite que contiene dos partes de aceite de oliva por cada parte de aceite de girasol. Sabiendo que compra el de oliva a 3,40 €/litro y el de girasol a 1,60 €/litro, ¿a cómo le sale el litro de mezcla?



$$\text{Precio de mezcla} = \frac{\text{Coste de la mezcla}}{\text{Volumen de mezcla}} = \frac{\text{Coste aceite oliva} + \text{Coste aceite de girasol}}{\text{Volumen aceite oliva} + \text{Volumen aceite girasol}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3,40 + 1 \cdot 1,60}{2 + 1} = \frac{8,40\text{€}}{3} = 2,80 \text{ €/ litro de mezcla.}$$



25) Un mayorista compra, sobre el terreno, 2 000 kilos de naranjas a 0,54 €/kg, y tres días después, otros 3 000 kilos a 0,63 €/kg. Posteriormente, vende todas las naranjas a 0,84 €/kg. ¿Cuánto gana en cada kilo por término medio? ¿Cuánto gana en total?



Hallamos primero el precio de mezcla:

$$\text{Precio de mezcla} = \frac{\text{Coste de la mezcla}}{\text{Peso de mezcla}} = \frac{\text{Coste naranjas tipo1} + \text{Coste naranjas tipo2}}{\text{Peso naranjas tipo 1} + \text{Peso naranjas tipo 2}} =$$

$$= \frac{2000 \cdot 0,54 + 3000 \cdot 0,63}{2000 + 3000} = \frac{2970\text{€}}{5000 \text{ kg}} = 0,594 \text{ €/ kg de mezcla.}$$

Si vende a 0,84 €/kg gana 0,84 € - 0,594 = 0,246 €/kg de mezcla.

En total gana : 5 000 kg · 0,246 €/kg = 1 230 €.



26) Para fabricar cierta colonia se mezcla 1 litro de esencia con 5 litros de alcohol y 2 litros de agua destilada. La esencia cuesta 200 €/litro; el alcohol, 6 €/litro; y el agua destilada, 1 €/litro. ¿Cuál es el coste de un litro de esa colonia?



$$\text{Precio de mezcla} = \frac{\text{Coste de la mezcla}}{\text{Volumen de mezcla}} = \frac{\text{Coste esencia} + \text{Coste alcohol} + \text{Coste agua}}{\text{Volumne esencia} + \text{Volumen alcohol} + \text{Volumen agua}} =$$

$$= \frac{1 \cdot 200 + 5 \cdot 6 + 2 \cdot 1}{1 + 5 + 2} = \frac{232\text{€}}{8\text{l}} = 29 \text{ €/ litro de mezcla.}$$



27) Se mezclan 300 kg de pintura de 30 € el kilo con 200 kg de otra pintura más barata. De esta forma, la mezcla sale a 24 € el kilo. ¿Cuál es el precio de la pintura barata?



$$\text{Precio de mezcla} = \frac{\text{Coste de la mezcla}}{\text{Peso de mezcla}} = \frac{\text{Coste } 1^{\text{a}} + \text{Coste } 2^{\text{a}}}{\text{Peso } 1^{\text{a}} + \text{Peso } 2^{\text{a}}} = \frac{300 \cdot 30 + 200 \cdot x}{300 + 200} = 24,$$

$$\text{despejamos } x : x = \frac{24 \cdot 500 - 300 \cdot 30}{200} = \frac{12000 - 9000}{200} = \frac{3000}{200} = 15 \text{ €}.$$



28 Se ha encargado a un orfebre el diseño y fabricación de un trofeo que ha de pesar 5 kg y ha de estar fabricado con una aleación que contenga tres partes de oro, tres de plata y dos de cobre. ¿Qué cantidad se necesita de cada metal?



Número total de partes = 3 + 3 + 2 = 8

Cantidad de metal en cada parte = $\frac{5}{8} = 0,625 \text{ kg}$

Cantidad de oro $\Rightarrow 3 \cdot 0,625 = 1,875$

Cantidad de plata $\Rightarrow 3 \cdot 0,625 = 1,875$

Cantidad de cobre $\Rightarrow 2 \cdot 0,625 = 1,25$

Se necesita 1 kg 875 g de oro, la misma cantidad de plata y 1 kg 250 g de cobre.



29 Tres vecinos de una aldea alquilan una máquina motosierra durante 12 días. Juan la tiene 2 días; Pedro, 3 días; y Rufino, 7 días. El importe del alquiler asciende a 264 euros. ¿Cuánto debe pagar cada uno?



Días que se alquila la máquina = 12

Precio por día = $\frac{\text{Precio total}}{\text{nº de días}} = \frac{264}{12} = 22 \text{ €}$

Juan debe pagar $\Rightarrow 2 \text{ días} \cdot 22 \text{ €/día} = 44 \text{ €}$

Pedro debe pagar $\Rightarrow 3 \text{ días} \cdot 22 \text{ €/día} = 66 \text{ €}$

Rufino debe pagar $\Rightarrow 7 \text{ días} \cdot 22 \text{ €/día} = 154 \text{ €}$



③① En una granja de avestruces, cada animal consume, por término medio, 800 gramos de pienso al día. ¿Cuál será el presupuesto para alimentar a 80 avestruces, durante tres meses (90 días), si el kilo de pienso cuesta 1,03 €?



Estamos ante un problema de proporcionalidad compuesta: el número de avestruces y de días para alimentarlos son directamente proporcionales al presupuesto:

Nº de avestruces	Nº de días	Presupuesto(€)
1	1	0,8 · 1,03
80	90	x
D	D	

$$\frac{1}{80} \cdot \frac{1}{90} = \frac{0,8 \cdot 1,03}{x} \Rightarrow x = \frac{0,8 \cdot 1,03 \cdot 80 \cdot 90}{1 \cdot 1} = 5932,8 \text{ € por 90 días .}$$



③① Un taller de confección ha fabricado 1 600 chaquetas, trabajando 8 horas diarias durante 10 días. ¿Cuánto tiempo tardará en servir un pedido de 2 000 chaquetas trabajando 10 horas al día?



El número de chaquetas que se han de confeccionar es directamente proporcional al número de días que se han de trabajar pero sin embargo, el número de horas de trabajo al día es inversamente proporcional al número de días trabajados.

Chaquetas	Horas/día	nº de días
1 600	8	10
2 000	10	x
D	D	

$$\frac{1600}{2000} \cdot \frac{10}{8} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 2000 \cdot 8}{1600 \cdot 10} = 10 \text{ días .}$$



③② Tres socios financian un negocio que exige una inversión de 136 000 €. El primero pone el 65%; el segundo, el 20%, y el tercero, el resto. Un tiempo después reparten unos beneficios de 16 800 €. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno?



El reparto de beneficios debe hacerse proporcionalmente al porcentaje de participación:

EL PRIMERO se queda con el 65% de 16 800 = $0,65 \cdot 16\,800 = 10\,920$ €

EL SEGUNDO se queda con el 20% de 16 800 = $0,2 \cdot 16\,800 = 3\,360$ €

EL TERCERO se queda con el 15% de 16 800 = $0,15 \cdot 16\,800 = 2\,520$ €.



③③ Iván recibe un sueldo de 80 € semanales por ayudar en el negocio familiar en los ratos libres. A partir del mes que viene, su padre le subirá su asignación en un 20%, lo que le permitirá apuntarse a clases de guitarra que le cuestan 50 € mensuales. Calcula cuánto dinero le quedará disponible cada semana.



El sueldo semanal que va a recibir es el 120% del sueldo inicial es decir el 120% de 80 = $1,20 \cdot 80 = 96$ €.

El gasto en las clases de guitarra, por semana, es de $\frac{50}{4} = 12,5$ €.

Así, el dinero disponible cada semana es de $96 \text{ €} - 12,5 \text{ €} = 83,5 \text{ €}$ que es el dinero que cada semana le quedará disponible.



③④ Un ganadero tiene en la actualidad 15 vacas cuya manutención le cuesta 2,8 € por vaca y día. Si decide aumentar su negocio y adquirir una nueva vaca cada mes, a partir del próximo, que es mayo, ¿qué presupuesto dedicará a la alimentación de su ganado durante los seis próximos meses?



Presupuesto por vaca y día = 2,8 €

○ 1^{er} mes \Rightarrow Mayo (31 días) \Rightarrow 16 vacas \cdot 31 días \cdot 2,8 €/vaca y día = 1 388,8 €

○ 2^o mes \Rightarrow Junio (30 días) \Rightarrow 17 vacas \cdot 30 días \cdot 2,8 €/vaca y día = 1 428 €

○ 3^{er} mes \Rightarrow Julio (31 días) \Rightarrow 18 vacas \cdot 31 días \cdot 2,8 €/vaca y día = 1 562,4 €

- 4º mes \Rightarrow Agosto (31 días) \Rightarrow 19 vacas \cdot 31 días \cdot 2,8 €/vaca y día = 1 649,2 €
- 5º mes \Rightarrow Septiembre (30 días) \Rightarrow 20 vacas \cdot 30 días \cdot 2,8 €/vaca y día = 1 680 €
- 6º mes \Rightarrow Octubre (31 días) \Rightarrow 21 vacas \cdot 31 días \cdot 2,8 €/vaca y día = 1 822,8 €

Presupuesto total = 1 388,8 + 1 428 + 1 562,4 + 1 649,2 + 1 680 + 1 822,8 = 9 531,2 €



35 *Un especulador compra un terreno de 6 000 m² a 80 € el metro cuadrado. Un año después, vende 2 000 m² un 20% más caro, y seis meses más tarde vende el resto por un 25% más de lo que le costó. ¿Cuál ha sido la ganancia obtenida?*



Precio pagado por el terreno = 6 000 \cdot 80 = 480 000 €.

Precio de venta:

○ 2 000 m² un 20% más caro luego 1,20 \cdot 80 = 96 €/m²

Venta de 2 000 m²: 2 000 \cdot 96 = 192 000 €

○ 4 000 m² un 25% más caro \rightarrow 1,25 \cdot 80 = 100 €/m²

Venta de 4 000 m²: 4 000 \cdot 100 = 400 000 €

Dinero total conseguido por la venta: 400 000 + 192 000 = 592 000 €

Luego la ganancia = 592 000 – 480 000 = 112 000 €



36 *Al pactar la compra de un piso se acuerda abonar como señal un 5% del precio, un segundo pago del 65% a la firma de las escrituras, y el resto en 12 mensualidades de 7 000 euros cada una. ¿Cuál es el precio del piso?*



○ Señal : 5% del precio del piso

○ Firma de escrituras: 65% del precio del piso

○ Resto: 12 mensualidades \cdot 7 000 €/mensualidad = 84 000 €, que corresponde al 30% del valor del piso.

Si llamando x al precio del piso entonces:

El 30% de $x = 84\ 000$, es decir $0,3 \cdot x = 84\ 000$ y $x = 84\ 000 : 0,3 = 280\ 000$ € que es el precio del piso.



③⑦ De una plancha de acero se ha cortado una porción rectangular de 70 cm de longitud y 60 cm de anchura. Ahora deseamos cortar una nueva porción de 40 cm de anchura y que tenga el mismo peso que la primera. ¿Cuál será el largo de esta nueva porción?



Para que las dos planchas tengan el mismo peso, la longitud y la anchura han de ser magnitudes inversamente proporcionales (a menos anchura, más longitud).

Ancho (cm)	Largo (cm)
60 -----	10
40 -----	x

$$\frac{60}{40} = \frac{x}{70} \Rightarrow x = \frac{60 \cdot 70}{40} = 105 \text{ cm.}$$



③⑧ Un sastre ha cobrado 398 € por un traje en el que ha invertido 4 metros de tela y 10 horas de trabajo. Sabiendo que valora su trabajo a razón de 19 € la hora, ¿cuánto cobrará por otro traje para el que ha necesitado 3,5 metros de tela y 12 horas de trabajo?



De los 398 € cobrados por la confección de un traje se tiene que:

Coste por el trabajo: $10 \text{ h} \cdot 19 \text{ €/h} = 190 \text{ €}$.
 Precio de 4 m de tela: $398 - 190 = 208 \text{ €}$.
 Precio de 1 m de tela: $208 \text{ €} : 4 \text{ m} = 52 \text{ €/m}$.

Por un traje de 3,5 m de tela y 12 horas de trabajo cobrará: Total = $228 + 182 = 410 \text{ €}$ cobrará por el traje.



Problemas de depósitos y préstamos

③⑨ *Calcula el interés simple que produce un capital de 25 000 € colocado al 2,75% durante 3 años.*



Capital = C = 25 000 €.
 Rédito = r = 2,75 % anual.
 Tiempo = t = 3 años.
 Base = B = 1 ya que el tiempo y el rédito son por años

Durante un año, el beneficio será: $\text{Interés} = I = \frac{Crt}{100 \cdot B} = \frac{25000 \cdot 2,75 \cdot 3}{100} = 2\,062,5 \text{ €}$



④① *Un padre de familia gana en la lotería un premio de 24 000 €, y pacta con el banco mantener el dinero en una cuenta durante cinco años, cobrando los beneficios cada año. A cambio, el banco le dará un interés del 6% anual. ¿Qué beneficio obtiene anualmente? ¿Y en los cinco años que dura el acuerdo?*



Dado que los beneficios los retira anualmente, el interés que pacta con el banco es simple.

- Beneficio que obtiene en 1 año: 6% de 24 000 = = 1 440 €
- Beneficio que obtiene en 5 años: 5 · 1 440 = 7 200 €



④① *Calcula el interés que produce un capital de 40 000 €, colocados al 3,25% anual durante:*

- a)** *Un año.* **b)** *Un mes.* **c)** *Cinco meses.*



- a)** 3,25% de 40 000 = = 1 300 €
- b)** Si en 1 año se producen 1 300 € de interés, en 1 mes serán: 1 300 € : 12 = 108,33 €

c) Si en 1 mes se producen 108,33 € de interés, en 5 meses serán: $108,33 \text{ €} \cdot 5 = 541,67 \text{ €}$.



①② *Un comerciante pide una prórroga de dos meses en el pago de una letra de 2 000 €, con unos intereses de demora del 16% anual. ¿Cuánto le cuesta la prórroga?*



Si la prórroga fuera de un año tendría que pagar como intereses de demora el 16% de 2 000:

$$16\% \text{ de } 2\,000 = \frac{16 \cdot 2000}{100} = 320 \text{ €}$$

Como solo pide una prórroga de 2 meses (sexta parte del año), deberá pagar unos intereses de $320 : 6 = 53,33 \text{ €}$.



①③ *Un inversor coloca 200 000 € al 5% de interés compuesto durante un periodo de 4 años. ¿A cuánto ascenderá su capital al final de dicho periodo?*



Los beneficios se suman al capital, el cual se incrementa un 5% cada año.

$$\text{Capital final} = C_0(1 + i)^t = 200\,000 \cdot 1,05^4 = 243\,101,25 \text{ €}$$



①④ *Rosa coloca 6 000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios obtenidos por cada una?*



Capital inicial = $C_0 = 6\,000 \text{ €}$
 $r = 4 \Rightarrow i = 0,04$
 Tiempo = $t = 4 \text{ años}$

Rosa a interés simple

$$I = \frac{C_0 r t}{100B} = \frac{6000 \cdot 4 \cdot 4}{100} = 960 \text{ €}$$

Marçia a interés compuesto

$C = C_0(1+i)^t = 6000(1+0,04)^4 = 6000 \cdot 1,04^4 = 7\ 019,15 \text{ €}$, luego los beneficios son $7\ 019,15 - 6\ 000 = 1\ 019,15 \text{ €}$.

El beneficio en el segundo caso supera al primero en $1\ 019,15 - 960 = 59,15 \text{ €}$.



④⑤ *¿En cuánto se convierte un capital de 1 000 euros colocados al 0,003% mensual, durante 5 meses?*



Capital inicial = $C_0 = 1\ 000 \text{ €}$

$r = 0,003 \Rightarrow i = 0,00003$

Tiempo = $t = 5$ meses

$$C = C_0(1+i)^t = 1000(1+0,00003)^5 = 1000 \cdot 1,00003^5 = 1\ 000,15 \text{ €}$$



④⑥ *Un usurero presta dinero al 5% mensual. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que una deuda se duplique? Naturalmente, el usurero cada mes suma a la deuda los intereses correspondientes.*



El usurero está negociando su préstamo con un interés compuesto.

Capital Inicial = C_0

Capital Final = $C = 2 C_0$ (doble del inicial)

$r = 5\ %; i = 0,05$

Tiempo = t

$$C = C_0(1+i)^t \Rightarrow 2C_0 = C_0 \cdot (1+0,05)^t \Rightarrow 2 = 1,05^t \Rightarrow \log 2 = t \log 1,05 \Leftrightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1,05} = 14,21 \text{ meses} =$$

$14 \text{ meses} + 0,21 \cdot 30 \text{ días} = 14 \text{ meses y } 6 \text{ días}$.



Problemas de velocidades y tiempos

④⑦ *¿Cuántos metros por segundo recorre un coche que va a una velocidad de 90 km/h?*



$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



④⑧ *Un ciclista, que avanza a 23 km/h, alcanza a otro ciclista que avanza a 20 km/h. ¿Qué ventaja le llevará diez minutos más tarde? ¿Cuánto tiempo tardará en tomar una ventaja de un kilómetro?*



$v_1 = 23 \text{ km/h}$
 $v_2 = 20 \text{ km/h}$

Hallamos el espacio recorrido por los dos ciclistas en esos 10 min:

El primero: $e_1 = v_1 \cdot t = 23 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 10 \text{ min} \cdot \frac{1\text{h}}{60 \text{ min}} = 3,8\bar{3} \text{ km}$

El segundo: $e_2 = v_2 \cdot t = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 10 \text{ min} \cdot \frac{1\text{h}}{60 \text{ min}} = 3,3\bar{3} \text{ km}$

La ventaja del 2º sobre el primero es $\Delta e = e_2 - e_1 = 3,83 \text{ km} - 3,3 \text{ km} = 0,5 \text{ km} = 500 \text{ m}$.

Como a los 10 min la ventaja es de medio km para que sea de 1 km deberán transcurrir 20 min.



④⑨ *Un automóvil ha viajado a 90 km/h durante 20 minutos y a 120 km/h durante los 10 minutos siguientes. ¿Cuál ha sido la velocidad media durante ese espacio de tiempo?*



Hallamos el espacio que ha recorrido en cada periodo temporal:

$$\begin{cases} e_1 = v_1 \cdot t_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 20 \text{ min} \cdot \frac{1\text{h}}{60 \text{ min}} = 30 \text{ km} \\ e_2 = v_2 \cdot t_2 = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 10 \text{ min} \cdot \frac{1\text{h}}{60 \text{ min}} = 20 \text{ km} \end{cases}$$

Ahora podemos hallar la velocidad media:

$$v_m = \frac{e_{\text{total}}}{t_{\text{total}}} = \frac{e_1 + e_2}{t_1 + t_2} = \frac{30 + 20}{\frac{20}{60} + \frac{10}{60}} = \frac{50}{30/60} = \frac{50}{1/2} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



51 Un mensajero sale en su motocicleta a las 10 de la mañana para hacer una entrega a 45 km de distancia. Durante el trayecto, sufre una avería que le detiene durante 15 minutos. Después regresa al punto de partida y calcula que ha realizado el encargo logrando una velocidad media de 60 km/h. ¿Cuál habría sido la velocidad media si no hubiera tenido la avería?



Calculamos el tiempo invertido en recorrer 45 km sabiendo que la velocidad media ha sido de 60 km/h:

$$v = \frac{e}{t} \Leftrightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{45 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 0,75 \text{ h} = \frac{3}{4} \text{ de hora}$$

Si no hubiera sufrido la avería, habría tardado 15 minutos menos, es decir, media hora. En ese caso, la velocidad media habría sido:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{45 \text{ km}}{0,5 \text{ h}} = 90 \text{ km/h}$$



51 Un coche sale de A hacia B en el mismo instante que un camión sale de B hacia A, tardando hora y media en encontrarse. ¿Cuál es la velocidad media del coche, sabiendo que la del camión es de 80 km/h y que la distancia de A a B es de 270 km?



Velocidad del camión = $v_c = 80 \text{ km/h}$.

Tiempo hasta el encuentro = $t = 1,5$ h.
 Distancia que les separa = $d = 270$ km.
 Velocidad del coche = $v_{co} =$
 Espacio que recorre el camión = e_c
 Espacio que recorre el coche = e_{co}

El espacio que recorre el camión hasta que se encuentra con el coche es:

$$v_c = \frac{e_c}{t} \Leftrightarrow e_c = v_c \cdot t = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,5 \text{ h} = 120 \text{ km}$$

Como la distancia que les separa (d) es conocida, podemos saber la distancia que recorre el coche (e_{co}):

$d = e_c + e_{co} \Leftrightarrow e_{co} = d - e_c = 270 \text{ km} - 120 \text{ km} = 150 \text{ km}$ recorre el coche hasta que se encuentra con el camión.

Ahora podemos hallar la velocidad que lleva el coche:

$$v_{co} = \frac{e_{co}}{t} = \frac{150 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



52 *Un corredor de fondo avanza a la velocidad de 10 km/h, perseguido por un rival que está 800 metros más atrás y lleva una velocidad de 12 km/h. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el segundo alcance al primero?*



Velocidad de corredor más adelantado = $v_1 = 10$ km/h.
 Velocidad de corredor más retrasado = $v_2 = 12$ km/h.
 Distancia que los separa: $d = 800 \text{ m} = 0,8 \text{ km}$.

Hallamos la diferencia de velocidad entre el más rápido y el más lento: $v = v_2 - v_1 = 12 \text{ km/h} - 10 \text{ km/h} = 2 \text{ km/h}$. Con esa diferencia, el más rápido tiene que recuperar la distancia que les separa, para lo que necesitará el tiempo:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{0,8 \text{ km}}{2 \text{ km/h}} = 0,4 \text{ h} = 0,4 \text{ h} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}} = 24 \text{ min.}$$



5④ Un camión sale de A hacia B a 80 km/h. Un cuarto de hora después sale un coche, en la misma dirección, a 120 km/h, llegando ambos a B simultáneamente. ¿Cuál es la distancia entre A y B?



Velocidad del camión = $v_{ca} = 80$ km/h.

Velocidad del coche = $v_{co} = 120$ km/h.

La diferencia de velocidades es $v = v_{co} - v_{ca} = 120$ km/h - 80 km/h = 40 km/h.

Como el coche sale un cuarto de hora después, en ese tiempo el camión ha recorrido un espacio: $e = v_{ca} \cdot t = 80$ km/h \cdot $\frac{1}{4}$ h = 20 km.

El tiempo que tarde el coche en recuperar esa distancia (a la diferencia de velocidad v) será el tiempo que tarde en alcanzar al camión: $t = \frac{20 \text{ km}}{40 \text{ km/h}} = 0,5$ h.

Luego la distancia \overline{AB} recorrida será la recorra el camión en media hora más los 20 km que le saca al coche:

$$\overline{AB} = d = 80 \cdot 0,5 + 20 = 40 \text{ km} + 20 \text{ km} = 60 \text{ km}.$$

También podemos calcular la distancia \overline{AB} , hallando la distancia recorrido por el coche en esa media hora:

$$\overline{AB} = d = 120 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} = 60 \text{ km}.$$



5④ Un depósito de 21 000 litros se abastece de dos grifos que aportan un caudal de 40 litros por minuto y de 30 litros por minuto, respectivamente. ¿Cuánto tardará en llenarse el depósito si se abren ambos grifos simultáneamente?



Ambos grifos, en 1 minuto, aportan un caudal de $40 + 30 = 70$ l/ min.

Como el depósito tiene una capacidad de 21 000 l, el depósito tardará en llenarse.

$$\frac{21000 \text{ l}}{70 \text{ l/min}} = 300 \text{ minutos} = 5 \text{ horas en llenarlo}.$$



55 Un grifo A, llena un depósito en 4 horas. Un segundo grifo, B, llena el mismo depósito en 6 horas. ¿Cuánto tardarán en llenarlo si se abren ambos simultáneamente?



La idea está en calcular la porción de depósito que llena cada grifo en 1 h:

- Ⓐ El grifo A llena el depósito en 4 h, en 1 h llenará $\frac{1}{4}$ de depósito.
- Ⓑ El grifo B llena el depósito en 6 h, en 1 h llenará $\frac{1}{6}$ de depósito.
- Ⓒ Ambos grifos, en 1 h llenan, $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$ de depósito.

Si se abren los dos grifos a la vez:

$$\frac{1 \text{ h}}{5/12 \text{ depósito}} = \frac{x}{1 \text{ depósito}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5/12} = \frac{12}{5} \text{ h} = 2 \text{ h } 24 \text{ min.}$$

Ambos grifos llenan el depósito en 2 h 24 min.



56 Una cuadrilla de segadores corta un campo de heno en 3 horas. Una segunda cuadrilla lo hace en 6 horas. ¿Cuánto tardarían en segar el campo las dos cuadrillas juntas?



Calculamos la porción de campo que corta cada cuadrilla en 1 h:

- Ⓐ La primera cuadrilla corta el campo en 3 h, en 1 h cortan $\frac{1}{3}$ del campo.
- Ⓑ La segunda cuadrilla corta el campo en 6 h, en 1 h cortan $\frac{1}{6}$ del campo.
- Ⓒ Ambas cuadrillas cortan, en 1 h, $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ del campo.

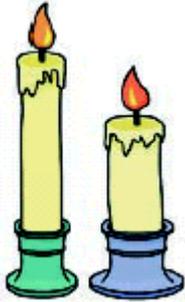
Trabajando ambas cuadrillas juntas, como siegan la mitad del campo en 1 h, para segar el total del campo tendrán que emplear 2 h.



Problemas de estrategia

Va de velas

De estas dos velas, la más estrecha mide 14 cm y se consumirá totalmente en 3 horas y media. La otra tardará 5 horas en consumirse.



Si las dejamos arder, al cabo de dos horas tendrán la misma altura. ¿Qué altura tiene ahora la vela más ancha?



Si la vela de 14 cm se consume en 3,5 h, en 2 h se habrán consumido 8 cm. La altura de esta vela ahora es de (14 cm – 8 cm =) 6 cm.

Si suponemos que la otra vela mide x cm, en 2 horas se consumirán

$$\frac{2}{5}x \text{ cm, luego quedan } \frac{3}{5}x \text{ cm por consumirse.}$$

En este momento, ambas velas tienen la misma altura. Por tanto:

$$\frac{3}{5}x = 6 \text{ cm} \Rightarrow x = 10 \text{ cm es lo que medía la vela más corta.}$$

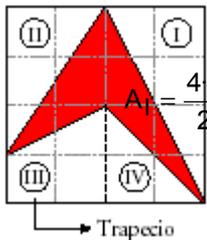


A simple vista...

¿Cuánto mide la superficie coloreada de cada cuadrado si la superficie de uno de ellos es de 16 cm²?



Como el área del cuadrado es de 16 m² su lado medirá $l = \sqrt{A} = \sqrt{16 \text{ cm}^2} = 4 \text{ cm}$, y, al estar dividido cada lado en 4 partes iguales, el lado de cada cuadradito pequeño (punteados) será de 1 cm.



Tenemos tres triángulos y un trapecio, cuyas áreas son :

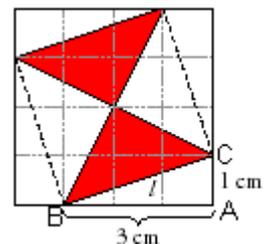
$$A_I = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ cm}^2; A_{II} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ cm}^2; A_{IV} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2; A_{III} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(1 + 2) \cdot 2}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

$$\text{El área de la figura sombreada es} = 16 - (4 + 3 + 2 + 3) = 4 \text{ m}^2.$$

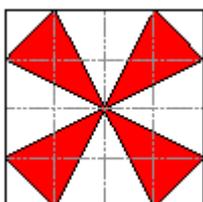
El

Podrías utilizar la misma estrategia del caso anterior y restar al área total, el área de 4 cuadrados y dos trapecios, pero según se aprecia en la figura, uniendo los vértices se forma un cuadrado y el área sombreada es la mitad, vamos a hallar el lado de ese cuadrado (en el triángulo ABC) y después su área :

Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ABC, tenemos el lado l :



$$l = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \text{ cm} \Rightarrow A = l^2 = (\sqrt{10})^2 = 10 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_S = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}^2$$



El área **no sombreada** está formada por :

- 4 triángulos rectángulos de área = $4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \text{ cm}^2$.

- 4 Triángulos isósceles de base = b = 2 cm y altura = h = 2 cm , luego el área será :

$$4 \cdot A = 4 \frac{b \cdot h}{2} = 4 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{sombreada}} = 16 - (8 + 2) = 16 - 10 = 6 \text{ cm}^2.$$

