

ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE

☞ ① Clasifica las siguientes igualdades en identidades o ecuaciones:

- a) $2x + 9 = 7$
- b) $5x + 3 = 5(x - 1) + 8$
- c) $(2x + 1)^2 - 4x = 4x^2 + 1$
- d) $3(x - 2) = 2x + 4$
- e) $(2x - 6)/2 = x - 3$
- f) $(5x - 2)/10 + 3 = 2x + 1$

La diferencia entre una ecuación y una identidad es que la segunda se cumple para cualquier valor de la variable (normalmente x) y la primero sólo para uno o para algunos valores de la variable (que entonces llamamos incógnita).

Para distinguirlas operamos ambos miembros y si obtenemos expresiones iguales se trata de una identidad, en caso contrario es una ecuación.

- a) Es una ecuación pues no coinciden los dos miembros.
- b) $5(x - 1) + 8 = 5x - 5 + 8 = 5x + 3$, luego es una identidad.
- c) $(2x + 1)^2 - 4x = 4x^2 + 4x + 1 - 4x = 4x^2 + 1$, luego es una identidad.
- d) $3(x - 2) = 3x - 6$, luego es una ecuación.
- e) Si pasamos el 2 multiplicando al segundo miembro nos queda el primer miembro, luego es una identidad.
- f) $5x - 2 + 30 = 5x + 28 = 20x + 20$, luego es una ecuación.

☞ ② Despeja las variables que se indican en cada una de las siguientes igualdades:

- a) $y = mx + b$; b, m
- b) $I = Crt/100$; C y t
- c) $A = D \cdot d/2$; D
- d) $e = e_0 + v_0t + gt^2/2$; v_0
- e) $A = 2\pi rg + 2\pi r^2$; g
- f) $A = a + b/c$; b y c
- g) $(B+b) \cdot h/2$; B, h
- h) $\frac{1}{t} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; t, x

a) $y = mx + b \Rightarrow \begin{cases} b = y - mx \\ mx = y - b \Leftrightarrow m = \frac{y - b}{x} \end{cases}$

$$b) I = \frac{Crt}{100} \Rightarrow \begin{cases} C = \frac{100I}{rt} \\ t = \frac{100I}{Cr} \end{cases}$$

$$c) A = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow D = \frac{2A}{d}$$

$$d) e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow v_0 = \frac{e - e_0 - \frac{1}{2} g t^2}{t} = \frac{e - e_0}{t} - \frac{1}{2} g t$$

$$e) A = 2\pi r g + 2\pi r^2 \Rightarrow g = \frac{A - 2\pi r^2}{2\pi r}$$

$$f) A = a + \frac{b}{c} \Rightarrow \begin{cases} b = c(A - a) \\ \frac{b}{c} = A - a \Leftrightarrow c = \frac{b}{A - a} \end{cases}$$

$$g) A = \left(\frac{B+b}{2}\right)h \Rightarrow \begin{cases} B = \frac{2A}{h} - b \\ h = \frac{2A}{B+b} \end{cases}$$

$$h) \frac{1}{t} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{1}{\frac{x+y}{xy}} = \frac{xy}{x+y} \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{t} - \frac{1}{y} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\frac{1}{t} - \frac{1}{y}} = \frac{ty}{y-t} \end{cases}$$

☞ 3) Identifica cada una de las ecuaciones siguientes con su correspondiente solución:

a) $x + 2(3x+4) = 2x - 2$

b) $(5x + 12)/2 = 3x + 6$

c) $(3x - 5)/2 - (6 - x)/3 = 12$

soluciones: $x = 9$; $x = -2$; $x = 0$.

Podemos probar en cada una las tres soluciones posibles o resolverlas y saber directamente cuales son para cada una

a) $x + 2(3x + 4) = 2x - 2$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

✿ Quitar paréntesis

$$x + 6x + 8 = 2x - 2.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$x + 6x - 2x = -2 - 8$$

✿ Reducir términos semejantes

$$5x = -10$$

✿ Despejar la incógnita

$$x = \frac{-10}{5} = -2$$

b) $\frac{5x+12}{2} = 3x+6$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$5x + 12 = 2(3x + 6)$$

✿ Quitar paréntesis

$$5x + 12 = 6x + 12.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$12 - 12 = 6x - 5x$$

✿ Reducir términos semejantes

$$0 = x$$

✿ Despejar la incógnita

$$x = 0$$

c) $\frac{3x-5}{2} - \frac{6-x}{3} = 12$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\text{m.c.m.}(2,3) = 6; 3(3x - 5) - 2(6 - x) = 12 \cdot 6$$

✿ Quitar paréntesis

$$9x - 15 - 12 + 2x = 72$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$9x + 2x = 72 + 15 + 12$$

✿ Reducir términos semejantes

$$11x = 99$$

✿ Despejar la incógnita

$$x = \frac{99}{11} = 9$$

☞ 1 Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado y discútelas:

a) $(3x + 1)/2 = 2$

b) $2(x - 5) - 3 = 2x + 1$

c) $\frac{14 - 4(x - 1)}{2} = 5 - 2x$

d) $3(x - 7) + 1 = 2x - 13$

e) $\frac{2x}{3} - \frac{2}{3} = x - 4 + \frac{2}{3}$

f) $\frac{x}{2} + 17 = \frac{2x}{3} - \frac{x}{4}$

g) $\frac{4x}{5} = \frac{x+4}{3}$

h) $\frac{4x-5}{4} = \frac{5x-2}{5}$

i) $6 - (3x + 1) = 5 - 3(x - 2)$.

j) $x^2 - 4x = (x + 1)^2 - 7$

k) $\frac{x}{5} = \frac{x+4}{3}$

l) $\frac{x}{3} + 3 - \frac{2x}{5} = \frac{1}{5} \left(-\frac{x}{3} + 15 \right)$

A estas alturas del tema el alumno ya debe haber memorizado los pasos a seguir para resolver una ecuación de primer grado, si no es así, debe tenerlos a la vista pues no los repetiremos.

a) $\frac{3x+1}{2} = 2$; $3x + 1 = 4$; $3x = 4 - 1$; $3x = 3$; $x = 3/3 = 1$, compatible y determinada.

b) $2(x - 5) - 3 = 2x + 1$; $2x - 10 - 3 = 2x + 1$; $2x - 2x = 1 + 10 + 3$; $0x = 14$, incompatible.

c) $\frac{14 - 4(x-1)}{2} = 5 - 2x$; $14 - 4x + 4 = 10 - 4x$; $14 + 4 - 10 = 4x - 4x$; $0x = 8$, incompatible.

d) $3(x - 7) + 1 = 2x - 13$; $3x - 21 + 1 = 2x - 13$; $3x - 2x = -13 + 21 - 1$; $x = 7$, compatible y determinada.

e) $\frac{2x}{3} - \frac{2}{3} = x - 4 + \frac{2}{3}$; $2x - 2 = 3x - 12 + 2$; $12 - 2 - 2 = 3x - 2x$; $x = 8$, compatible y determinada.

f) $\frac{x}{2} + 17 = \frac{2x}{3} - \frac{x}{4}$; $6x + 204 = 8x - 3x$; $204 = 8x - 3x - 6x$; $-x = 204$; $x = -204$,
m.c.m.(2, 3, 4) = $2^2 \cdot 3 = 12$
compatible y determinada.

g) $\frac{4x}{5} = \frac{x+4}{3}$; $12x = 5x + 20$; $12x - 5x = 20$; $7x = 20$; $x = 20/7$, compatible y determinada.

h) $\frac{4x-5}{4} = \frac{5x-2}{5}$; $5(4x - 5) = 4(5x - 2)$; $20x - 25 = 20x - 8$; $20x - 20x = 25 - 8$; $0x = 17$; incompatible.

i) $6 - (3x + 1) = 5 - 3(x - 2)$; $6 - 3x - 3 = 5 - 3x + 6$; $3x - 3x = 5 + 6 - 6 + 3$; $0x = 8$, incompatible.

j) $x^2 - 4x = (x + 1)^2 - 7$; $x^2 - 4x = x^2 + 2x + 1 - 7$; $x^2 - x^2 - 4x - 2x = 1 - 7$; $-6x = -6$; $x = 1$, compatible y determinada.

k) $\frac{x}{5} = \frac{x+4}{3}$; $3x = 5(x + 4)$; $3x = 5x + 20$; $3x - 5x = 20$; $-2x = 20$; $x = -10$, compatible y determinada.

l) $\frac{x}{3} + 3 - \frac{2x}{5} = \frac{1}{5} \left(-\frac{x}{3} + 15 \right)$; $5x + 3 \cdot 15 - 6x = -x + 45$; $5x - 6x + x = 45 - 45$; $0x = 0$,

compatible e indeterminada.

☞ 5) Un padre tiene 50 años y su hijo 20, ¿cuántos años han de pasar para que la edad del hijo sea la tercera parte de la del padre?

Años que han de pasar = x

Cuando pasen x años:

El padre tendrá $50 + x$

El hijo tendrá $20 + x$

Edad del padre = triple (edad del hijo), dentro de x . Sustituyendo nos queda la ecuación:

$50 + x = 3(20 + x)$; $50 + x = 60 + 3x$; $50 - 60 = 3x - x$; $-10 = 2x$, $x = -5$, es decir, se cumplía la condición del enunciado hace 5 años, cuando el padre tenía 45 y el hijo 15, ya que $45 = 3 \cdot 15$.

☞ 6) ¿Cuál es el número cuya cuarta parte es igual a la mitad del número inmediato inferior?

Número = n

cuarta parte del número = mitad del número inferior, que sustituyendo nos da:

$$\frac{n}{4} = \frac{n-1}{2}; n = 2n - 2; n - 2n = -2; -n = -2; n = 2$$

Comprobación: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

☞ 7) La edad actual de un padre es 40 años y la de su hija 12 años. ¿Cuántos años han de pasar para que la edad del padre sea doble que la de su hija?

Edad actual del padre = 40 años.

Edad actual de la hija = 12 años.

Dentro de x años, tendrán:

El padre $40 + x$ años y la hija $12 + x$ años, como entonces la edad del padre ha de ser el doble de la de la hija:

$40 + x = 2(12 + x)$; $40 + x = 24 + 2x$; $40 - 24 = 2x - x$; $16 = x$; luego han de transcurrir 16 años y entonces el padre tendrá $40 + 16 = 56$ años y la hija $12 + 16 = 28$, que es la mitad de la edad que tendrá el padre.

☞ 8) Las dos cifras de un número suman 12. Si restamos del número dado el que resulta de invertir sus cifras obtenemos 18. Calcula el número dado.

Cifra de las unidades = x

Cifra de la decenas = $12 - x$ (ya que entre las dos han de sumar 12).

Número dado es pues $x + 10 \cdot (12 - x)$

Si invertimos las cifras (la de las unidades pasa a ser de las decenas y viceversa), el número es $12 - x + 10x$.

Como la diferencia ha de ser 18, se cumplirá:

$$x + 10(12 - x) - (12 - x + 10x) = 18, \text{ ecuación que resolvemos.}$$

$$x + 120 - 10x - 12 + x - 10x = 18; x - 10x + x - 10x = 18 - 120 + 12; -18x = -90; x = 90/18 = 5.$$

Por tanto la de las unidades es 5 y la de las decenas $12 - 5 = 7$ y el número buscado es el 75, que invirtiendo sus cifras se convierte en el 57 y cuya diferencia es $75 - 57 = 18$.

 **10** En un viaje turístico participan 60 personas, entre hombres, mujeres y niños. Hay doble número de niños que de hombres y el número de mujeres es $\frac{2}{3}$ del número de hombres y de niños juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños van de viaje?

Nº de hombres = x

Nº de niños = doble que de hombres = $2x$.

$$\text{Nº de mujeres} = \frac{2}{3}(\text{hombres} + \text{niños}) = \frac{2}{3}(2x + x) = \frac{2}{3}3x = 2x$$

Como el total de personas = 60, se cumplirá:

$$\text{Niños} + \text{hombres} + \text{mujeres} = 60, \text{ es decir, } 2x + x + 2x = 60, 5x = 60 ; x = 60/5 = 12.$$

Por tanto:

Nº de hombres = $x = 12$

Nº de niños = doble que de hombres = $2x = 24$.

$$\text{Nº de mujeres} = \frac{2}{3}(\text{hombres} + \text{niños}) = \frac{2}{3}(2x + x) = \frac{2}{3}3x = 2x = 24$$

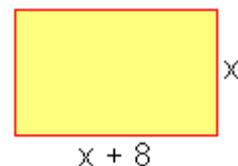
Total = $12 + 24 + 24 = 60$ personas son las participantes.

 **11** Halla las dimensiones de los lados de un rectángulo de perímetro 112 m y cuya base excede en 8 m a su altura.

Altura = x

Base = altura + 8 = $x + 8$

Perímetro = 112m



Como el perímetro es la suma de los lados:

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot \text{Base} + 2 \cdot \text{Altura} = 112; 2x + 2(x + 8) = 112; 2x + 2x + 16 = 112; 4x = 112 - 16; 4x = 96; x = 96/4 = 24 \text{ m}$$

Altura = 24 m

Base = $24 + 8 = 32$ m.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 24 + 2 \cdot 32 = 48 + 64 = 112 \text{ m.}$$

☞ **11** Una moto a 80 km/h trata de alcanzar a otra que va a una velocidad de 60 km/h y que salió del mismo punto 4h antes. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarla?

Velocidad de la primera moto = $v_1 = 60$ km/h.

Velocidad de la segunda moto = $v_2 = 80$ km/h.

Sea t el tiempo que transcurre desde que sale la primera moto. Cuando la 2ª alcance a la 1ª el espacio recorrido por ambas es el mismo:

$e_1 = e_2$; $v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$; $60t = 80(t - 4)$; $60t = 80t - 320$; $80t - 60t = 320$; $20t = 320$; $t = 320/20 = 16$ h. Luego la segunda tarda en alcanzar a la primera $16 - 4 = 12$ h.

Espacio que recorre la primera = $v_1 \cdot t_1 = 60 \cdot 16 = 960$ km.

Espacio que recorre la segunda = $v_2 \cdot t_2 = 80 \cdot 12 = 960$ km.

☞ **12** Calcula la capacidad de un depósito de agua sabiendo que si se saca la mitad del contenido, después la sexta parte del resto y, por último, la quinta parte del resto quedan 800 L.

Sea x la capacidad del depósito.

$$x \left\{ \begin{array}{l} \text{Saca: } \frac{x}{2} \\ \text{Queda: } \frac{x}{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Saca: } \frac{x/2}{6} = \frac{x}{12} \\ \text{Queda: } \frac{5 \cdot x/2}{6} = \frac{5x}{12} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Saca: } \frac{5x/12}{5} = \frac{x}{12} \\ \text{Queda: } \frac{4 \cdot 5x/12}{5} = \frac{x}{3} \end{array} \right.$$

Como quedan 800 l, $\frac{x}{3} = 800$; $x = 2\ 400$ l tenía inicialmente el depósito.

Comprobación:

$$2400 \left\{ \begin{array}{l} \text{Saca} = 2400 / 2 = 1200 \\ \text{Quedan} = 2400 - 1200 = 1200 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Saca} = \frac{1200}{6} = 200 \\ \text{Quedan} = 1200 - 200 = 1000 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Saca} = \frac{1000}{5} = 200 \\ \text{Quedan} = 1000 - 200 = 800 \end{array} \right.$$

☞ **13** Entre dos mecanógrafas realizan un trabajo en 34 horas. ¿Cuánto tiempo tardaría cada una de ellas por separado si una invierte doble número de horas que la otra?

Tiempo que emplea una mecanógrafa en realizar el trabajo, por sí sola = t .

Tiempo que emplea la otra mecanógrafa = el doble = $2t$

Parte del trabajo que hace la primera por hora: $\frac{1}{t}$

Parte del trabajo que hace la 2ª : $\frac{1}{2t}$.

Entre ambas hacen : $\frac{1}{t} + \frac{1}{2t}$ que ha de ser igual a la parte que hacen trabajando juntas:

$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{34} \Leftrightarrow 34 + 17 = t \Leftrightarrow t = 51$ horas tarda la primera en hacer ella sola el trabajo, y la segunda tardaría el doble 102 horas.

☞ **14** ¿Qué tres múltiplos consecutivos de 3 suman 702?

Primer múltiplo de 3 = $3x$
 Segundo múltiplo de 3 = $3x + 3$.
 Tercer múltiplo de 3 = $(3x + 3) + 3 = 3x + 6$.

Suma = $3x + 3x + 3 + 3x + 6 = 702$; $9x = 702 - 3 - 6$; $9x = 693$; $x = 693/9 = 77$.

Luego :

Primer múltiplo de 3 = $3x = 3 \cdot 77 = 231$.
 Segundo múltiplo de 3 = $3x + 3 = 234$.
 Tercer múltiplo de 3 = $3x + 6 = 237$.

☞ **15** María tiene el triple de años que Ana y dentro de 12 años tendrá el doble de años que Ana. ¿Cuántos años tiene Ana?

	Edad actual	Dentro de 12
María	$3x$	$3x + 12$
Ana	x	$x + 12$

Luego $3x + 12 = 2(x + 12)$; $3x + 12 = 2x + 24$; $3x - 2x = 24 - 12$; $x = 12$.

Las edades son pues:

	Edad actual	Dentro de 12
María	36	$36 + 12 = 48$
Ana	12	$12 + 12 = 24$

☞ **16** A un número natural le sumamos 12 unidades, duplicamos el número resultante y restamos 24 unidades, obteniendo el duplo del número natural dado. ¿Cuál es este número?

Número natural = x .

Sumamos 12 unidades = $x + 12$.
 Duplicamos el anterior = $2 \cdot (x + 12)$.

Restamos 24 unidades = $2 \cdot (x + 12) - 24$.

Obtenemos el doble del número inicial:

$2(x + 12) - 24 = 2x$; $2x + 24 - 24 = 2x$; $0x = 0$, es decir la ecuación es compatible e indeterminada y por lo tanto lo cumple cualquier número natural.

☞ **17** Resuelve las ecuaciones siguientes y discute sus soluciones:

a) $\frac{x-9}{3} + \frac{3x-4}{4} = \frac{2x+3}{3}$; {m.c.m.(3,4) = $2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$ }; $4(x-9) + 3(3x-4) = 4(2x+3)$

$4x - 36 + 9x - 12 = 8x + 12$; $4x + 9x - 8x = 36 + 12 + 12$; $5x = 60$; $x = 60/5 = 12$.

b) $\frac{x-5}{6} - \frac{x-3}{4} = \frac{1-x}{9} \Rightarrow$ {m.c.m.(4,6,9) = $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ }; $6(x-5) - 9(x-3) = 4(1-x)$

$6x - 30 - 9x + 27 = 4 - 4x$; $6x - 9x + 4x = 4 + 30 - 27$; $x = 7$.

c) $3(x-1) - \frac{4x-1}{3} = \frac{8x-3}{4} - \frac{7}{4}$; {m.c.m.(3,4) = $2^2 \cdot 3 = 12$ }; $36(x-1) - 4(4x-1) = 3(8x-3) - 21$; $36x - 36 - 16x + 4 = 24x - 9 - 21$; $36x - 16x - 24x = 36 - 4 - 9 - 21$; $-4x = 2$; $x = 2/(-4) = -1/2$.

d) $\frac{2x-1}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{5x}{12} + \frac{7}{6}$; $4(2x-1) - 3(x-3) = 5x + 14$; $8x - 4 - 3x + 9 = 5x + 14$;

m.c.m.(3, 4, 12, 6) = $2^2 \cdot 3 = 12$

$8x - 3x - 5x = 14 + 4 - 9$; $0x = 9$; es incompatible, no tiene solución.

e) $\frac{x}{6} - \frac{1}{3} \left(\frac{2-x}{5} - \frac{x}{3} \right) = \frac{2x-1}{6} \Leftrightarrow \frac{x}{6} - \frac{2}{15} + \frac{x}{9} = \frac{2x-1}{6}$;

m.c.m.(6, 15, 9) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

$15x - 12 + 10x = 15(2x - 1)$; $15x - 12 + 10x = 30x - 15$; $15x + 10x - 30x = 12 - 15$; $-5x = -3$; $x = 3/5$.

f) $\frac{x-2}{3} - \frac{5(x-7)}{4} = \frac{12-x}{2} - 1$

m.c.m.(2, 3, 4) = $2^2 \cdot 3 = 12$

$4(x-2) - 15(x-7) = 6(12-x) - 12$; $4x - 8 - 15x + 105 = 72 - 6x - 12$; $4x - 15x + 6x = 72 + 8 - 105 - 12$; $-5x = -37$; $x = 37/5$.

g) $\frac{x-a}{a} - \frac{x-b}{b} = 1$; $b(x-a) - a(x-b) = ab$; $bx - ba - ax + ab = ab$; $x(b-a) = ab$; $x = \frac{ab}{a-b}$

en donde $a \neq b$.

h) $\frac{a}{x} + \frac{b}{x} = c \Leftrightarrow a + b = cx \Leftrightarrow x = \frac{a+b}{c}$ y $c \neq 0$.

∞ **118** Resuelve los sistemas siguientes por el método que se indica, sustitución (S), igualación (I), reducción (R).

a) $\left. \begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{array} \right\}$ Sustitución

* *Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones*

Si despejamos y de la primera: $y = 2x - 3$.

* *Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida*

Sustituimos la expresión de y en la 2ª: $3x + 2(2x - 3) = 1$

* *Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita*

$$3x + 4x - 6 = 1; 3x + 4x = 1 + 6; 7x = 7; x = 1$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en donde la despejamos y damos la solución*

$$y = 2 \cdot 1 - 3 = 2 - 3 = -1, \text{ La solución del sistema es } (x = 1, y = -1)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 1 - (-1) = 2 + 1 = 3 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 3 - 2 = 1 \end{array} \right. \right\}$$

b) $\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 4 \\ 4x - 3y = -6 \end{array} \right\}$ Igualación

* *Despejamos la misma incógnita(x o y) de las dos ecuaciones*

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 4 \\ 4x - 3y = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{4 - 2y}{5} \\ x = \frac{-6 + 3y}{4} \end{array} \right.$$

* *Igualemos las expresiones obtenidas y resolvemos la ecuación resultante.*

$$\frac{4 - 2y}{5} = \frac{-6 + 3y}{4} \Leftrightarrow 16 - 8y = -30 + 15y \Leftrightarrow 15y + 8y = 16 + 30 \Leftrightarrow 23y = 46 \Leftrightarrow y = \frac{46}{23} = 2$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las despejadas*

$$x = \frac{4 - 2 \cdot 2}{5} = \frac{0}{5} = 0, \text{ La solución del sistema es } (x = 0, y = 2)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow 5 \cdot 0 + 2 \cdot 2 = 0 + 4 = 4 \\ y = 2 \Rightarrow 4 \cdot 0 - 3 \cdot 2 = 0 - 6 = -6 \end{array} \right\}$$

c) $\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 5 \\ 6x - 4y = 7 \end{array} \right\}$ Sustitución

* *Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones*

Si despejamos y de la primera: $y = \frac{3x - 5}{2}$.

* *Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida*

Sustituimos la expresión de y en la 2ª: $6x - 4 \frac{3x - 5}{2} = 7$

* *Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita*

$6x - 2(3x - 5) = 7$; $6x - 6x + 10 = 7$; $0 = -3$; Lo que no es cierto pues la ecuación carece de solución.

d) $\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 4x - 3y = 1 \end{array} \right\}$ Reducción

* *Multiplicamos las dos ecuaciones por los números que hagan los coeficientes de la incógnita a eliminar opuestos y sumamos miembro a miembro:*

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 4x - 3y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 3} 9x + 6y = 0 \\ \xrightarrow{\times 2} 8x - 6y = 2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 9x + 6y = 0 \\ 8x - 6y = 2 \\ \hline 17x + 0 = 2 \end{array}$$

* *Despejamos la incógnita de la ecuación obtenida.*

$$17x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{17}$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones o repitiendo el proceso de reducción para la otra incógnita*

$y = -3x/2 = -6/34 = -3/17$, La solución del sistema es $(x = 2/17, y = -3/17)$

$$\text{O bién: } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 4x - 3y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{-4} -12x - 8y = 0 \\ \xrightarrow{3} 12x - 9y = 3 \end{array} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \left. \begin{array}{l} -12x - 8y = 0 \\ 12x - 9y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{-3}{17}$$

* Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{17} \Rightarrow 3 \cdot \frac{2}{17} + 2 \cdot \left(-\frac{3}{17}\right) = \frac{6}{17} - \frac{6}{17} = 0 \\ y = -\frac{3}{17} \Rightarrow 4 \cdot \frac{2}{17} - 3 \cdot \left(-\frac{3}{17}\right) = \frac{8}{17} + \frac{9}{17} = \frac{17}{17} = 1 \end{array} \right\}$$

e) $\left. \begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{array} \right\}$ Reducción

* Multiplicamos las dos ecuaciones por los números que hagan los coeficientes de la incógnita a eliminar opuestos y sumamos miembro a miembro:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{igual}} 3x + 2y = 0 \\ \xrightarrow{\times 2} 4x - 2y = 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 4x - 2y = 0 \\ \hline 7x + 0 = 0 \end{array}$$

* Despejamos la incógnita de la ecuación obtenida.

$$7x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{0}{7} = 0$$

* Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones o repitiendo el proceso de reducción para la otra incógnita

$y = 2x = 2 \cdot 0 = 0$, La solución del sistema es $(x = 0, y = 0)$

$$\text{O bién: } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{-2} -6x - 4y = 0 \\ \xrightarrow{3} 6x - 3y = 0 \end{array} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \left. \begin{array}{l} -6x - 4y = 0 \\ 6x - 3y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{0}{-7} = 0$$

* Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0 \\ y = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0 - 0 = 0 \end{array} \right\}$$

f) $\left. \begin{array}{l} -5x + 4y = 2 \\ x = 3y \end{array} \right\}$ Igualación

* Despejamos la misma incógnita (x o y) de las dos ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} -5x + 4y = 2 \\ x = 3y \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = \frac{4y - 2}{5} \\ x = 3y \end{array}$$

* *Igualemos las expresiones obtenidas y resolvemos la ecuación resultante.*

$$\frac{4y - 2}{5} = 3y \Leftrightarrow 4y - 2 = 15y \Leftrightarrow -15y + 4y = 2 \Leftrightarrow -11y = 2 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{11}$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las despejadas*

$$x = 3y = 3 \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = -\frac{6}{11}, \text{ La solución del sistema es } (x = -\frac{6}{11}, y = -\frac{2}{11})$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{6}{11} \\ y = -\frac{2}{11} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -5 \cdot \left(-\frac{6}{11}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = \frac{30}{11} - \frac{8}{11} = \frac{22}{11} = 2 \\ -\frac{6}{11} = 3 \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) \end{array} \right.$$

g) $\left. \begin{array}{l} 4x - 3y = -2 \\ 3x + 5y = -16 \end{array} \right\}$ Sustitución

* *Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones*

Si despejamos y de la primera: $y = \frac{4x + 2}{3}$.

* *Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida*

Sustituimos la expresión de y en la 2ª: $3x + 5 \cdot \frac{4x + 2}{3} = -16$

* *Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita*

$$9x + 5(4x + 2) = -48; 9x + 20x + 10 = -48; 29x = -48 - 10; 29x = -58; x = -2.$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en la despejada*

$$y = \frac{4x + 2}{3} = \frac{4 \cdot (-2) + 2}{3} = \frac{-8 + 2}{3} = \frac{-6}{3} = -2.$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2 \\ y = -2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 4 \cdot (-2) - 3 \cdot (-2) = -8 + 6 = -2 \\ 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-2) = -6 - 10 = -16 \end{array} \right.$$

h)
$$\left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 4 \\ -10x + 4y = -8 \end{array} \right\} \text{Igualación}$$

* *Despejamos la misma incógnita (x o y) de las dos ecuaciones*

$$\left. \begin{array}{l} 5x - 2y = 4 \\ -10x + 4y = -8 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = \frac{4 + 2y}{5} \\ x = \frac{4y + 8}{10} \end{array}$$

* *Iguualamos las expresiones obtenidas y resolvemos la ecuación resultante.*

$$\frac{4 + 2y}{5} = \frac{4y + 8}{10} \Leftrightarrow 2(4 + 2y) = 4y + 8 \Leftrightarrow 8 + 4y = 4y + 8 \Leftrightarrow 4y - 4y = 8 - 8 \Leftrightarrow 0 = 0$$

El sistema es, pues, compatible e indeterminado, tiene infinitas soluciones.

Si hacemos $y = t$, entonces $x = \frac{4 + 2t}{5}$ y las infinitas soluciones serán de la forma:

$$\left(x = \frac{4 + 2t}{5}, y = t \right)$$

Podemos obtener algunas dando algunos valores al parámetro t:

t	$x = \frac{4 + 2t}{5}$	y = t	Soluciones
-2	0	-2	(0, -2)
-1	2/5	-1	(2/5, -1)
0	4/5	0	(4/5, 0)
1	6/5	1	(6/5, 1)
2	8/5	2	(8/5, 2)
3	2	3	(2, 3)

i)
$$\left. \begin{array}{l} 3y - 2x = -6 \\ 3x + 2y = -4 \end{array} \right\} \text{Reducción}$$

* *Multiplicamos las dos ecuaciones por los números que hagan los coeficientes de la incógnita a eliminar opuestos y sumamos miembro a miembro:*

$$\begin{array}{l} -2x + 3y = -6 \\ 3x + 2y = -4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{3} -6x + 9y = -18 \\ \xrightarrow{2} 6x + 4y = -8 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{r} -6x + 9y = -18 \\ 6x + 4y = -8 \\ \hline 0 + 13y = -26 \end{array}$$

* *Despejamos la incógnita de la ecuación obtenida.*

$$13y = -26 \Leftrightarrow y = \frac{-26}{13} = -2$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones o repitiendo el proceso de reducción para la otra incógnita*

$$3(-2) - 2x = -6, 6 - 2x = -6; x = 0. \text{ La solución del sistema es } (x = 0, y = -2)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = -2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 0 = -6 + 0 = -6 \\ 3 \cdot 0 + 2(-2) = 0 - 4 = -4 \end{array} \right\}$$

☞ **19** En un aparcamiento hay 452 vehículos entre coches y motos. Halla el número de vehículos que hay de cada tipo sabiendo que en total suman 1 744 ruedas apoyadas en el suelo.

Podemos resolverlo mediante una ecuación o un sistema, lo hacemos mediante un sistema:

$$\text{N}^\circ \text{ de coches} = x$$

$$\text{N}^\circ \text{ de motos} = y$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vehículos} = 452 \\ \text{Ruedas} = 1744 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y = 452 \\ 4x + 2y = 1744 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{-2} -2x - 2y = -904 \\ \xrightarrow{\text{Igual}} 4x + 2y = 1744 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} -2x - 2y = -904 \\ 4x + 2y = 1744 \\ \hline 2x + 0 = 840 \end{array}$$

Luego hay $x = 840/2 = 420$ coches.

Despejamos la otra incógnita: $y = 452 - 420 = 32$ motos.

Comprobamos las ruedas: $4 \cdot 420 + 32 \cdot 2 = 1680 + 64 = 1744$ ruedas en total.

☞ **20** Descompón 172 en dos sumandos de manera que al dividir el mayor por el menor se obtenga 3 de cociente y 4 de resto.

Ahora optamos por aplicar una ecuación:

$$\text{Primer sumando} = x = \text{Dividendo}$$

$$\text{Segundo sumando} = 172 - x = \text{divisor}$$

$$\text{Cociente} = 3$$

$$\text{Resto} = 4$$

La regla de la división es: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$, luego, aplicada a este caso nos da la ecuación:

$$x = (172 - x) \cdot 3 + 4; \text{ ecuación de primer grado que resolvemos}$$

$$x = 516 - 3x + 4; x + 3x = 516 + 4; 4x = 520; x = 520/4 = 130 \text{ que es el sumando mayor (dividendo). El divisor} = 172 - 130 = 42.$$

Comprobamos :

$$\begin{array}{r} 130 \quad | \quad 42 \\ 4 \quad | \quad 3 \end{array}$$

☞ 21 Antonio dispone de un capital de 8 000 000 de pesetas. Una parte del mismo lo coloca en un banco al 5 % Y la otra en una caja de ahorros al 6 %. Encuentra qué parte de capital impone en cada una de las entidades bancarias sabiendo que el capital acumulado al cabo de un año es de 8 455 000 pesetas.

Si el capital acumulado fue 8 455 000, los intereses percibidos serán $8\,455\,000 - 8\,000\,000 = 455\,000$.

Dividimos el capital en dos partes: $\left. \begin{matrix} 1^{\text{a}} \text{ parte} = x \\ 2^{\text{a}} \text{ parte} = y \end{matrix} \right\}$. Además sabemos que para hallar los intereses, la fórmula es $I = Crt/100$

$$\left. \begin{matrix} \text{Capital} = 8\,000\,000 \\ \text{Intereses} = 455\,000 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} x + y = 8\,000\,000 \\ \frac{x \cdot 5 \cdot 1}{100} + \frac{y \cdot 6 \cdot 1}{100} = 455\,000 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{matrix} x + y = 8\,000\,000 \\ 5x + 6y = 4\,550\,000 \end{matrix} \right\}$$

Sistema que resolvemos por el método de reducción:

$$\left. \begin{matrix} x + y = 8\,000\,000 \\ 5x + 6y = 4\,550\,000 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \xrightarrow{-5} \\ \xrightarrow{\text{Igual}} \end{matrix} \left. \begin{matrix} -5x - 5y = -40\,000\,000 \\ 5x + 6y = 4\,550\,000 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} -5x - 5y = -40\,000\,000 \\ 5x + 6y = 4\,550\,000 \\ \hline 0 + y = 550\,000 \end{matrix}$$

La segunda parte del capital es $y = 550\,000$, y la primera $x = 8\,000\,000 - 550\,000 = 7\,450\,000$.

Comprobación:

$$\text{Intereses generados por la primera parte : } I_1 = \frac{7\,450\,000 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 372\,500$$

$$\text{Intereses generados por la segunda parte : } I_2 = \frac{550\,000 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 33\,000$$

$$\text{Suma de Intereses} = 372\,500 + 33\,000 = 405\,500.$$

☞ 22 Queremos distribuir entradas de teatro entre varios chicos. Si a cada uno le damos 4 entradas nos faltan 3, pero si a cada uno le damos 3 nos sobran 9. ¿De cuántas entradas disponemos?

$$\begin{matrix} \text{N}^\circ \text{ de chicos} = x \\ \text{N}^\circ \text{ de entradas} = y \end{matrix}$$

Primera distribución : $4 \cdot x = y + 3$ (nos faltan 3 para que el reparto sea exacto)

Segunda distribución : $3 \cdot x = y - 9$ (nos sobran 9 para que el reparto sea exacto)
 Resolvemos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 4x - y = 3 \\ 3x - y = -9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{-1} -4x + y = -3 \\ \xrightarrow{\text{Igual}} 3x - y = -9 \end{array} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \begin{array}{r} -4x + y = -3 \\ 3x - y = -9 \\ \hline -x = -12 \end{array} \quad x = 12 \text{ chicos.}$$

Hallamos las entradas $y = 4x - 3 = 4 \cdot 12 - 3 = 48 - 3 = 45$ entradas.

Si repartimos a 4 por chico necesitamos $4 \cdot 12 = 48$, como tenemos 45 nos faltan 3.
 Si repartimos a 3 por chico necesitamos $3 \cdot 12 = 36$, como tenemos 45 nos sobran 9.

☞ **23** Dos amigos vienen del mercado de comprar naranjas. Antonio le dice a Pilar: «Si tú me das un kilo tendremos los dos la misma cantidad». A lo que Pilar le contesta: «Si tú me das a mí un kilo yo tendré doble número de kilos que tú». ¿Cuántos kilos compraron cada uno?

Antonio : x kg de naranjas
 Pilar : y kg de naranjas

	Inicialmente	Pilar da 1 kg a Antonio	Antonio da 1 kg a Pilar
Antonio	x	x + 1	x - 1
Pilar	y	y - 1	y + 1
Relación		Antonio = Pilar; x + 1 = y - 1	Pilar = 2 · (Antonio); y + 1 = 2(x - 1)

Resolvemos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + 1 = y - 1 \\ y + 1 = 2(x - 1) \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = -2 \\ 2x - y = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{-1} -x + y = 2 \\ \xrightarrow{\text{Sumamos}} 2x - y = 3 \end{array} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \begin{array}{r} -x + y = 2 \\ 2x - y = 3 \\ \hline x + 0 = 5 \end{array} \quad ; \quad \text{luego Antonio}$$

compró 5 kg de naranjas y Pilar $y = x + 2 = 5 + 2 = 7$ kg.

	Inicialmente	Pilar da 1 kg a Antonio	Antonio da 1 kg a Pilar
Antonio	5	5 + 1 = 6	5 - 1 = 4
Pilar	7	7 - 1 = 6	7 + 1 = 8
Relación		Antonio = Pilar	Pilar = 2 · (Antonio)

☞ **24** Una botella y su tapón cuestan juntos 110 pesetas. La botella cuesta 100 pta más que el tapón. ¿Cuánto cuesta cada uno?

Precio de la botella = x
 Precio del tapón = 110 - x

Precio de la botella = Precio del tapón + 100; $x = 110 - x + 100$; $x + x = 210$; $2x = 210$; $x = 210/2 = 105$ y el tapón = $110 - 105 = 5$ que son 100 menos.

☞ **25** Disponemos de un cierto número de fotos para colocar en las hojas de un álbum. Si en cada hoja ponemos 2 fotos nos sobran 10 fotos Y si ponemos 3 nos sobran 5 hojas. ¿Cuántas hojas tiene el álbum y de cuántas fotos disponemos?

Fotografías = x
Hojas = y

Si en cada hoja ponemos dos fotos: $2 \cdot y = x - 10$ (sobran 10)

Si en cada hoja ponemos tres fotos: $3 \cdot y = x - 5$ (sobran 5)

Resolvemos el sistema por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} x - 10 = 2y \\ x - 5 = 3y \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x - 2y = 10 \\ x - 3y = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{-1} \left. \begin{array}{l} x - 2y = 10 \\ -x + 3y = -5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{sumamos}} \begin{array}{r} x - 2y = 10 \\ -x + 3y = -5 \\ \hline 0 + y = 5 \end{array}$$

El álbum tiene 5 hojas, y tenemos $x = 2 \cdot 5 + 10 = 20$ fotografías.

Si las colocamos a 2 por hoja tendremos $2 \cdot 5 = 10$ colocadas con lo que nos sobrarán 10

Si las colocamos a 3 por hoja tendremos $3 \cdot 5 = 15$ colocadas con lo que nos sobrarán 5.

☞ **26** Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más adecuado:

a)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 2 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{mcm}(2,3)=6} \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 4x - 3y = 6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{sumamos}} \begin{array}{r} 2x + 3y = 12 \\ 4x - 3y = 6 \\ \hline 6x + 0 = 18 \end{array} \Rightarrow x = \frac{18}{6} = 3$$

Despejamos y de la primera: $y = \frac{12 - 2x}{3} = \frac{12 - 2 \cdot 3}{3} = \frac{12 - 6}{3} = \frac{6}{3} = 2$

Solución : ($x = 3$, $y = 2$). Método : reducción.

b)
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ \frac{x - y}{3} - \frac{x + y}{6} = 2y - 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{m.c.m}(3,6)=6} \left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 2(x - y) - x - y = 12y - 30 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - 15y = -30 \end{array} \right\} \text{Método de reducción.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - 15y = -30 \end{array} \right\} \xrightarrow{-1} \left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ -x + 15y = 30 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{sumamos}} \begin{array}{r} x + y = 1 \\ -x + 15y = 30 \\ \hline 0 + 16y = 31 \end{array} \Rightarrow y = \frac{31}{16}$$

luego $y = 1 - x = 1 - \frac{31}{16} = -\frac{15}{16}$

$$c) \begin{cases} 3(x-y)-2=y \\ 2x-3(y-1)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-3y-2=y \\ 2x-3y+3=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4y=2 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \begin{cases} \xrightarrow{-3} -9x+12y=-6 \\ \xrightarrow{-4} 8x-12y=4 \end{cases} \Rightarrow -x=-2; x=2 \text{ y}$$

por tanto, despejando de la primera $y = \frac{3x-2}{4} = \frac{3 \cdot 2 - 2}{4} = 1$

$$d) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2y+1}{3} = 4 \\ \frac{3x}{5} - \frac{2}{3} = 4y \end{cases} \begin{cases} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,3)=6} 3(x-1) - 2(2y+1) = 24 \\ \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,5)=15} 9x - 10 = 60y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3 - 4y - 2 = 24 \\ 9x - 60y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 29 \\ 9x - 60y = 10 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{3x-29}{4} \rightarrow \frac{3x-29}{4} = \frac{9x-10}{60} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,60)=60} 15(3x-29) = 9x-10$$

$$45x - 435 = 9x - 10; 36x = 425; x = \frac{425}{36} \text{ luego}$$

$$y = \frac{3x-29}{4} = \frac{3 \cdot \frac{425}{36} - 29}{4} = \frac{1572 - 1044}{144} = \frac{528}{144} = \frac{176}{48} = \frac{11}{3}$$

$$e) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \text{ realizamos los cambios de variable: } \begin{cases} t = \frac{1}{x} \\ u = \frac{1}{y} \end{cases} \text{ con lo que el sistema se convierte en:}$$

$$\begin{cases} 2t + 3u = 2 \\ t - u = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 3u = 2 \\ 6t - 6u = 1 \end{cases} \begin{cases} \xrightarrow{-2} 4t + 6u = 4 \\ \xrightarrow{-} 6t - 6u = 1 \end{cases} \text{ sumando } 10t = 5 \Leftrightarrow t = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

como $u = t - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ y deshaciendo los cambios tenemos la solución:

$$t = \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2$$

$$u = \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow y = 3$$

$$f) \begin{cases} 2x + y = a \\ x - 2y = b \end{cases} \begin{cases} y = a - 2x \\ x - 2(a - 2x) = b \end{cases} \Rightarrow x - 2a + 4x = b \Leftrightarrow 5x = b + 2a \Leftrightarrow x = \frac{2a+b}{5} \Rightarrow y = a - 2 \frac{2a+b}{5} =$$

$$y = \frac{5a - 4a - 2b}{5} = \frac{a - 2b}{5}$$

☞ **27** Halla el número de dos cifras que dividido por la cifra de las unidades da 21 y el número que resulta de invertir sus cifras dividido por la cifra de sus unidades da 6.

Número = $xy = 10x + y$

Número invertido = $yx = 10y + x$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{10x + y}{y} = 21 \\ \frac{10y + x}{x} = 6 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} 10x - 20y = 0 \\ 10y - 5x = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x = \frac{20y}{10} = 2y \\ x = \frac{10}{5}y = 2y \end{array} \right\} \text{ las posibilidades son:}$$

x	2	4	6	8
y	1	2	3	4
Número	21	42	63	84

Comprobamos que los cuatro cumplen el enunciado:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{21}{1} = 21 \\ \frac{12}{2} = 6 \end{array} \right\}; \left. \begin{array}{l} \frac{42}{2} = 21 \\ \frac{24}{4} = 6 \end{array} \right\}; \left. \begin{array}{l} \frac{63}{3} = 21 \\ \frac{36}{6} = 6 \end{array} \right\}; \left. \begin{array}{l} \frac{84}{4} = 21 \\ \frac{48}{8} = 6 \end{array} \right\}$$

☞ **28** Los alumnos de un grupo de 30 de ESO practican natación y tenis de manera que cada alumno practica uno y sólo uno de estos dos deportes. La razón entre los que practican tenis y los que practican natación es como 2 es a 3. Calcula el número de alumnos que practican tenis sabiendo que en el grupo hay 30 alumnos.

Sea:

x = alumnos que practican natación. Los alumnos restantes (de un total de 30) practican tenis = $30 - x$.

$$\frac{\text{tenis}}{\text{natación}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{30 - x}{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3(30 - x) = 2x \Leftrightarrow 90 - 3x = 2x \Leftrightarrow 5x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{5} = 18 \text{ alumnos}$$

practican la natación y, por tanto $30 - 18 = 12$ practican tenis.

Se cumple que $\frac{\text{Los que practican tenis}}{\text{Los que practican natación}} = \frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$

☞ **29** Cada mochuelo a su olivo y sobra un mochuelo y si en cada olivo se posan dos mochuelos falta un mochuelo, ¿cuántos mochuelos hay?

Sea :

Nº de mochuelos = x
 Nº de olivos = y

Nº de mochuelos = nº de olivos + 1

$$N^{\circ} \text{ de mochuelos} = 2 \cdot n^{\circ} \text{ de olivos} - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 1 \\ x = 2y - 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 + y \\ x = -1 + 2y \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Igualamos}} 1 + y = -1 + 2y \Leftrightarrow y = 2 \Rightarrow x = 1 + 2 = 3$$

Hay pues 3 mochuelos y 2 olivos, si cada mochuelo se posa en un olivo sobra un mochuelo y para que se posen de dos en dos falta un mochuelo para 4.

☞ **30** Sea el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{array} \right\}$$

Como 1 y 2 son iguales a la misma expresión, entonces $1 = 2$, ¿dónde está el error o falacia de este razonamiento?

Si en dos igualdades, son iguales los primeros miembros ($x + y$) los segundos miembros no pueden ser distintos ($1 \neq 2$) para que se cumplan simultáneamente.

✎ **31** Un reloj señala las 3, ¿a qué hora coincidirán las manecillas por primera vez?

El minutero da una vuelta completa en 60 minutos y la que marca las horas en 12 horas es decir $12 \cdot 60$ minutos, luego el minutero es 12 veces más rápido que la aguja horaria. Mientras que el horario recorre un ángulo x hasta las 3 y “pico”, el minutero recorre $90^{\circ} + x$, en el mismo tiempo, luego:

$$T_{\text{minutero}} = T_{\text{horario}} \Rightarrow \frac{e_m}{v_m} = \frac{e_h}{v_h} \Leftrightarrow \frac{90^{\circ} + x}{12v} = \frac{x}{v} \Leftrightarrow \frac{90^{\circ} + x}{12} = x \Leftrightarrow 90^{\circ} + x = 12x \Leftrightarrow 11x = 90^{\circ} \Leftrightarrow x = \frac{90^{\circ}}{11}$$

Como $90^{\circ} = 15$ minutos los minutos que pasan de las 3 son $\frac{15}{11} = 1 \text{ min } 21,81 \text{ s}$

Coinciden a las 3 h 1 min 22 s

☞ **32** A un poste de 32 palmos lo partió un rayo. El trozo roto quedó apoyado en el suelo formando un triángulo de 16 palmos de base. ¿A qué altura se partió el poste?

Si llamamos x a la longitud del trozo que queda vertical, el otro trozo medirá $32 - x$ formando con el suelo un triángulo rectángulo como se muestra en la figura de al lado. Si aplicamos a es triángulo el teorema de Pitágoras:

$$(32 - x)^2 = x^2 + 16^2 \Rightarrow 1024 - 64x + x^2 = x^2 + 256$$

$$64x = 1024 - 256; 64x = 768; x = \frac{768}{64} = 12 \text{ que}$$

mide el trozo que queda vertical

