

Actividades (Pág 34)

Recuerda que la sala del museo que contemplábamos al comienzo de la unidad anterior tenía $16 + (1/5)$ losetas a lo largo y $10 + (1/2)$ losetas a lo ancho, y que cada loseta medía 40 cm de lado.

- ◆ Halla la superficie de la sala en metros cuadrados.
- ◆ La altura de la sala es 2,65 m. Halla su volumen en metros cúbicos. Exprésalo en decímetros cúbicos, en centímetros cúbicos y en milímetros cúbicos.

- ◆ Compara los siguientes números (es decir, ordénalos de menor a mayor):

$$340\ 000\ 000 \qquad 85 \cdot 10^6 \qquad 0,031 \cdot 10^{10}$$

- ◆ Calcula el valor de n en cada una de las siguientes igualdades:

a) $340\ 000\ 000 = 3,4 \cdot 10^n$

b) $0,00000000046 = 4,6 \cdot 10^{-n}$



- ◆ En la unidad anterior se llegó a que las dimensiones del suelo eran:
Ancho = 4,2 m y largo = 6,48 m \Rightarrow Superficie = $4,2 \cdot 6,48 = 27,216\ m^2$
- ◆ Volumen = Área de la base \times altura = $27,216 \cdot 2,65 = 72,1224\ m^3$

Equivale a $72\ 122,4\ dm^3$, $72\ 122\ 400\ cm^3$, $72\ 122\ 400\ 000\ mm^3$.

- ◆ Reducimos a igual potencia decimal $\left\{ \begin{array}{l} 340\ 000\ 000 = 340 \cdot 10^6 \\ 85 \cdot 10^6 \\ 0,031 \cdot 10^{10} = 310 \cdot 10^6 \end{array} \right. \Rightarrow 85 \cdot 10^6 < 310 \cdot 10^6 < 340 \cdot 10^6$

- ◆ **a)** $340\ 000\ 000 = 3,4 \cdot 100\ 000\ 000 = 3,4 \cdot 10^8$, luego $n = 8$.

- b)** $0,00000000046 = 4,6 \cdot 10^{-10}$ entonces $n = -10$.



Actividades (Pág 36)

- ① Rellena la siguiente tabla:

FRACCIÓN	86/11	59/30	313/500	3/7	1267/300
EXPRESIÓN DECIMAL	$7,8\overline{1}$	$1,9\overline{6}$	0,626	$0,4\overline{28571}$	$4,22\overline{3}$
TIPO DE DECIMAL	Periódico puro	Periódico mixto	Exacto	Periódico puro	Periódico mixto



Actividades (Pág 37)

2) Completa el proceso para expresar como fracción los decimales siguientes:

$$\text{a) } 13,\overline{6}, \begin{cases} N = 13,6666... \\ 10N = 136,6666... \\ \hline 10N - N = 9N = 123 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{123}{9} = \frac{41}{3}.$$

$$\text{b) } 0,\overline{315}, \begin{cases} N = 0,315315... \\ 1000N = 315,315315... \\ \hline 1000N - N = 999N = 315 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{315}{999} = \frac{35}{111}$$



3) Expresa como fracción cada uno de los decimales siguientes:

$$\text{a) } 5,75 = \frac{575}{100} = \frac{23}{4}$$

$$\text{b) } 7,\overline{54}, \begin{cases} N = 7,5454... \\ 100N = 754,5454... \\ \hline 100N - N = 99N = 747 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{747}{99} = \frac{83}{11}.$$

$$\text{c) } 5,\overline{75}, \begin{cases} N = 5,7575... \\ 100N = 575,7575... \\ \hline 100N - N = 99N = 570 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{570}{99} = \frac{190}{33}.$$

$$\text{d) } 75,\overline{5}, \begin{cases} N = 75,5555... \\ 10N = 755,5555... \\ \hline 10N - N = 9N = 680 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{680}{9} = \frac{35}{111}.$$

$$\text{e) } 0,\overline{572}, \begin{cases} N = 0,572572... \\ 1000N = 572,572572... \\ \hline 1000N - N = 999N = 572 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{572}{999}.$$

$$f) \overline{1,2345}, \begin{cases} N = 1,234512345\dots \\ 10000N = 12345,23452345\dots \\ \hline 10000N - N = 9999N = 12344 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{12344}{9999}.$$



Actividades (Pág 38)

④ *Completa el proceso para expresar como fracción el número dado:*

$$a) 0,1\overline{34}, \begin{cases} 1) N = 0,13\overline{4} \\ 2) 100N = 13,444\dots \\ 3) 1000N = 134,444\dots \\ \hline 3) - 2) = 1000N - 100N = 900N = 121 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{121}{900}.$$

$$b) 0,014\overline{82}, \begin{cases} 1) N = 0,014\overline{82} \\ 2) 1000N = 14,8282\dots \\ 3) 100000N = 1482,8282\dots \\ \hline 3) - 2) = 100000N - 1000N = 99000N = 1468 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{1468}{99000} = \frac{367}{24750}.$$



⑤ *Expresa como fracción los decimales siguientes:*

$$a) 5,7\overline{3}, \begin{cases} 1) N = 5,7\overline{3} \\ 2) 10N = 57,3333\dots \\ 3) 100N = 573,3333\dots \\ \hline 3) - 2) = 100N - 10N = 90N = 516 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{516}{90} = \frac{86}{15}.$$

$$b) 0,00\overline{1}, \begin{cases} 1) N = 0,00\overline{1} \\ 2) 100N = 0,111\dots \\ 3) 1000N = 1,111\dots \\ \hline 3) - 2) = 1000N - 100N = 900N = 1 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{1}{900}.$$

$$\text{c) } 3,0\overline{72}, \begin{cases} 1) N = 3,0\overline{72} \\ 2) 10N = 30,7272\dots \\ 3) 1000N = 3072,7272\dots \\ \hline 3) - 2) = 1000N - 100N = 990N = 3042 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{3042}{990} = \frac{169}{55}.$$



Ⓔ Identifica cuáles de los números siguientes pueden expresarse como fracción. Escribe la fracción que representa a cada uno de los casos posibles:

a) $2,27 = \frac{227}{100}$.

b) $3,101001000\dots$, no es racional, es irracional pues tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

$$\text{c) } 1,\overline{13}, \begin{cases} N = 1,1313\dots \\ 100N = 113,1313\dots \\ \hline 99N = 112 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{112}{99}.$$

$$\text{d) } 0,1232323\dots = 0,\overline{123}, \begin{cases} N = 0,12323\dots \\ 10N = 1,2323 \\ 1000N = 123,2323 \\ \hline 990N = 122 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{122}{990} = \frac{61}{495}.$$

e) $3,14159\dots$, no es racional, es irracional pues tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

$$\text{f) } 1,\overline{2345}, \begin{cases} N = 1,2345345\dots \\ 10N = 12,345345\dots \\ 10000N = 12345,345345\dots \\ \hline 10000N - 10N = 9990N = 12333 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{12333}{9990} = \frac{4111}{3330}.$$








Actividades (Pág 39)

① *Expresa con un número razonable de cifras significativas las siguientes cantidades:*

- *Visitantes anuales a una exposición de pintura: 1 345 589 personas.*
- *Asistentes a una manifestación ecológica: 125 341 personas.*
- *Bacterias existentes en 1 dm³ de cierto preparado: 203 305 123 bacterias.*
- *Número de gotas de agua que hay en una piscina: 8 249 327 741 gotas.*
- *Número de granos en un saco de arena: 2 937 248 granos.*



-  Visitantes anuales a cierta exposición: 1 345 589 personas \approx 1 346 000.
-  Asistentes a una manifestación ecológica: 125 341 personas \approx 125 000.
-  Bacterias en 1 dm³ de cierto preparado: 203 305 123 bacterias \approx 203 millones.
-  Número de gotas de agua que hay en una piscina: 8 249 327 741 gotas \approx 8 250 millones.
-  Número de granos en un saco de arena de 50 kg: 2 937 248 granos \approx 3 millones.



Actividades (Pág 40)

② *Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las cantidades que has expresado en el ejercicio de la página anterior.*

	COTA DE ERROR ABSOLUTO	COTA DE ERROR RELATIVO
1 346 000	$1\ 000/2 = 500$	$500/1\ 346\ 000 = 0,00037$
125 000	$1\ 000/2 = 500$	$500/125\ 000 = 0,004$
203 000 000	$1\ 000\ 000 / 2 = 500\ 000$	$500\ 000/203\ 000\ 000 = 0,0025$
8 250 000 000	$10\ 000\ 000 / 2 = 5\ 000\ 000$	$5\ 000\ 000/8\ 250\ 000\ 000 = 0,0006$
3 000 000	$1\ 000\ 000 / 2 = 500\ 000$	0,17



Actividades (Pág 41)

① *Calcula:*

a) $(7,823 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,84 \cdot 10^{13}) = (7,823 \cdot 1,84) \cdot 10^{-5+13} = 14,39432 \cdot 10^8 = 1,439432 \cdot 10^9$.

b) $2,35 \cdot 10^8 + 1,43 \cdot 10^7 = 23,5 \cdot 10^7 + 1,43 \cdot 10^7 = (23,5 + 1,43) \cdot 10^7 = 24,93 \cdot 10^7 = 2,493 \cdot 10^8$.



Soluciones a los ejercicios de la unidad

Practica

Relación entre fracción y decimal

① Transforma en número decimal las siguientes fracciones:

a) $\frac{121}{9} = 13,4$ b) $\frac{173}{24} = 7,208\bar{3}$ c) $\frac{1}{18} = 0,0\bar{5}$ d) $\frac{2}{11} = 0,1\bar{8}$ e) $\frac{1073}{3300} = 0,325\bar{1}$.



② Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos y decimales periódicos:

Podemos saber a qué tipo de número decimal da lugar una fracción estudiando la descomposición factorial de los denominadores:

- a) $8 = 2^3 \Rightarrow$ exacto (factores 2 ó 5).
- b) $27 = 3^3 \Rightarrow$ periódico puro (factores distintos de 2 y 5).
- c) $11 \Rightarrow$ periódico puro (factores distintos de 2 y 5).
- d) $250 = 2 \cdot 5^3 \Rightarrow$ exacto (factores 2 ó 5).
- e) $13 \Rightarrow$ periódico puro (factores distintos de 2 y 5).
- f) $7 \Rightarrow$ periódico puro (factores distintos de 2 y 5).

Lo comprobamos haciendo las divisiones:

a) $\frac{13}{8} = 1,625$ b) $\frac{139}{27} = 5,14\bar{8}$ c) $\frac{25}{11} = 2,2\bar{7}$ d) $\frac{9}{250} = 0,036$
 e) $\frac{4}{13} = 0,30769\bar{2}$ f) $\frac{22}{7} = 3,14285\bar{7}$.



③ Expresa en forma de fracción irreducible:

a) Exacto; $1,324 = \frac{1324}{1000} = \frac{331}{250}$.

b) $2,4$ (periódico puro) $\Rightarrow \begin{cases} N = 2,444... \\ 10N = 24,444... \\ \hline 10N - N = 9N = 22 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{22}{9}$.

c) $0,008$ (exacto) $= \frac{8}{1000} = \frac{1}{125}$.

d) $5,\overline{53}$ (periódico puro) $\Rightarrow \begin{cases} N = 5,535353... \\ 100N = 553,5353... \\ \hline 100N - N = 99N = 548 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{548}{99}$.

e) $2,3\widehat{5}$ (periódico mixto) $\Rightarrow \begin{cases} N = 2,35555... \\ 10N = 23,5555... \\ 100N = 235,5555... \\ \hline 100N - 10N = 90N = 212 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{212}{90} = \frac{106}{45}$.

f) $0,0\overline{28}$ (periódico mixto) $\Rightarrow \begin{cases} N = 0,0282828... \\ 10N = 0,282828... \\ 1000N = 28,282828... \\ \hline 1000N - 10N = 990N = 28 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{28}{990} = \frac{14}{495}$.

g) $1,\overline{235}$ (periódico puro) $\Rightarrow \begin{cases} N = 1,235235... \\ 1000N = 1235,235235... \\ \hline 1000N - N = 999N = 1234 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{1234}{999}$.

h) $0,11\widehat{8}$ (periódico mixto) $\Rightarrow \begin{cases} N = 0,118888... \\ 100N = 11,8888... \\ 1000N = 118,8888... \\ \hline 1000N - 100N = 900N = 107 \end{cases} \Rightarrow N = \frac{107}{900}$.



④ *Ordena de menor a mayor:*

$5,53$; $5,\overline{53}$; $5,5\widehat{3}$; $5,5$; $5,56$

Los ponemos con el mismo número de dígitos: $5,5300$; $5,5353...$; $5,533...$; $5,5000$; $5,5600$

luego el orden es $5,5 < 5,53 < 5,5\widehat{3} < 5,\overline{53} < 5,56$.



5 ¿Cuáles de los siguientes números pueden expresarse como fracción?:

$$3,45; 1,00\bar{3}; \sqrt{2}; 2,131131113\dots; \pi; 1,\overline{142857}$$

Escribe la fracción que representa a cada uno en los casos posibles.



$\sqrt{2}; 2,131131113\dots; \pi$ son irracionales y, por tanto, no pueden expresarse como fracción.

○ 3,45 (Exacto) $\Rightarrow \frac{345}{100} = \frac{69}{20}$.

○ $1,00\bar{3}$ (periódico mixto) \Rightarrow

$$\begin{cases} N = 1,003333\dots \\ 100N = 100,3333\dots \\ 1000N = 1003,3333\dots \end{cases} \Rightarrow N = \frac{903}{900} = \frac{301}{300}$$

$$1000N - 100N = 900N = 903$$

○ $1,\overline{142857}$ (periódico puro) \Rightarrow

$$\begin{cases} N = 1,142857142857\dots \\ 100000N = 1142857,142857\dots \end{cases} \Rightarrow N = \frac{1142856}{999999} = \frac{8}{7}$$

$$100000N - N = 999999N = 1142856$$



6 Escribe, en cada caso, un decimal exacto y un decimal periódico comprendidos entre los números dados:

a) $3,5 < \left\{ \begin{array}{l} \text{Exacto} = 3,55 \\ \text{Periódico} = 3,\overline{55} \end{array} \right\} < 3,6$ b) $3,4 < \left\{ \begin{array}{l} \text{Exacto} = 3,45 \\ \text{Periódico} = 3,4\bar{5} \end{array} \right\} < 3,5$

c) $3,2\bar{5} < \left\{ \begin{array}{l} \text{Exacto} = 3,253 \\ \text{Periódico} = 3,25\bar{6} \end{array} \right\} < 3,2\bar{6}$



7 Di cuáles de los siguientes números son irracionales:

a) $-\frac{5}{3}$ b) $3,\overline{26}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2π e) $1+\sqrt{2}$

Son irracionales = $\sqrt{3}; 2\pi; 1+\sqrt{2}$



Aproximación y errores

① Aproxima a las centésimas:

a) $0,318 \approx 0,32$. b) $3,2414 \approx 3,24$. c) $18,073 \approx 18,07$ d) $\frac{100}{71} = 1,40845070\dots \approx 1,41$

e) $\frac{25}{13} = 1,923076 \approx 1,92$ f) $\frac{65}{7} = 9,285714 \approx 9,29$



② Expresa con un número adecuado de cifras significativas:

- a) Audiencia de un programa de televisión: 3 017 849 espectadores.
- b) Tamaño de un virus: 0,008375 mm.
- c) Resultado de 15^7 .
- d) Fuerza de atracción entre dos cuerpos: 18 753 N.
- e) Presupuesto de un ayuntamiento: 987 245 €.
- f) Porcentaje de votos de un candidato a delegado: 37,285%.
- g) Capacidad de un pantano: 3 733 827 000 l.

- a) 3 000 000 espectadores.
- b) 0,008 mm.
- c) $15^7 = 170 859 375 \approx 170 000 000$.
- d) 19 000 N.
- e) 1 000 000 €.
- f) 37%.
- g) 3 735 000 000 l.



③ Calcula, en cada uno de los apartados del ejercicio anterior, el error absoluto y el error relativo de las cantidades dadas como aproximaciones.

Como sabemos:

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{medida}| \text{ y } \text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}}, \text{ luego:}$$

a) $\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{medida}| = |3\ 017\ 849 - 3\ 000\ 000| = 17\ 849$.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{17849}{3017849} \approx 0,0059.$$

b) Error absoluto = | Valor real – medida | = | 0,008375 – 0,008 | = 0,000375.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{0,000375}{0,008375} \approx 0,045.$$

c) Error absoluto = | Valor real – medida | = | 15^7 – 170 000 000 | = 859 375.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{859375}{170859375} \approx 0,005.$$

d) Error absoluto = | Valor real – medida | = | 18 753 – 19 000 | = 247.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{247}{18753} \approx 0,013.$$

e) Error absoluto = | Valor real – medida | = | 987 245 – 1 000 000 | = 12 755.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{12755}{987245} \approx 0,013.$$

f) Error absoluto = | Valor real – medida | = | 37,285 – 37 | = 0,285.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{0,285}{37,285} \approx 0,0076.$$

g) Error absoluto = | Valor real – medida | = | 3 733 827 000 – 3 735 000 000 | = 1 173 000.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{1173000}{3733827000} \approx 0,0003.$$



①① Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes aproximaciones:

- a)** Radio de la Tierra: 6 400 km.
- b)** Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km.
- c)** Habitantes de España: 41 millones.
- d)** Tiempo que tarda la luz en recorrer una distancia: 0,007 segundos.
- e)** Volumen de una gota de agua: 0,4 mm³.

Cota del error absoluto = Mitad del número formado a partir de la primera cifra significativa.

$$\text{Cota del error relativo} = \frac{\text{Cota del error absoluto}}{\text{Valor real}}$$

Sombreamos la primera cifra significativa.

a) 6 400 km

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{100}{2} = 50 ; \text{Cota del error relativo} = \frac{50}{6400} \approx 0,008 .$$

b) 150 000 000 km

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{10000000}{2} = 5000000 ; \text{Cota del error relativo} = \frac{5000000}{150000000} = 0,0\bar{3} .$$

c) 41 0000 000.

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{1000000}{2} = 500000 ; \text{Cota del error relativo} = \frac{500000}{41000000} \approx 0,012 .$$

d) 0,007 s.

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{0,001}{2} = 0,0005 ; \text{Cota del error relativo} = \frac{0,0005}{0,007} \approx 0,07 .$$

e) 0,4 mm³.

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{0,1}{2} = 0,05 ; \text{Cota del error relativo} = \frac{0,05}{0,4} = 0,125 .$$



Notación científica

①② *Expresa con todas las cifras:*

a) $6,25 \cdot 10^8 = 625\ 000\ 000.$ **b)** $2,7 \cdot 10^{-4} = 0,00027$ **c)** $3 \cdot 10^{-6} = 0,000003.$

d) $5,18 \cdot 10^{14} = 518\ 000\ 000\ 000\ 000$ **e)** $3,215 \cdot 10^{-9} = 0,000000003215$

f) $-4 \cdot 10^{-7} = -0,0000004.$



13 Escribe en notación científica:

- a)** $4\,230\,000\,000 = 4,23 \cdot 10^9$ **b)** $0,00000004 = 4 \cdot 10^{-8}$ **c)** $84\,300 = 8,43 \cdot 10^4$
d) $-0,000572 = -5,72 \cdot 10^{-4}$



14 Expresa en notación científica:

- a)** Recaudación de las quinielas en una jornada de liga de fútbol: $1\,628\,000 \text{ €} = 1,628 \cdot 10^9 \text{ €}$.
b) Toneladas de CO_2 que se emitieron a la atmósfera en 1995 en Estados Unidos: 5 228,5 miles de millones = $5,2285 \cdot 10^{12}$.
c) Radio del átomo de oxígeno: $0,000000000066 \text{ m} = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.



15 Calcula con lápiz y papel y comprueba después el resultado con la calculadora:

- a)** $(2 \cdot 10^5) \cdot (1,5 \cdot 10^7) = (2 \cdot 1,5) \cdot 10^{5+7} = 3 \cdot 10^{12}$.
b) $(3 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,1 \cdot 10^4) = (3 \cdot 2,1) \cdot 10^{-8+4} = 6,3 \cdot 10^{-4}$.
c) $(1,25 \cdot 10^{-17}) \cdot (4 \cdot 10^{13}) = (1,25 \cdot 4) \cdot 10^{-17+13} = 5 \cdot 10^{-4}$.
d) $(2,4 \cdot 10^{-7}) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) = (2,4 \cdot 5) \cdot 10^{-7-6} = 12 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12}$.



16 Efectúa y expresa el resultado en notación científica, sin utilizar la calculadora:

- a)** $(3 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^{18}) = (3 \cdot 8) \cdot 10^{-7+18} = 24 \cdot 10^{11} = 2,4 \cdot 10^{12}$.
b) $(4 \cdot 10^{-12}) \cdot (5 \cdot 10^{-3}) = (4 \cdot 5) \cdot 10^{-12-3} = 20 \cdot 10^{-15} = 2 \cdot 10^{-14}$.
c) $(5 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3}) = (5 : 2) \cdot 10^{12-(-3)} = 2,5 \cdot 10^{15}$.
d) $(4 \cdot 10^5)^{-2} = 4^{-2} \cdot 10^{-10} = \frac{1}{16} \cdot 10^{-10} = 0,0625 \cdot 10^{-10}$.
e) $3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10} = 310 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{10} = (310 + 2) \cdot 10^{10} = 312 \cdot 10^{10} = 3,12 \cdot 10^{12}$.



17 Expresa en notación científica y calcula:

$$a) \frac{(75800)^4}{(12000)^2} = \frac{(7,58 \cdot 10^4)^4}{(1,2 \cdot 10^4)^2} = \frac{7,58^4 \cdot 10^{16}}{1,2^2 \cdot 10^8} = \frac{7,58^4}{1,2^2} 10^{16-8} = \frac{3301,2379}{1,44} \cdot 10^8 = 2292,5263 \cdot 10^8 \approx 2,29 \cdot 10^{11}$$

$$b) \frac{0,00054110318000}{1520000 \cdot 0,00302} = \frac{5,411 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0318 \cdot 10^7}{1,52 \cdot 10^6 \cdot 3,02 \cdot 10^{-3}} = \frac{5,411 \cdot 1,0318}{1,52 \cdot 3,02} \cdot 10^{-4+7-6+3} = 1,216 \cdot 10^0 = 1,216$$

$$c) \frac{2700000 - 13000000}{0,00003 - 0,00015} = \frac{2,7 \cdot 10^6 - 13 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-5} - 15 \cdot 10^{-5}} = \frac{(2,7 - 13) \cdot 10^6}{(3 - 15) \cdot 10^{-5}} = \frac{-10,3}{-12} \cdot 10^{6+5} = 0,858\bar{3} \cdot 10^{11}.$$



18 Utiliza la calculadora para efectuar las siguientes operaciones y expresa el resultado con dos y con tres cifras significativas:

$$a) (4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4}) = (4,5 \cdot 8,37) \cdot 10^{12-4} = 37,665 \cdot 10^8 = 3,7665 \cdot 10^9$$

Con tres cifras significativas = $3,77 \cdot 10^9$.

Con dos cifras significativas = $3,8 \cdot 10^9$.

$$b) (5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,25 \cdot 10^{-9}) = (5,2 \cdot 3,25) \cdot 10^{-4-9} = 16,9 \cdot 10^{-13} = 1,69 \cdot 10^{-12}.$$

Con tres cifras significativas = $1,69 \cdot 10^{-12}$.

Con dos cifras significativas = $1,7 \cdot 10^{-12}$.

$$c) (8,4 \cdot 10^{11}) : (3,2 \cdot 10^{-6}) = \frac{8,4}{3,2} \cdot 10^{11+6} = 2,625 \cdot 10^{17}.$$

Con tres cifras significativas = $2,63 \cdot 10^{17}$.

Con dos cifras significativas = $2,6 \cdot 10^{17}$.

$$d) (7,8 \cdot 10^{-7})^3 = 7,8^3 \cdot (10^{-7})^3 = 474,552 \cdot 10^{-21} = 4,74552 \cdot 10^{-19}.$$

Con tres cifras significativas = $4,75 \cdot 10^{-19}$.

Con dos cifras significativas = $4,7 \cdot 10^{-19}$.



11 Efectúa y expresa el resultado en notación científica:

a) $\frac{3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}}{10^6 - 5 \cdot 10^5} = \frac{(0,3 + 7) \cdot 10^{-4}}{(10 - 5) \cdot 10^5} = \frac{7,3}{5} \cdot 10^{-4-5} = 1,46 \cdot 10^{-9}$.

b) $\frac{7,35 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} + 3,2 \cdot 10^7 = \frac{7,35}{5} \cdot 10^{4+3} + 3,2 \cdot 10^7 = 1,47 \cdot 10^7 + 3,2 \cdot 10^7 = (1,47 + 3,2) \cdot 10^7 = 4,67 \cdot 10^7$.

c) $(4,3 \cdot 10^3 - 7,2 \cdot 10^5)^2 = (4,3 \cdot 10^3 - 720 \cdot 10^3)^2 = (4,3 - 720)^2 \cdot 10^6 = 512226,49 \cdot 10^6 = 5,122 \cdot 10^{11}$.



PIENSA Y RESUELVE

21 La masa del Sol es 330 000 veces la de la Tierra, aproximadamente, y esta es $5,98 \cdot 10^{21}$ t. Expresa en notación científica la masa del Sol en kilos.



$M_{\text{Sol}} = 330\ 000 \cdot 5,98 \cdot 10^{21} = 33 \cdot 5,98 \cdot 10^{25} = 1,9734 \cdot 10^{27}$ t = $1,9734 \cdot 10^{30}$ kg



21 El ser vivo más pequeño es un virus que pesa del orden de 10^{-18} g y el más grande es la ballena azul, que pesa, aproximadamente, 138 t. ¿Cuántos virus serían necesarios para conseguir el peso de una ballena?



1 t tiene 10^6 g; por tanto, 138 t tendrán $1,38 \cdot 10^8$ g.

Como un virus pesa 10^{-18} g, entonces la ballena azul necesita: $\frac{1,38 \cdot 10^8}{10^{-18}} = 1,38 \cdot 10^{26}$ virus para conseguir su peso.



22 Para medir distancias entre astros, se utiliza como unidad de medida el año-luz, que es la distancia que recorre la luz en un año a una velocidad de $3 \cdot 10^5$ km/s.

a) Halla a cuántos kilómetros equivale un año-luz y exprésalo con todas sus cifras.

b) La Vía Láctea, nuestra galaxia, tiene un diámetro de cien mil años-luz. Exprésalo en kilómetros.



a) Hallamos el número de segundos que hay en 1 año:

1 año = 365 días/año x 24 hr/día x 3 600 s/hr = $3,1536 \cdot 10^7$ segundos

Luego, la distancia que recorre la luz en un año será:

$$(3 \cdot 10^5 \text{ km/s}) \cdot (3,1536 \cdot 10^7 \text{ s/año}) = 9,4608 \cdot 10^{7+5} = 9,460 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

$$1 \text{ año luz} = 9\,460\,000\,000\,000 \text{ km}$$

b) Diámetro de la Vía Láctea:

$$10^5 \text{ años luz} = 10^5 \text{ años luz} \cdot 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km/año luz} = 9,46 \cdot 10^{17} \text{ km}$$



2 **3** La dosis de una vacuna es $0,05 \text{ cm}^3$. Si la vacuna tiene 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico, ¿cuántas bacterias habrá en una dosis? Exprésalo en notación científica.



En 1 cm^3 hay 10^8 bacterias \Rightarrow en una dosis habrá: $0,05 \cdot 10^8 = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^8 = 5 \cdot 10^6$ bacterias



2 **4** Si la velocidad de crecimiento del cabello humano es $1,6 \cdot 10^{-8} \text{ km/h}$, ¿cuántos centímetros crece el pelo en un mes? ¿Y en un año?



Calculamos el número de horas que hay en un mes: $30 \text{ días/mes} \cdot 24 \text{ hr/día} = 720 \text{ hr/mes}$

Crecimiento del pelo en 1 mes:

$$1,6 \cdot 10^{-8} \text{ km/hr} \cdot 720 \text{ hr/mes} = 1\,152 \cdot 10^{-8} \text{ km} = 1,152 \cdot 10^{-5} \text{ km} \approx 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ km} = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 \text{ cm} = 1,2 \text{ cm.}$$

En 1 año habrá crecido 12 veces lo que crece en 1 mes: $12 \cdot 1,2 \text{ cm} = 14,4 \text{ cm}$



2 **5** En 18 g de agua hay $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas de este compuesto. ¿Cuál es la masa en gramos de una molécula de agua?



Como la masa molecular del agua es ($16 + 2 = 18 \text{ gr/mol}$), si en 18 g hay $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas, la masa de una molécula será:

$$\frac{18}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ g} = \approx 2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g} \approx 3 \cdot 10^{-23} \text{ g.}$$



26 Asocia cada uno de estos números con una de las cantidades dadas:

Números: $5,98 \cdot 10^{31}$; $1,5 \cdot 10^{-1}$; $9,1 \cdot 10^{-31}$

Cantidades:

Paso de un tornillo en milímetros.

Masa del electrón en kilogramos.

Masa de la Tierra en toneladas.



$5,98 \cdot 10^{31} \rightarrow$ Masa de la Tierra en toneladas

$1,5 \cdot 10^{-1} \rightarrow$ Paso de un tornillo en milímetros

$9,1 \cdot 10^{-31} \rightarrow$ Masa del electrón en kilogramos



27 Di cuál es la vigésima cifra decimal de estos números cuando los expresamos como decimales

a) $\frac{123}{999} = 0,1\overline{23}$ como el período tiene tres cifras la vigésima cifra será la 2ª el 2 ($20 = 6 \cdot 3 + 2$).

b) $\frac{123}{990} = 0,1\overline{24}$ ahora es periódico mixto, si quitamos la cifra del anteperíodo queda 19 cifras, como el período tiene dos cifras la décimo novena será la 1ª el 2 ($19 = 2 \cdot 9 + 1$).

c) $\frac{45}{13} = 3,4\overline{615385}$ ahora es periódico puro con 7 cifras en el período, la vigésima será la 2ª el 6 ya que $20 = 6 \cdot 3 + 2$.



28 ¿Cuál de las aproximaciones 2,5 ó 2,6 es la más próxima a $\frac{18}{7}$? Calcula el error absoluto cometido en cada caso.



Como $\frac{18}{7} = 2,5\overline{71428}$ y como los errores absolutos son $|2,5\overline{71428} - 2,5| = 0,071428$, $|2,5\overline{71428} - 2,6| = 0,0285714$, la segunda aproximación es mejor que la primera



2 **1** Indica en cada caso con cuál de las aproximaciones cometemos más error:

a) $\frac{19}{30} \begin{cases} 0,63 \\ 0,64 \end{cases}$
 b) $\frac{41}{90} \begin{cases} 0,45 \\ 0,46 \end{cases}$
 c) $\frac{5}{12} \begin{cases} 0,41 \\ 0,42 \end{cases}$
 d) $\frac{25}{18} \begin{cases} 1,39 \\ 1,40 \end{cases}$



a) Como $\frac{19}{30} = 0,6\bar{3}$ y $|0,6\bar{3} - 0,63| = 0,00\bar{3}$; $|0,6\bar{3} - 0,64| = 0,00\bar{7}$, se comete más error con 0,64.

b) Como $\frac{41}{90} = 0,4\bar{5}$ y $|0,4\bar{5} - 0,45| = 0,00\bar{5}$; $|0,4\bar{5} - 0,46| = 0,00\bar{5}$ se comete el mismo error con ambos.

c) Como $\frac{5}{12} = 0,41\bar{6}$ y $|0,41\bar{6} - 0,41| = 0,00\bar{6}$; $|0,41\bar{6} - 0,42| = 0,00\bar{4}$; se comete más error con 0,41.

d) Como $\frac{25}{18} = 1,3\bar{8}$ y $|1,3\bar{8} - 1,39| = 0,00\bar{2}$; $|1,3\bar{8} - 1,40| = 0,01\bar{2}$ se comete más error con 1,40.



3 **1** Escribe una aproximación de los siguientes números con un error menor que cinco milésimas:

a) 5,7468 **b)** 12,5271 **c)** 8,0018



a) Tomando 5,745 como aproximación, el error absoluto que se comete es:

$$5,745 - 5,7468 = 0,0018 < 0,005$$

b) Aproximando a 12,528 el error absoluto será:

$$12,528 - 12,5271 = 0,0009 < 0,005$$

c) Tomando 8 como aproximación, el error absoluto será:

$$8,0018 - 8 = 1,8 \cdot 10^{-3} < 0,005$$



③① *Calcula una cota del error cometido al hacer las siguientes aproximaciones:*

- a) *Peso de un grano de arroz: 0,000028 g.*
- b) *Número de granos de arroz en un kilo: 36 miles.*
- c) *Precio de un coche: 18 miles de euros.*
- d) *Grosor de un hilo: 0,025 cm.*
- e) *Diámetro de una célula: 0,00008 mm.*
- f) *6 millones de km.*



a) 0,0000**2**8 g, cota del error absoluto $\frac{0,00001}{2} = 0,000005$.

b) **3**6 000 granos, cota del error absoluto $\frac{1000}{2} = 500$.

c) **1**8 000 €, cota del error absoluto $\frac{1000}{2} = 500$.

d) 0,0**2**5 cm, cota del error absoluto $\frac{0,01}{2} = 0,005$.

e) 0,0000**8** mm, cota del error absoluto $\frac{0,00001}{2} = 0,000005$.

f) **6** 000 000 km, cota del error absoluto $\frac{1000000}{2} = 500000$.

