Actividades (pág 46)

La siguiente lista consta de todos los números escritos en la pizarra y algunos más:

$$0;\ 4;\ -11;\ 0{,}31;\ \sqrt{2};\ \frac{3}{4};\ \frac{7}{4};\ \sqrt[3]{5};\ \frac{26}{4};\ -\frac{24}{4};\ -\sqrt{3};\ \sqrt[3]{-8};\ \sqrt{81};\ 7{,}\overline{31};\ \pi;\ -\frac{5}{9}$$

Sitúalos, en tu cuaderno, sobre un cuadro como el de abajo. Ten en cuenta que un mismo número puede estar en más de uno de los conjuntos.

NATURALES(N)	$0;\ 4;\ \sqrt{81}=9$
ENTEROS(Z)	$0;\ 4;\ -11;\ \frac{24}{6}=4;-\frac{24}{4}=-6;\sqrt[3]{-8}=-3;\sqrt{81}=9$
RACIONALES(Q)	$0;\ 4;\ -11;\ 0{,}31;\ \frac{3}{4};\frac{7}{4};\frac{24}{6};-\frac{24}{4};\sqrt[3]{-8};\sqrt{81};7{,}\overline{31};-\frac{5}{9}$
NO RACIONALES	$\sqrt{2};\ \sqrt[3]{5};-\sqrt{3};\pi$

Actividades (pág 47)

① *Indica cuáles de los siguientes números son racionales y cuáles son irracionales:*

$$1{,}5;\ \frac{-3}{5};0{,}\widehat{3};\sqrt{7};\ 1{,}6666\ldots;\ 2{,}010010001\ldots;\ \sqrt{25};\ 2+\sqrt{2};\ 3{,}2\widehat{8}$$

- Racionales ⇒ $1{,}5;\ -3/5;\ 0{,}\widehat{3};\ 1{,}6666\ldots;\ \sqrt{25}=5;\ 3{,}2\widehat{8}$
- Irracionales ⇒ $\sqrt{7};\ 2{,}010010001\ldots;\ 2+\sqrt{2}$

Actividades (pág 48)

① *Escribe en cada caso un número racional y otro irracional comprendidos entre M y N -*

a) M = 1/2 N = 1/3

$$\begin{cases} M = \dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{18} \\ N = \dfrac{1}{3} = \dfrac{6}{18} \end{cases} \Rightarrow N = \frac{6}{18} = 0,\widehat{3} < \frac{8}{18} = \frac{4}{9} = 0,\widehat{4} < M = \frac{9}{18} = 0,5$$, un racional intermedio es 4/9 = 0,44... y un irracional $\sqrt{0,2024} \approx 0,45$.

b) M = 0,438; N = 0,439

M = 0,438 < Racional = 0,4385 < N = 0,439; Irracional = $\sqrt{0,1923}$

c) $M = 0,\overline{31}$; $N = 0,\overline{32}$

Racional = 0,315; Irracional = $\sqrt{0,099225}$

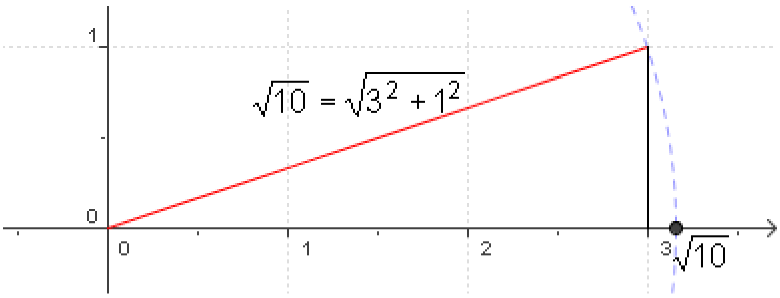
¿Podrías encontrar siempre un racional y un irracional que estén comprendidos entre dos números cualesquiera? Razona tu respuesta.

Sí, pues entre dos números cualesquiera hay infinitos números racionales e irracionales, el conjunto de los números reales es un conjunto "denso".

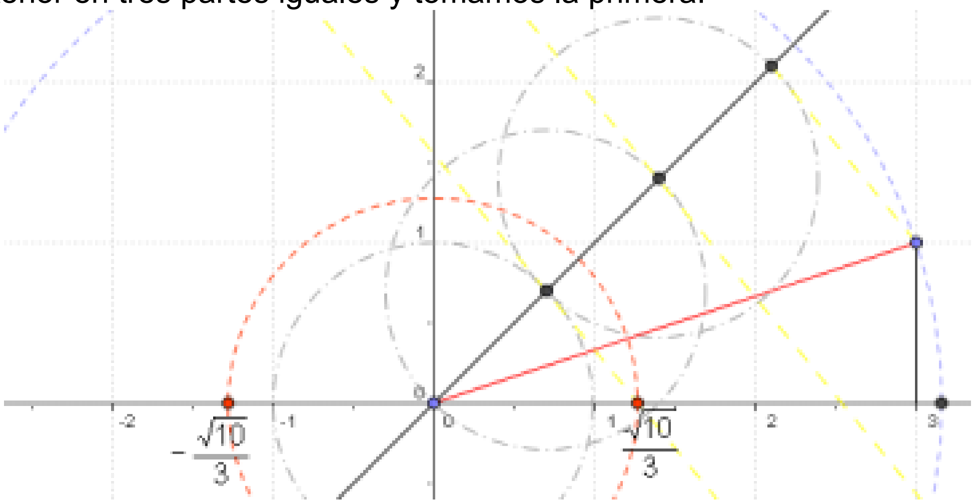
✻✻✻❀❀✪❀❀✻✻✻

② *Representa en la recta numérica los siguiente números:*

$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$, luego en un triángulo rectángulo, un cateto ha de ser 3 y el otro 1:



Para dibujar $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$ dividimos el segmento anterior en tres partes iguales y tomamos la primera:



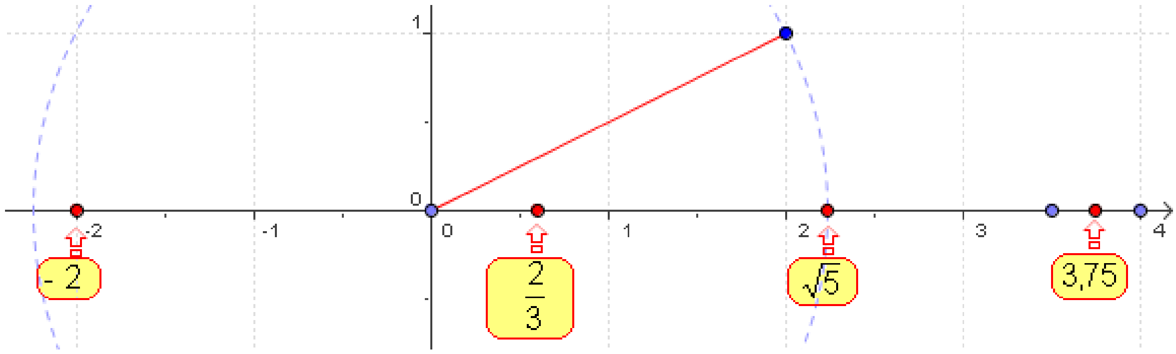
Para dibujar el $-\frac{\sqrt{10}}{3}$ sólo tenemos que hallar el opuesto con una circunferencia con centro en el 0 y radio $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (figura anterior).

Actividades (pág 49)

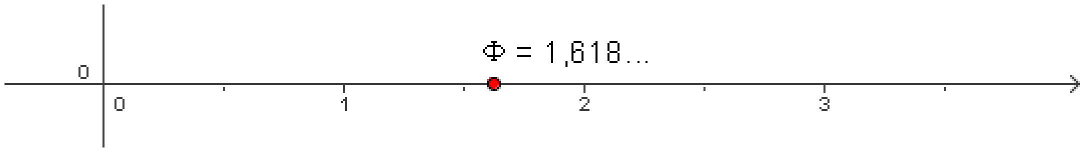
① *Representa en la recta real los números, de forma exacta:*

a) Convertimos los decimales en fracciones para representarlos:

- - 2, directamente
- $3{,}75 = \frac{375}{100} = \frac{15}{4}$; dividimos la unidad en cuatro partes iguales y contamos 14.
- $0{,}\widehat{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, dividimos la unidad en tres partes iguales y tomamos 2.
- $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^1}$



b) Φ = 1,618...



Actividades (pág 51)

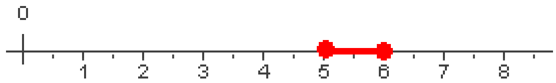
① *Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen las condiciones indicadas en cada caso:*

a) *Comprendidos entre 5 y 6, ambos incluidos.*

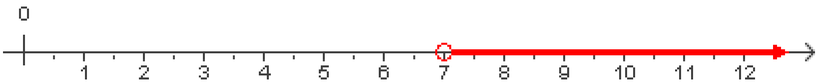
b) *Mayores que 7.*

c) *Menores o iguales que -5.*

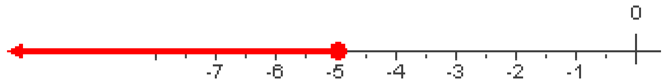
a) [5, 6]



b) (7, +∞)

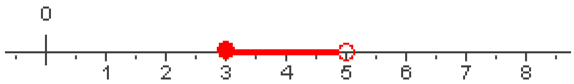


c) (–∞, –5]

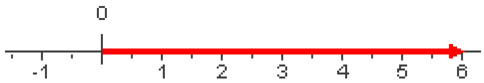


❷ *Escribe en forma de intervalo y representa:*

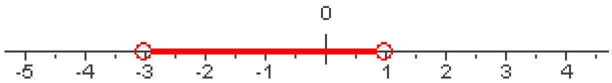
a) {x / 3 ≤ x < 5} ≡ [3, 5)



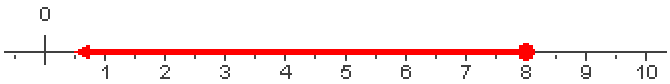
b) {x / x ≥ 0} ≡ [0, +∞)



c) {x / –3 < x < 1} ≡ (–3, 1)

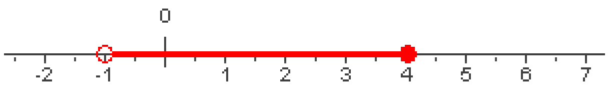


d) {x / x < 8} ≡ (–∞, 8)

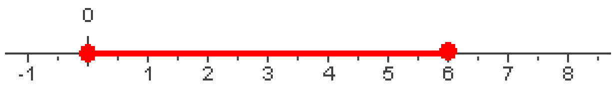


❸ *Escribe en forma de desigualdad y representa:*

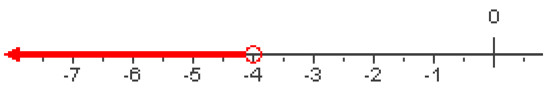
a) (–1, 4] ≡ {*x* / –1 < *x* ≤ 4}



b) [0, 6] ≡ {*x* / 0 ≤ *x* ≤ 6}



c) (–∞, –4) ≡ {*x* / *x* < –4}



d) [9, +∞) ≡ {*x* / *x* ≥ 9}

Actividades (pág 52)

① *Expresa en forma exponencial:*

Sabemos que $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, luego:

a) $\sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$ **b)** $\sqrt[15]{a^6} = a^{\frac{6}{15}} = a^{\frac{2}{5}}$ **c)** $\sqrt{a^{13}} = a^{\frac{13}{2}}$

d) $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ **e)** $\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^5 = \sqrt[3]{x^{10}} = x^{\frac{10}{3}}$ **f)** $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{6}}$

② *Calcula:*

a) $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$ **b)** $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5$

c) $625^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5^{\frac{4}{4}} = 5$ **d)** $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^3} = \sqrt[3]{(2^3)^3} = \sqrt[3]{2^9} = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8$

e) $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64^5} = \left(\sqrt[6]{2^6}\right)^5 = 2^5 = 32$. **f)** $81^{3/4} = (3^4)^{3/4} = 3^3 = 27$

Actividades (pág 53)

① *Utilizando la tecla* $\boxed{\sqrt{\ }}$*, calcula:*

- $\sqrt{1025} \Rightarrow$ 1 025 $\boxed{\sqrt{\ }}$ 32,01562119...
- $\sqrt[4]{48} \Rightarrow$ 48 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ 2,632148026...
- $\sqrt[8]{3024} \Rightarrow$ 3 024 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ 2,723157267...
- $\sqrt{0{,}03} \Rightarrow$ 0,03 $\boxed{\sqrt{\ }}$ 0,17320508...
- $\sqrt[4]{0{,}03} \Rightarrow$ 0,03 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ 0,416179145...
- $\sqrt[8]{0{,}03} \Rightarrow$ 0,03 $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ 0,645119481...

5) *Utilizando la tecla* x^y *, halla:*

- $7^4 \Rightarrow 7$ x^y 4 $=$ $2\,401$
- $2^{100} \Rightarrow 2$ x^y 100 $=$ $1{,}267650599 \cdot 10^{30}$
- $1{,}41^{20} \Rightarrow 1{,}41$ x^y 20 $=$ $964{,}6777305.$

6) *Utilizando la tecla* x^y*, halla:*

- $\sqrt{7} \Rightarrow 7$ x^y 2 $1/x$ $=$ $2{,}645751311...$
- $\sqrt[3]{7} \Rightarrow 7$ x^y 3 $1/x$ $=$ $1{,}912931183...$
- $\sqrt[5]{7^3} \Rightarrow 7$ x^y $\{$ 3 $\div$ 5 $\}$ $=$ $3{,}21409585...$

7) *Utilizando la tecla* $x^{1/y}$ *o bien* $\sqrt[x]{\ }$*, halla:*

- $\sqrt{5} \Rightarrow 5$ $x^{1/y}$ 2 $=$ $2{,}236067977...$
- $\sqrt[3]{11} \Rightarrow 11$ $x^{1/y}$ 3 $=$ $2{,}223980091...$
- $\sqrt[7]{128} \Rightarrow 128$ $x^{1/y}$ 7 $=$ $2.$
- $\sqrt[5]{5500} \Rightarrow 5\,500$ $x^{1/y}$ 5 $=$ $5{,}598511026...$

Actividades (pág 55)

1) *Simplifica:*

a) $\sqrt[12]{x^9} = x^{\frac{9}{12}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

b) $\sqrt[12]{x^8} = x^{\frac{8}{12}} = x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}} = y^{\frac{10}{5}} = y^2$

d) $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = 2^{\frac{6}{9}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

f) $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = 3^{\frac{4}{8}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

❷ *¿Cuál de los dos es mayor en cada caso?:*

a) $\begin{cases}\sqrt[4]{31}=\sqrt[12]{31^3}=\sqrt[12]{29791}\\ \sqrt[3]{13}=\sqrt[12]{13^4}=\sqrt[12]{28561}\end{cases}$ Como $29791>28561\Rightarrow\sqrt[4]{31}>\sqrt[3]{13}$.

b) $\begin{cases}\sqrt[3]{51}=\sqrt[9]{51^3}=\sqrt[9]{132651}\\ \sqrt[9]{132650}\end{cases}\Rightarrow\sqrt[3]{51}>\sqrt[9]{132650}$.

❸ *Reduce:*

a) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[5]{2}=2^{\frac{1}{3}}\cdot2^{\frac{1}{5}}=2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}=2^{\frac{5+3}{15}}=2^{\frac{8}{15}}=\sqrt[15]{2^8}$.

b) $\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[6]{3}=9^{\frac{1}{3}}\cdot3^{\frac{1}{6}}=(3^2)^{\frac{1}{3}}\cdot3^{\frac{1}{6}}=3^{\frac{2}{3}}\cdot3^{\frac{1}{6}}=3^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=3^{\frac{4+1}{6}}=3^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{3^5}$.

c) $\sqrt[10]{a^4\cdot b^6}=\sqrt[5]{a^2\cdot b^3}$.

❹ *Saca del radical todos los factores que sea posible*

a) $\sqrt[3]{32x^4}=\sqrt[3]{2^5x^4}=\sqrt[3]{2^3\cdot2^2\cdot x^3\cdot x}=\sqrt[3]{2^3}\sqrt[3]{x^3}\sqrt[3]{2^2\cdot x}=2x\sqrt[3]{4x}$

b) $\sqrt[3]{81a^3b^5c}=\sqrt[3]{3^4a^3b^5c}=\sqrt[3]{3^3\cdot3\cdot a^3\cdot b^3\cdot b^2\cdot c}=\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{a^3}\cdot\sqrt[3]{b^3}\cdot\sqrt[3]{3b^2c}=3ab\sqrt[3]{3b^2c}$.

c) $\sqrt[5]{64}=\sqrt[5]{2^6}=\sqrt[5]{2^5}\sqrt[5]{2}=2\sqrt[5]{2}$.

❺ *Simplifica:*

a) $\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}=\dfrac{\sqrt{3^2}}{\sqrt[3]{3}}=\dfrac{3}{3^{\frac{1}{3}}}=3^{1-\frac{1}{3}}=3^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{3^2}=\sqrt[3]{9}$.

b) $\dfrac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2^{\frac{4}{5}}}{2^{\frac{1}{2}}}=2^{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}}=2^{\frac{8-5}{10}}=2^{\frac{3}{10}}=\sqrt[10]{2^3}=\sqrt[10]{8}$

c) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3b^5c}}{\sqrt{ab^3c^3}} = \dfrac{\sqrt[4]{a^3b^5c}}{\sqrt[4]{a^2b^6c^6}} = \sqrt[4]{\dfrac{a^3b^5c}{a^2b^6c^6}} = \sqrt[4]{\dfrac{a}{bc^5}} = \dfrac{1}{c}\sqrt[4]{\dfrac{a}{bc}}$.

d) $\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^6 = \sqrt[3]{(a^2)^6} = \sqrt[3]{a^{12}} = a^{12/3} = a^4$.

e) $\left(\sqrt{x}\right)^3\left(\sqrt[3]{x}\right) = x^{3/2}\cdot x^{1/3} = x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{9+2}{6}} = x^{\frac{11}{6}} = \sqrt[6]{x^{11}} = \sqrt[6]{x^6\cdot x^5} = x\sqrt[6]{x^5}$.

f) $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^8 = \left(\sqrt[8]{2^8}\right) = 2$.

❁❁❁❁❁✪❁❁❁❁❁

⑥ *Efectúa:*

a) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2\cdot 3^2} + \sqrt{2\cdot 5^2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} = \sqrt{3^2}\sqrt{2} + \sqrt{5^2}\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^2}\sqrt{2} =$

$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3+5-1-2)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

b) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a} = \sqrt{2\cdot 5^2 a} - \sqrt{2\cdot 3^2 a} = 5\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} = (5-3)\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$.

❁❁❁❁❁✪❁❁❁❁❁

Actividades (pág 56)

⑦ *Racionaliza los denominadores:*

a) $\dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

b) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{5}\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{35}}{\sqrt{7^2}} = \dfrac{\sqrt{35}}{7}$.

c) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$.

d) $\dfrac{2}{\sqrt[5]{3^2}} = \dfrac{2\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2}\sqrt[5]{3^3}} = \dfrac{2\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^5}} = \dfrac{2\sqrt[5]{27}}{3}$.

e) $\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{4\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{4\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{4\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2}=4\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=4\sqrt{3}-4\sqrt{2}$.

f) $\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{3\left(2-\sqrt{3}\right)}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{3\left(2-\sqrt{3}\right)}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{3\left(2-\sqrt{3}\right)}{4-3}=3\left(2-\sqrt{3}\right)=6-3\sqrt{3}$.

EJERCICIOS DE LA UNIDAD

PRACTICA

Números reales

① **a)** *Clasifica los siguientes números racionales o irracionales:*

$$\frac{43}{13};-\sqrt{49};53,\widehat{7};3,2\cdot 10^{-10};\sqrt{12};\sqrt[3]{5}$$

b) *¿Alguno de ellos es entero?*

c) *Ordénalos de menor a mayor.*

a) Racionales: $\frac{43}{13};-\sqrt{49};53,\widehat{7};3,2\cdot 10^{-10}$. Irracionales : $\sqrt{12};\sqrt[3]{5}$.

b) Sí es entero $-\sqrt{49}=-7$.

c) Para ordenarlos pasamos a decimales los que no lo están y después comparamos:

$$\frac{43}{13}=3,3076923;-\sqrt{49}=-7;53,\widehat{7};3,2\cdot 10^{-10};\sqrt{12}=3,4641016...;\sqrt[3]{5}=1,70099759...$$

$$-\sqrt{49}<3,2\cdot 10^{-10}<\sqrt[3]{5}<\frac{43}{13}<\sqrt{12}<53,\widehat{7}$$

② *Di cuáles de los siguientes números son irracionales:* $-\frac{3}{4};\ 1,7\widehat{3};\ \sqrt{3};\ \pi;\ \sqrt{9};\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Son irracionales: $\sqrt{3};\ \pi;\ \phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

③ *Ordena de menor a mayor:*

a) $1{,}45;\ 1{,}\widehat{4};\ \sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{2};\ \sqrt[3]{3};\ \dfrac{13}{9}$

Hallamos las expresiones decimales para comparar.

a) $1{,}45;\ 1{,}\widehat{4};\ \sqrt{2}=1{,}4142136... \Rightarrow \sqrt{2}<1{,}\widehat{4}<1{,}45$.

b) $\sqrt{2}=1{,}4142136...;\ \sqrt[3]{3}=1{,}4422496...;\ \dfrac{13}{9}=1{,}\widehat{4} \Rightarrow \sqrt{2}<\sqrt[3]{3}<\dfrac{13}{9}$.

④ *Clasifica estos números según pertenezcan a los conjuntos* **N, Z , Q** y **R**.

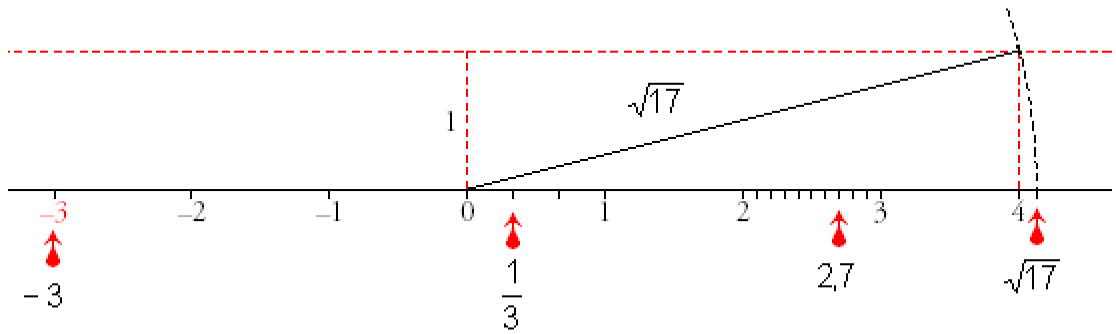
$\mathbb{N} \Rightarrow 3;\ 0;\ 2;\ 18;\ 1.$
$\mathbb{Z} \Rightarrow 3;\ 0;\ 2;\ 18;\ 1;\ -2;\ -4;\ -1;\ \sqrt[3]{-1}.$
$\mathbb{Q} \Rightarrow 3;\ 0;\ 2;\ 18;\ 1;\ -2;\ -4;\ -1;\ \sqrt[3]{-1}; -\dfrac{3}{4}; 7{,}23; \dfrac{1}{3}; \dfrac{11}{9}; 2{,}48.$
$\mathbb{R} \Rightarrow 3;\ 0;\ 2;\ 18;\ 1;\ -2;\ -4;\ -1;\ \sqrt[3]{-1}; -\dfrac{3}{4}; 7{,}23; \dfrac{1}{3}; \dfrac{11}{9}; 2{,}48;\ \sqrt{12};\ \pi;\ 1+\sqrt{2};\ 1{,}01{,}02{,}03...$.

⑤ *Representa en la recta real los siguientes números:*

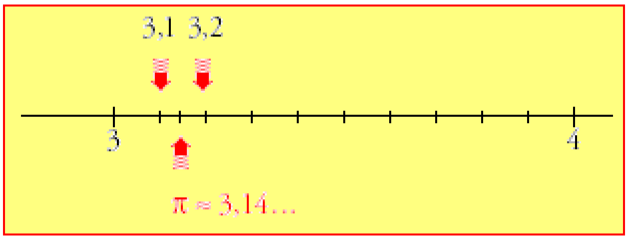
a) *-3; 2,7;* $\sqrt{17}$ *;* $\dfrac{1}{3}$*, de forma exacta.*

b) π *= 3,14..., de forma aproximada.*

a)



b)



Intervalos

6 *Dados los números: 1; 2; 2,3; 3; 3,9; 4; 4,1:*

a) *Indica cuáles de ellos pertenecen al intervalo [2, 4).*

b) *Lo mismo, pero con el intervalo [2, 4].*

c) *Igual, pero con el intervalo (2, +∞).*

a) Al intervalo [2, 4) pertenecen el 2; 2,3; 3; 3,9

b) En el intervalo [2, 4] están el 2; 2,3; 3; 3,9; 4

c) En el intervalo (2, +∞) se encuentran los números 2,3; 3; 3,9; 4; 4,1

7 *Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen las condiciones dadas en cada caso:*

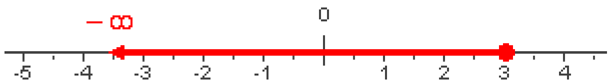
a) *Menores o iguales que 3.*

b) *Comprendidos entre -1 y 0, incluyendo el 0, pero no el -1.*

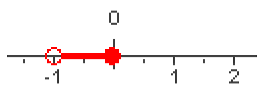
c) *Mayores que 2, pero menores que 3.*

d) *Mayores que 5.*

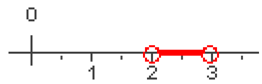
a) (– ∞, 3]



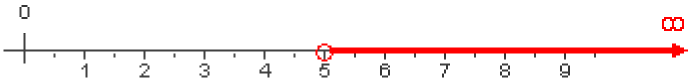
b) (–1, 0]



c) (2, 3)

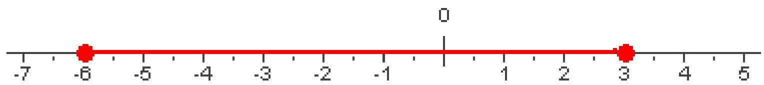


d) (5, +∞)

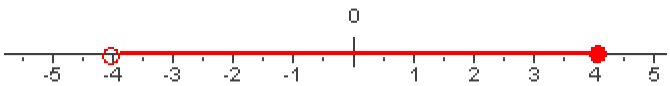


8 *Escribe en forma de intervalo y representa en cada caso:*

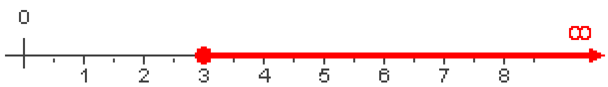
a) $\{x \,/\, -6 \le x \le 3\} \equiv [-6, 3]$



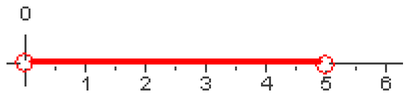
b) $\{x \,/\, -4 < x \le 4\} \equiv (-4, 4]$



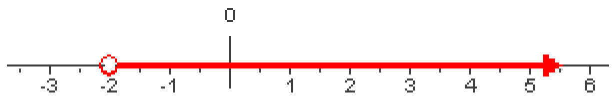
c) $\{x \,/\, x \ge 3\} \equiv [3, +\infty)$



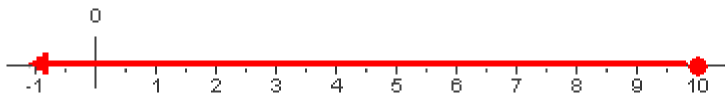
d) $\{x \,/\, 0 < x < 5\} \equiv (0, 5)$



e) $\{x \,/\, x > -2\} \equiv (-2, +\infty)$

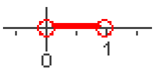


f) $\{x \,/\, 10 \ge x\} \equiv (-\infty, 10]$

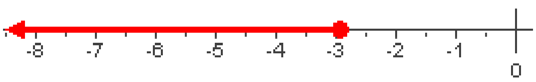


9 *Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen la desigualdad indicada en cada caso:*

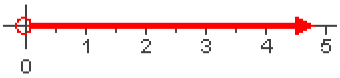
a) $0 < x < 1 \equiv (0, 1)$



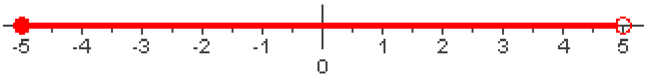
b) $x \le -3 \equiv (-\infty, -3]$



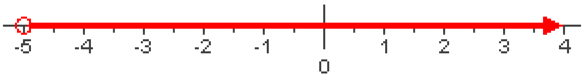
c) $x > 0 \equiv (0, +\infty)$



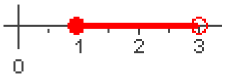
d) $-5 \leq x < 5 \equiv [-5, 5)$



e) $-5 < x \equiv (-5, +\infty)$

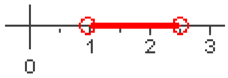


f) $1 \leq x < 3 \equiv [1, 3)$

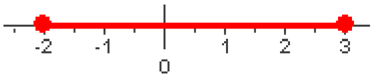


①① *Escribe en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:*

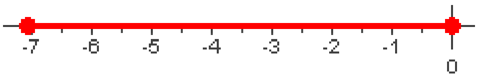
a) $(1;\ 2{,}5) \equiv \{x \in \mathbb{R}\ /\ 1 < x < 2{,}5\}$



b) $[-2, 3] \equiv \{x \in \mathbb{R}\ /\ -2 \leq x \leq 3\}$

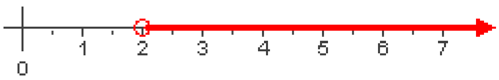


c) $[-7, 0] \equiv \{x \in \mathbb{R}\ /\ -7 \leq x \leq 0\}$

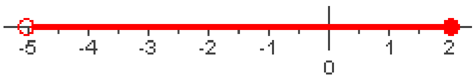


d) $[-3, +\infty) \equiv \{x \in \mathbb{R}\ /\ x \geq -3\}$

e) $(2, +\infty) \equiv \{x \in \mathbb{R}\ /\ x > 2\}$



f) $(-5, 2] \equiv \{x \in \mathbb{R}\ /\ -5 < x \leq 2\}$



Potencias y raíces

①① *Expresa en forma de potencia con exponente fraccionario:*

a) $\sqrt[3]{5^2} = 5^{2/3}$ **b)** $\sqrt[5]{a^2} = a^{2/5}$ **c)** $\sqrt[8]{a^5} = a^{5/8}$ **d)** $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$ **e)** $\sqrt{a^{-1}} = a^{-1/2}$

f) $\sqrt[4]{a^2} = a^{2/4} = a^{1/2}$ **g)** $\sqrt{a} = a^{1/2}$ **h)** $\sqrt{2} = 2^{1/2}$

①② *Expresa en forma de raíz:*

a) $3^{2/5} = \sqrt[5]{3^2}$ **b)** $2^{3/4} = \sqrt[4]{2^3}$ **c)** $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$ **d)** $a^{1/2} = \sqrt{a}$

e) $x^{1/4} = \sqrt[4]{x}$ **f)** $a^{3/2} = \sqrt{a^3}$ **g)** $x^{-1/2} = \sqrt{x^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

h) $x^{-3/2} = \sqrt{x^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

13 *Calcula:*

a) $25^{1/2} = (52)^{1/2} = 5^{2/2} = 5$
b) $27^{1/3} = (33)^{1/3} = 3^{3/3} = 3$
c) $125^{2/3} = (5^3)^{2/3} = 5^{3\cdot 2/3} = 5^2 = 25$
d) $81^{3/4} = (34)^{3/}4 = 3^3 = 27$

14 *Calcula las siguientes raíces:*

a) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2^{4/4} = 2$ **b)** $\sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3^{5/5} = 3.$ **c)** $\sqrt[7]{0} = 0$ **d)** $\sqrt[4]{1} = 1$

e) $\sqrt[3]{-1} = -1$ **f)** $\sqrt{-1} \notin \Re$ **g)** $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = (-3)^{3/3} = -3$ **h)** $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$

15 *Obtén con la calculadora:*

a) $\sqrt[5]{9}$ = 9 $x^{1/y}$ 5 = 1,551845574...

b) $\sqrt[3]{-173}$ = 173 ± $x^{1/y}$ 3 = - 5,572054655...

c) $\sqrt[4]{(14)^3}$ = 14 x^y 3 $x^{1/y}$ 4 = 7,237624155...

d) $\sqrt[4]{\frac{3}{5}}$ = [(--- 3 ÷ 5 ---)] $x^{1/y}$ 4 = 0,880111736...

e) $\sqrt{28^3}$ = 28 x^y 3 $x^{1/y}$ 2 = 148,1620734...

f) $28^{3/4} = \sqrt[4]{28^3}$ = 28 x^y 3 $x^{1/y}$ = 12,17218441...

g) $8^{-1/3} = \sqrt[3]{8^{-1}}$ = 8 x^y 1 ± $x^{1/y}$ 3 = 0,5.

h) $0{,}02^{1/2} = \sqrt{0{,}02}$ = 0.02 $\boxed{\sqrt{\ }}$ 0,141421356...

i) $0{,}2^{-1/2} = \sqrt{0{,}2^{-1}}$ = 0.2 $\boxed{x^y}$ 1 $\boxed{\pm}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{=}$ 2,236067977...

Radicales

16 *Multiplica y simplifica el resultado:*

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{6} = \sqrt{2\cdot3\cdot6} = \sqrt{2^2\cdot3^2} = 2\cdot3 = 6$.

b) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a\cdot a^2} = \sqrt[3]{a^3} = a$.

c) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{8} = \sqrt{5\cdot10\cdot8} = \sqrt{2^4\cdot5^2} = 2^{4/2}\cdot5^{2/2} = 2^2\cdot5 = 4\cdot5 = 20$.

d) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a^3} = \sqrt{a\cdot a^3} = \sqrt{a^4} = a^{4/2} = a^2$.

17 *Simplifica los siguientes radicales:*

a) $\sqrt[6]{5^3} = 5^{\frac{3}{6}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$. **b)** $\sqrt[15]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{15}} = 2^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[5]{16}$.

c) $\sqrt[10]{a^8} = a^{\frac{8}{10}} = a^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{a^4}$. **d)** $\sqrt[12]{a^4\cdot b^8} = a^{\frac{4}{12}}\cdot b^{\frac{8}{12}} = a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{2}{3}} = \left(ab^2\right)^{1/3} = \sqrt[3]{ab^2}$.

e) $\sqrt[8]{\left(x^2y^2\right)} = \sqrt[8]{(xy)^2} \overset{(1)}{=} \sqrt[4]{xy}$ **f)** $\sqrt[4]{x^{12}} = x^{12/4} = x^3$

(1) Dividiendo el índice y el exponente del radicando por 4.

18 *Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:*

a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$; como m.c.m.(2, 3, 4, 5, 6) = $2^2\cdot3\cdot5$ = 60 al reducir a común índice quedan

$\sqrt[60]{2^{30}}, \sqrt[60]{3^{20}}, \sqrt[60]{4^{15}}, \sqrt[60]{5^{12}}, \sqrt[60]{6^{10}}$ ahora comparamos los radicandos :

6^{10} = 60 466 176 < 5^{12} = 244 140 625 < 2^{30} = 1 073 741 824 = 4^{15} = $(2^2)^{15}$ < 3^{20} = 3 486 784 401 luego el orden es $\sqrt[6]{6} < \sqrt[5]{5} < \sqrt{2} = \sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{3}$.

b) $\sqrt[3]{2^4}, \sqrt[4]{5^3}, \sqrt[6]{3^5}$ como m.c.m.(3, 4, 6) = $2^2\cdot3$ = 12 al reducir a común índice quedan

$\sqrt[12]{(2^4)^4}, \sqrt[12]{(5^3)^3}, \sqrt[12]{(3^5)^2} \Leftrightarrow \sqrt[12]{2^{14}}, \sqrt[12]{5^9}, \sqrt[12]{3^{10}}$ ahora comparamos los radicandos :

$2^{14} = 16\,384 < 3^{10} = 59\,049 < 5^9 = 1\,953\,125$ luego el orden es $\sqrt[3]{2^4} < \sqrt[6]{3^5} < \sqrt[4]{5^3}$.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

19 *Divide y simplifica el resultado:*

a) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{12}{3}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2.$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{2^{2/3}}{2^{1/2}} = 2^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{4-3}{6}} = 2^{1/6} = \sqrt[6]{2}$

c) $\sqrt[4]{\dfrac{5}{12}} : \sqrt[4]{\dfrac{20}{3}} = \sqrt[4]{\dfrac{5}{12} : \dfrac{20}{3}} = \sqrt[4]{\dfrac{15}{12 \cdot 20}} = \sqrt[4]{\dfrac{3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 5}} = \sqrt[4]{\dfrac{1}{2^4}} = \dfrac{1}{2}.$

d) $\dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{ab}} = \sqrt[4]{\dfrac{a}{ab}} = \sqrt[4]{\dfrac{1}{b}} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{b}}.$

e) $\sqrt{\dfrac{3}{2}} : \sqrt{\dfrac{2}{3}} = \sqrt{\dfrac{3^2}{2^2}} = \dfrac{3}{2}.$

f) $\dfrac{\sqrt[6]{20}}{\sqrt[4]{10}} = \sqrt[12]{\dfrac{20^2}{10^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{(2^2 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 5)^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{2^4 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{2}{5}}.$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

20 *Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:*

a) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}.$

b) $\sqrt{28} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = \sqrt{2^2}\sqrt{7} = 2\sqrt{7}.$

c) $\sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^8}\sqrt[4]{2^2} = 2^2 \cdot \sqrt[4]{2^2} = 4\sqrt{2}.$

d) $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$

e) $\sqrt{200} = \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

f) $\sqrt{300} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

21 *Calcula y simplifica en cada caso:*

a) $\left(\sqrt{2}\right)^{10} = \sqrt{2^{10}} = 2^{10/2} = 2^5 = 32$

b) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^4 = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^3}\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}.$

c) $\left(\sqrt[4]{3^2}\right)^8 = \sqrt[4]{(3^2)^8} = \sqrt[4]{3^{16}} = 3^{16/4} = 3^4 = 81.$

d) $\sqrt[4]{\sqrt{8}} = \sqrt[8]{2^3}.$

e) $\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{10}=\sqrt[4]{2^{10}}=2^{10/4}=2^{5/2}=\sqrt{2^5}=\sqrt{2^4\cdot 2}=\sqrt{2^4}\cdot\sqrt{2}=2^2\cdot\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

f) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)^{6}=\sqrt[6]{2^6}=2$

✻✻✻❀❀✪❀❀✻✻✻

23 *Calcula y simplifica:*

a) $\sqrt{3}+3\sqrt{3}-5\sqrt{3}=-\sqrt{3}$.

b) $2\sqrt{8}+4\sqrt{72}-7\sqrt{18}=2\sqrt{2^3}+4\sqrt{2^3\cdot 3^2}-7\sqrt{2\cdot 3^2}=2\sqrt{2^2\cdot 2}+4\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 2}-7\sqrt{2\cdot 3^2}=$
$=2\cdot 2\sqrt{2}+4\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}-7\cdot 3\sqrt{2}=4\sqrt{2}+24\sqrt{2}-21\sqrt{2}=7\sqrt{2}$.

c) $3\sqrt{2}+4\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{50}=3\sqrt{2}+4\sqrt{2\cdot 2^2}-\sqrt{2\cdot 2^4}+\sqrt{2\cdot 5^2}=3\sqrt{2}+4\cdot 2\sqrt{2}-2^2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=$
$=3\sqrt{2}+8\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}=12\sqrt{2}$.

d) $5\sqrt{12}+\sqrt{27}-8\sqrt{75}+\sqrt{48}=5\sqrt{2^2\cdot 3}+\sqrt{3^3}-8\sqrt{3\cdot 5^2}+\sqrt{2^4\cdot 3}=5\cdot 2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-8\cdot 5\sqrt{3}+2^2\sqrt{3}=$
$=10\sqrt{3}+3\sqrt{3}-40\sqrt{3}+4\sqrt{3}=-23\sqrt{3}$.

e) $\sqrt{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{4}-\dfrac{5\sqrt{2}}{3}=\left(1+\dfrac{3}{4}-\dfrac{5}{3}\right)\sqrt{2}=\dfrac{12+9-20}{12}\sqrt{2}=\dfrac{1}{12}\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

✻✻✻❀❀✪❀❀✻✻✻

24 *Efectúa:*

a) $\sqrt{320}+\sqrt{80}-\sqrt{500}=\sqrt{2^6\cdot 5}+\sqrt{2^4\cdot 5}-\sqrt{2^2\cdot 5^3}=2^3\sqrt{5}+2^2\sqrt{5}-2\cdot 5\sqrt{5}=8\sqrt{5}+4\sqrt{5}-10\sqrt{5}=$

$=2\sqrt{5}$.

b) $\sqrt{150}+\sqrt{54}-\sqrt{24}=\sqrt{2\cdot 3\cdot 5^2}+\sqrt{2\cdot 3^3}-\sqrt{2^3\cdot 3}=5\sqrt{6}+3\sqrt{6}-2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

c) $\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{135}-\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{2^3\cdot 5}+\sqrt[3]{3^3\cdot 5}-\sqrt[3]{5}=2\sqrt[3]{5}+3\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{5}=4\sqrt[3]{5}$.

✻✻✻❀❀✪❀❀✻✻✻

25 *Racionaliza y simplifica:*

a) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

b) $\dfrac{4}{\sqrt{6}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{6}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

c) $\dfrac{6}{\sqrt{12}}=\dfrac{6}{\sqrt{2^2\cdot 3}}=\dfrac{6}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$.

d) $\dfrac{3}{\sqrt{15}}=\dfrac{3\sqrt{15}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}}=\dfrac{3\sqrt{15}}{15}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

26 *Racionaliza:*

Para racionalizar expresiones del tipo:

$$\frac{A}{\sqrt[n]{a^m}}=\frac{A\sqrt[n]{a^{m-n}}}{\sqrt[n]{a^m}\cdot\sqrt[n]{a^{m-n}}}=\frac{A\sqrt[n]{a^{m-n}}}{\sqrt[n]{a^{m-m+n}}}=\frac{A\sqrt[n]{a^{m-n}}}{\sqrt[n]{a^n}}=\frac{A\sqrt[n]{a^{m-n}}}{a}$$

a) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{5}}=\dfrac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{5^2}}=\dfrac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{5^2}}=\dfrac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\dfrac{3\sqrt[3]{5^2}}{5}$.

b) $\dfrac{1}{\sqrt[8]{a^5}}=\dfrac{\sqrt[8]{a^3}}{\sqrt[8]{a^5}\cdot\sqrt[8]{a^3}}=\dfrac{\sqrt[8]{a^3}}{\sqrt[8]{a^8}}=\dfrac{\sqrt[8]{a^3}}{a}$.

c) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x^2}}=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}}=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$.

d) $\dfrac{2}{\sqrt[4]{2}}=\dfrac{2\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2}\sqrt[4]{2^3}}=\dfrac{2\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}}=\dfrac{2\sqrt[4]{2^3}}{2}=\sqrt[4]{2^3}=\sqrt[4]{8}$.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

27 *Racionaliza y simplifica:*

a) $\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{2(1-\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=\dfrac{2(1-\sqrt{2})}{1^2-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{2(1-\sqrt{2})}{1-2}=-2(1-\sqrt{2})=-2+2\sqrt{2}$.

b) $\dfrac{4}{3-\sqrt{2}}=\dfrac{4(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}=\dfrac{4(3+\sqrt{2})}{3^2-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{1(3+\sqrt{2})}{9-2}=\dfrac{4(3+\sqrt{2})}{7}=\dfrac{12+4\sqrt{2}}{7}$.

c) $\dfrac{23}{5-\sqrt{2}}=\dfrac{23(5+\sqrt{2})}{(5-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})}=\dfrac{23(5+\sqrt{2})}{5^2-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{23(5+\sqrt{2})}{25-2}=\dfrac{23(5+\sqrt{2})}{23}=5+\sqrt{2}$.

d) $\dfrac{1}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}=\dfrac{(1+\sqrt{3})}{1^2-(\sqrt{3})^2}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-3}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{-2}$.

e) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+3}=\dfrac{(\sqrt{5}-3)}{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)}=\dfrac{(\sqrt{5}-3)}{(\sqrt{5})^2-3^2}=\dfrac{(\sqrt{5}-3)}{5-9}=\dfrac{(\sqrt{5}-3)}{-4}=\dfrac{3-\sqrt{5}}{4}$

f) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

g) $\dfrac{10}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{10\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{10\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{10\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{3-2}=10\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=10\sqrt{3}-10\sqrt{2}$

h) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3}=\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-3\right)}{\left(\sqrt{2}+3\right)\left(\sqrt{2}-3\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{2}\right)^2-3\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-3^2}=\dfrac{2-3\sqrt{2}}{2-9}=\dfrac{2-3\sqrt{2}}{-7}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{7}$.

i) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2}{1^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{1^2+2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}{1-3}=\dfrac{1+2\sqrt{3}+3}{-2}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$.

Piensa y resuelve

28 *¿Cuántos números racionales hay entre* $0,\hat{8}$ *y* $0,\hat{9}$*? Pon ejemplos y razona tu respuesta.*

Entre $0,\hat{8}$ y $0,\hat{9}$ hay infinitos números racionales. Por ejemplo, 0,9 está entre $0,\hat{8}$ y $0,\hat{9}$, también 0,91, 0,911, etc.

29 *Explica un procedimiento para construir un segmento que mida, exactamente,* $\sqrt{13}$ *cm.*

- Con un rectángulo 3 × 1 construimos su diagonal, que medirá $\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.
- Con un rectángulo de dimensiones $\sqrt{10}$ y 1 construimos $\sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2+1^2}=\sqrt{11}$.
- Con un rectángulo de dimensiones $\sqrt{11}$ y 1 construimos $\sqrt{\left(\sqrt{11}\right)^2+1^2}=\sqrt{12}$.
- Con un rectángulo de dimensiones $\sqrt{12}$ y 1 construimos $\sqrt{\left(\sqrt{12}\right)^2+1^2}=\sqrt{13}$.

30 *¿Cuáles de las siguientes raíces no existen?*

$$\sqrt[3]{-20};\ \sqrt[6]{0{,}12};\ \sqrt{-1};\ \sqrt[5]{241};\ \sqrt[4]{-16}$$

No existen las raíces de índice par y radicando negativo: $\sqrt{-1};\ \sqrt[4]{-16}$

31 *Obtén con la calculadora:*

a) $\dfrac{1-\sqrt{5}}{3}=-0{,}412022659\ldots$ **b)** $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}=1{,}573132185\ldots$ **c)** $\dfrac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=0{,}585786437\ldots$

33 *Expresa como potencia única:*

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=3^{\frac{5}{6}}$.

b) $2\sqrt[3]{4}=2\sqrt[3]{2^2}=2\cdot 2^{\frac{2}{3}}=2^{1+\frac{2}{3}}=2^{\frac{5}{3}}$.

c) $a\sqrt{a}=a\cdot a^{1/2}=a^{1+\frac{1}{2}}=a^{3/2}$.

d) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}=\dfrac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[3]{2^2}}=\dfrac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}}=2^{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}}=2^{\frac{5}{6}}$.

e) $\dfrac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2}=\dfrac{a^{\frac{8}{3}}}{a^2}=a^{\frac{8}{3}-2}=a^{\frac{2}{3}}$

f) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[6]{a}=a^{2/3}\cdot a^{1/6}=a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=a^{\frac{4+1}{6}}=a^{5/6}$.

34 *Expresa en forma exponencial:*

a) $\left(\sqrt[5]{a^2}\right)^3=\sqrt[5]{\left(a^2\right)^3}=\sqrt[5]{a^6}=a^{5/6}$. **b)** $\sqrt[8]{a^5\cdot a^2}=\sqrt[8]{a^7}=a^{7/8}$. **c)** $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}=\sqrt[12]{x}=x^{1/12}$.

d) $\left(\sqrt{a}\right)^{-3}=\sqrt{a^{-3}}=a^{-3/2}$. **e)** $\left(\sqrt[4]{a^2}\right)^2=\sqrt[4]{\left(a^2\right)^2}=\sqrt[4]{a^4}=a^{4/4}=a$.

f) $\left(\sqrt{a}\right)^5 = \left(a^{1/2}\right)^5 = a^{5/2}$.

35 *Reduce a un solo radical:*

a) $\sqrt[3]{2^2}\sqrt[4]{2} = 2^{2/3} \cdot 2^{1/4} = 2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}} = 2^{\frac{8+3}{12}} = 2^{11/12} = \sqrt[12]{2^{11}}$.

b) $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} = a^{3/4} \cdot a^{5/6} = a^{\frac{3}{4}+\frac{5}{6}} = a^{\frac{9+10}{12}} = a^{19/12} = \sqrt[12]{a^{19}} = a\sqrt[12]{a^7}$.

c) $\dfrac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt[8]{2^3}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{2^{3/8}}{2^{1/4} \cdot 2^{1/2}} = 2^{\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3-2-4}{8}} = 2^{-3/8} = \sqrt[8]{2^{-3}} = \sqrt[8]{\dfrac{1}{2^3}} = \sqrt[8]{\dfrac{1}{8}}$.