

ACTIVIDADES INICIALES

① Indica cuáles de las siguientes igualdades son ecuaciones y cuáles identidades.

a) $2x(x - 3) = 2x^2 - 6x$

b) $3(x - 4) = 6$

c) $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 9$

La diferencia entre una ecuación y una identidad es que la segunda se cumple para cualquier valor de la variable (normalmente x) y la primero sólo para uno o para algunos valores de la variable (que entonces llamamos incógnita).

Para distinguirlas operamos ambos miembros y si obtenemos expresiones iguales se trata de una identidad, en caso contrario es una ecuación.

a) $2x(x - 3) = 2x^2 - 6x$, luego es una identidad.

b) $3(x - 4) = 3x - 12$, que es distinto de 6, luego se trata de una ecuación.

c) $(2x - 3)^2 = 9x^2 - 12x + 9$, que es distinto del segundo miembro $4x^2 - 9$, luego es una ecuación.

② Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones que obtengas:

a) $4 - 2(3x - 1) = 3(x + 2) - 18$

b) $\frac{x - 2}{4} = \frac{7 + 5x}{3}$

a) $4 - 6x + 2 = 3x + 6 - 18$

$4 + 2 - 6 + 18 = 3x + 6x$

$18 = 9x$

$x = 18/9 = 2$

Quitar paréntesis

Trasponer términos.

Reducir término semejantes

Despejar la incógnita.

Ahora comprobamos la solución sustituyendo en ambos miembros para ver si obtenemos el mismo resultado:

$4 - 2(3 \cdot 2 - 1) = 4 - 2(6 - 1) = 4 - 2 \cdot 5 = 4 - 10 = -6 = 3(2 + 2) - 18 = 3 \cdot 4 - 18 = 12 - 18 = -6$

b) $m.c.m(3,4) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

$\frac{3(x - 2)}{12} = \frac{4(7 + 5x)}{12} \Leftrightarrow 3(x - 2) = 4(7 + 5x) \Leftrightarrow 3x - 6 = 28 + 20x \Leftrightarrow 3x - 20x = 28 + 6; -17x = 34;$
 $x = 34/-17 = -2.$

Comprobación:

$\frac{-2 - 2}{4} = \frac{-4}{4} = -1 = \frac{7 + 5(-2)}{3} = \frac{7 - 10}{3} = \frac{-3}{3} = -1$

③ Encuentra las longitudes de los lados de un triángulo isósceles de perímetro 90 cm, sabiendo que cada uno de los lados iguales mide 2 cm más que el lado desigual.

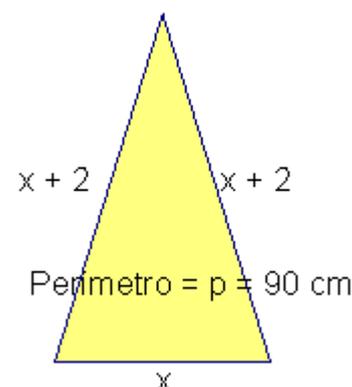
$$\begin{aligned} \text{Lado desigual} &= x \\ \text{Lados iguales} &= x + 2 \\ \text{Perímetro} &= p = 90 \text{ cm} \end{aligned}$$

Como el perímetro es la suma de los tres lados, tendremos la ecuación:

$$x + x + 2 + x + 2 = 90; 3x + 4 = 90; 3x = 90 - 4; 3x = 86, x = 86/3 = 28,67 \text{ cm.}$$

Los lados miden :

$$\begin{aligned} \text{Lado desigual} &= x = 28,67 \text{ cm.} \\ \text{Lados iguales} &= x + 2 = 30,67 \text{ cm} \end{aligned}$$



PÁGINA • 68

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

① Clasifica las siguientes igualdades en identidades y ecuaciones:

- a) $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$
- b) $2x - 3 = 5$
- c) $3(2 - x) = 6 + 3x$
- d) $5 - 2(x + 1) = 3x + 3$
- e) $4x^2(x - 2) = 4x^2 - 8x$
- f) $3(x - 1)^2 = 3x^2 - 6x + 1$

La diferencia entre una ecuación y una identidad es que la segunda se cumple para cualquier valor de la variable (normalmente x) y la primera sólo para uno o para algunos valores de la variable (que entonces llamamos incógnita).

Para distinguirlas operamos ambos miembros y si obtenemos expresiones iguales se trata de una identidad, en caso contrario es una ecuación.

- a) $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$, luego es una identidad.
- b) $2x - 3$, es diferente de 5, luego la igualdad es una ecuación.
- c) Como $3(2 - x) = 6 - 3x$, se trata de una ecuación.
- d) $5 - 2(x + 1) = 5 - 2x - 2 = 3 - 2x$, que es diferente del 2º miembro, es una ecuación.
- e) $4x^2(x - 2) = 4x^3 - 8x$, luego es una identidad.
- f) $3(x - 1)^2 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3x^2 - 6x + 3$, luego es una ecuación.

ACTIVIDADES PARA RESOLVER

① Comprueba si los valores que se indican son soluciones de las ecuaciones correspondientes:

- a) $p = 4$ y $p = -4$ de $p^2 + 3p = 4$
- b) $a = 3$, $b = 2$ de $a + 4 = b + 3$
- c) $a = 3$, $b = 2$ de $8 = 2a + b$
- d) $a = 15$ y $a = 17$ de $2a + 1 = 35$

Sustituimos las variables por sus valores para ver si se cumplen las igualdades.

a) $\begin{cases} p = 4 \Rightarrow 4^2 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28 \neq 4 \Rightarrow \text{No es solución de la ecuación} \\ p = -4 \Rightarrow (-4)^2 + 3 \cdot (-4) = 16 - 12 = 4 \Rightarrow \text{Sí es solución de la ecuación} \end{cases}$

b) $3 + 4 = 7 \neq 2 + 3 = 5$, luego esos valores no son solución de la ecuación.

c) $2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$, luego esos valores sí son solución de la ecuación

d) $\begin{cases} a = 15 \Rightarrow 2 \cdot 15 + 1 = 30 + 1 = 31 \neq 35 \Rightarrow a = 15, \text{ no es solución de la ecuación} \\ a = 17 \Rightarrow 2 \cdot 17 + 1 = 34 + 1 = 35 \Rightarrow a = 17, \text{ sí es solución de la ecuación} \end{cases}$

② Encuentra valores numéricos de p y q que sean solución de las ecuaciones siguientes:

- a) $p^2 = q^2$
- b) $p^2 - q^2 = 1$
- c) $p^2 + q^2 = 0$
- d) $p^2 + p = q$
- e) $p^2 + q^2 = 1$
- f) $p^2 - p = q$

a) Si despejamos una en función de la otra tenemos $p = \pm q$.

b) $p^2 = 1 + q^2 \Leftrightarrow p = \pm \sqrt{1 + q^2}$.

c) $p^2 = -q^2$, luego la única solución posible es $p = q = 0$.

d) Si tomamos p como incógnita y resolvemos la ecuación de 2º grado en p , tenemos:

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4q}}{2} \text{ y } q > -\frac{1}{4}, \text{ para } q = 0, p = 0 \text{ ó } p = -1, \text{ por ejemplo.}$$

e) Si despejamos p en función de q , tenemos:

$$p = \pm \sqrt{1 - q^2} \text{ y } -1 \leq q \leq 1, \text{ luego una solución sería } q = 0 \text{ y } p = \pm 1.$$

f) Si tomamos p como incógnita y resolvemos la ecuación de 2º grado en p , tenemos:

$$p = \frac{1 \pm \sqrt{1+4q}}{2} \text{ y } q > -\frac{1}{4}, \text{ para } q = 0, p = 0 \text{ ó } p = 1, \text{ por ejemplo.}$$

PÁGINA • 71

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

① Despeja en las siguientes fórmulas las variables que se indican:

- a) $v = at$; t
- b) $v = e/t$; t
- c) $C + V = A + 2$; A y V
- d) $d = M/V$ M y V .
- e) $A = (z + 2)m$; z y m
- f) $T = ph + 2a$; h y a
- g) $R = r(1 + at)$; a y r .
- h) $h = 1/a + 1/b$; a .

a) $t = \frac{v}{a}$

b) $v = \frac{e}{t} \Leftrightarrow e = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{e}{v}$

c) $C + V = A + 2 \Rightarrow \begin{cases} A = C + V - 2 \\ V = A - C + 2 \end{cases}$

d) $d = \frac{M}{V} \Rightarrow \begin{cases} M = d \cdot V \\ V = \frac{M}{d} \end{cases}$

e) $A = (z + 2)m \Rightarrow \begin{cases} z + 2 = \frac{A}{m} \Leftrightarrow z = \frac{A}{m} - 2 \\ m = \frac{A}{z + 2} \end{cases}$

f) $T = ph + 2a \Rightarrow \begin{cases} ph = T - 2a \Leftrightarrow h = \frac{T - 2a}{p} \\ 2a = T - ph \Leftrightarrow a = \frac{T - ph}{2} \end{cases}$

g) $R = r(1 + at) \Rightarrow \begin{cases} 1 + at = \frac{R}{r} \Leftrightarrow at = \frac{R}{r} - 1 \Leftrightarrow a = \frac{\frac{R}{r} - 1}{t} = \frac{R - r}{r \cdot t} = \frac{R - r}{tr} \\ r = \frac{R}{1 + at} \end{cases}$

h) $h = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = h - \frac{1}{b} \Leftrightarrow a = \frac{1}{h - \frac{1}{b}} = \frac{b}{hb - 1}$

ACTIVIDADES PARA RESOLVER

① Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $4x + 18 = 12 - 2x$.

b) $8 - 3(x - 5) = x + 7$.

c) $3(x + 1) - 2(x - 2) = 4 - x$

d) $(x + 1)^2 = x(x - 3)$

e) $3x/2 - 3 = 9/4$.

f) $\frac{3(z+2)}{5} - \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$

g) $\frac{3t-8}{2} - \frac{6-t}{3} = 5$

h) $\frac{3(1+y)}{2} = \frac{y+6}{10}$

a) $4x + 18 = 12 - 2x$

* Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

* Quitar paréntesis

No tiene.

* Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$4x + 2x = 12 - 18$$

* Reducir términos semejantes

$$6x = -6$$

* Despejar la incógnita

$$x = \frac{-6}{6} = -1$$

b) $8 - 3(x - 5) = x + 7$

* Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

* Quitar paréntesis

$$8 - 3x + 15 = x + 7.$$

* Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$8 + 15 - 7 = x + 3x$$

- ✿ Reducir términos semejantes

$$16 = 4x$$

- ✿ Despejar la incógnita

$$x = \frac{16}{4} = 4$$

c) $3(x + 1) - 2(x - 2) = 4 - x$

- ✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

- ✿ Quitar paréntesis

$$3x + 3 - 2x + 4 = 4 - x.$$

- ✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$3x - 2x + x = 4 - 3 - 4$$

- ✿ Reducir términos semejantes

$$2x = -3$$

- ✿ Despejar la incógnita

$$x = -\frac{3}{2}$$

d) $(x + 1)^2 = x(x - 3)$

- ✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

- ✿ Quitar paréntesis

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 3x$$

- ✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$x^2 - x^2 + 2x + 3x = -1$$

- ✿ Reducir términos semejantes

$$5x = -1$$

- ✿ Despejar la incógnita

$$x = -\frac{1}{5}$$

e) $\frac{3x}{2} - 3 = -\frac{9}{4}$

- ✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\text{m.c.m.}(2,4) = 2^2 = 4 \quad \frac{6x}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{9}{4} \Leftrightarrow 6x - 12 = -9$$

- ✿ Quitar paréntesis

No hay.

- ✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$6x = 12 - 9$$

- ✿ Reducir términos semejantes

$$6x = 3$$

- ✿ Despejar la incógnita

$$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$f) \frac{3(z+2)}{5} - \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$$

* Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\begin{cases} 9(z+2) - 10 = 8 \\ \text{m.c.m.}(3,5,15) = 3 \cdot 5 = 15 \end{cases}$$

* Quitar paréntesis

$$9z + 18 - 10 = 8.$$

* Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$9z = 8 - 18 + 10$$

* Reducir términos semejantes

$$9z = 0.$$

* Despejar la incógnita

$$z = \frac{0}{9} = 0$$

$$g) \frac{3t-8}{2} - \frac{6-t}{3} = 5$$

* Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\begin{cases} 3(3t-8) - 2(6-t) = 30 \\ \text{m.c.m.}(2,3) = 2 \cdot 3 = 6 \end{cases}$$

* Quitar paréntesis

$$9t - 24 - 12 + 2t = 30.$$

* Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$9t + 2t = 30 + 24 + 12$$

* Reducir términos semejantes

$$11t = 66$$

* Despejar la incógnita

$$t = \frac{66}{11} = 6$$

$$h) \frac{3(1+y)}{2} = \frac{y+6}{10}$$

* Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\begin{cases} 15(1+y) = y+6 \\ \text{m.c.m.}(2,10) = 2 \cdot 5 = 10 \end{cases}$$

* Quitar paréntesis

$$15 + 15y = y + 6.$$

* Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$15y - y = 6 - 15$$

* Reducir términos semejantes

$$14y = -9$$

* Despejar la incógnita

$$y = -\frac{9}{14}$$

🕒 Escribe tres ecuaciones que tengan como solución $x = -1$ y las siguientes características:

- a) La primera ecuación con paréntesis y sin denominadores.
- b) La segunda ecuación con denominadores.
- c) La tercera ecuación con paréntesis y monomios de segundo grado.

En cada una de las ecuaciones que obtengas comprueba que tiene por solución $x = -1$.

a) $3(x + 2) - 3 = 2x + 2$, sustituimos la x por -1 : $\begin{cases} 3(-1+2) - 3 = 0 \\ 2(-1) + 2 = 0 \end{cases}$

b) $\frac{3x+2}{4} - \frac{x+5}{3} = -\frac{x+20}{12}$, comprobación $\begin{cases} \frac{3(-1)+2}{4} - \frac{-1+5}{3} = -\frac{19}{12} \\ -\frac{-1+20}{12} = -\frac{19}{12} \end{cases}$

c) $x(x+3) + 4x = x^2 + 7x$, comprobación $\begin{cases} -1(-1+3) + 4(-1) = -2 - 4 = -6 \\ (-1)^2 + 7(-1) = 1 - 7 = -6 \end{cases}$

PÁGINA • 74

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

🕒 Discute las siguientes ecuaciones de primer grado:

- a) $4(x + 2) - 5x = 3 - 2(x - 5)$
- b) $3(x + 1) - 2 = 3x + 1$
- c) $\frac{5}{4} + x = \frac{4-x}{2} + \frac{3x}{2}$
- d) $7(x + 1) - 3(x - 1) = 4(x+7) - 18$
- e) $\frac{3x+2}{3} - \frac{2x-3}{2} = 1$
- f) $\frac{16-x}{3} = \frac{x+12}{9}$

Hay que reducirlas a la ecuación equivalente de la forma $ax = b$ y pueden ocurrir tres

casos : $\begin{cases} a \neq 0 \Rightarrow \text{compatible det er min ada} \\ a = b = 0 \Rightarrow \text{compatible in det er min ada} \\ a = 0 \text{ y } b \neq 0 \Rightarrow \text{incompatible o imposible} \end{cases}$

a) $4(x + 2) - 5x = 3 - 2(x - 5)$

✿ *Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)*

No tiene.

✿ *Quitar paréntesis*

$4x + 8 - 5x = 3 - 2x + 10.$

✿ *Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)*

$4x - 5x + 2x = 3 + 10 - 8$

✿ Reducir términos semejantes

$x = 5$, es **compatible y determinada**.

✿ Despejar la incógnita

$$x = 5$$

b) $3(x + 1) - 2 = 3x + 1$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

✿ Quitar paréntesis

$$3x + 3 - 2 = 3x + 1.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$3x - 3x = 1 - 3 + 2$$

✿ Reducir términos semejantes

$0x = 0$, es **compatible e indeterminada (infinitas soluciones)**.

c) $\frac{5}{4} + x = \frac{4 - x}{2} + \frac{3x}{2}$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\begin{cases} 5 + 4x = 2(4 - x) + 2 \cdot 3x \\ \text{m.c.m.}(2,4) = 4 \end{cases}$$

✿ Quitar paréntesis

$$5 + 4x = 8 - 2x + 6x.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$4x + 2x - 6x = 8 - 5$$

✿ Reducir términos semejantes

$0x = 3$, es **incompatible (carece de solución)**.

d) $7(x + 1) - 3(x - 1) = 4(x+7) - 18$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

No tiene.

✿ Quitar paréntesis

$$7x + 7 - 3x + 3 = 4x + 28 - 18.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$7x - 3x - 4x = 28 - 18 - 7 - 3$$

✿ Reducir términos semejantes

$0x = 0$, es **compatible e indeterminada**.

e) $\frac{3x + 2}{3} - \frac{2x - 3}{2} = 1$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\begin{cases} 2(3x + 2) - 3(2x - 3) = 6 \\ \text{m.c.m.}(2,3) = 6 \end{cases}$$

✿ Quitar paréntesis

$$6x + 4 - 6x + 9 = 6.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$6x - 6x = 6 - 4 - 9.$$

✿ Reducir términos semejantes

$$0x = -7, \text{ es incompatible (carece de solución).}$$

f)
$$\frac{16 - x}{3} = \frac{x + 12}{9}$$

✿ Quitar denominadores reduciendo a común denominador (mediante el m.c.m.)

$$\begin{cases} 3(16 - x) = x + 12 \\ \text{m.c.m.}(3,9) = 3^2 = 9 \end{cases}$$

✿ Quitar paréntesis

$$48 - 3x = x + 12.$$

✿ Trasposición de términos (los que tienen la incógnita a uno y los independientes al otro)

$$-3x - x = 12 - 48$$

✿ Reducir términos semejantes

$$-4x = -36, \text{ es compatible y determinada.}$$

✿ Despejar la incógnita

$$x = \frac{-36}{-4} = 9$$

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

① Resuelve cada uno de los siguientes sistemas por los tres métodos conocidos:

a)
$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= 7 \\ 3x - 2y &= 5 \end{aligned} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{aligned} 8x - y &= 11 \\ 3x - 5y &= 18 \end{aligned} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{aligned} 2x &= 3y \\ x - 2y &= -2 \end{aligned} \right\}$$

d)
$$\left. \begin{aligned} 4x - 3y &= 12 \\ 8x - 6y &= 22 \end{aligned} \right\}$$

Antes de emplear cualquiera de los tres métodos el sistema es conveniente que esté de la forma:

$$\left. \begin{aligned} ax + by &= c \\ a'x + b'y &= c' \end{aligned} \right\}$$

si no lo estuviera haya hacer las operaciones necesarias para llegar hasta ella

$$a) \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

◆ Método de sustitución

* *Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones*

Si despejamos x de la primera: $x = 7 - 2y$

* *Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida*

Sustituimos la expresión de x en la 2ª: $3(7 - 2y) - 2y = 5$

* *Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita*

$$21 - 6y - 2y = 5; 21 - 5 = 6y + 2y; 16 = 8y; y = \frac{16}{8} = 2$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en donde la despejamos y damos la solución*

$x = 7 - 2 \cdot y = 7 - 2 \cdot 2 = 7 - 4 = 3$, La solución del sistema es $(x = 3, y = 2)$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\begin{cases} x = 3 & 3 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7 \\ y = 2 & \Rightarrow 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5 \end{cases}$$

◆ Método de igualación

* *Despejamos la misma incógnita (x o y) de las dos ecuaciones*

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 - 2y \\ x = \frac{5 + 2y}{3} \end{cases}$$

* *Igualamos las expresiones obtenidas y resolvemos la ecuación resultante.*

$$\frac{5 + 2y}{3} = 7 - 2y \Leftrightarrow 5 + 2y = 21 - 6y \Leftrightarrow 2y + 6y = 21 - 5 \Leftrightarrow 8y = 16 \Leftrightarrow y = \frac{16}{8} = 2$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las despejadas*

$x = 7 - 2 \cdot y = 7 - 2 \cdot 2 = 7 - 4 = 3$, La solución del sistema es $(x = 3, y = 2)$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\begin{cases} x = 3 & 3 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7 \\ y = 2 & \Rightarrow 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5 \end{cases}$$

3 Método de reducción

* *Multiplicamos las dos ecuaciones por los números que hagan los coeficientes de la incógnita a eliminar opuestos, y sumamos miembro a miembro:*

Si elegimos la y como incógnita a eliminar, como ya tienen coeficientes opuestos, no hay que multiplicar por ningún número, sumamos miembro a miembro

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 7 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \left. \begin{array}{l} x + 2y = 7 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\} \\ \hline 4x + 0 = 12$$

* *Despejamos la incógnita de la ecuación obtenida.*

$$4x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{4} = 3$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones o repitiendo el proceso de reducción para la otra incógnita*

$x = 7 - 2 \cdot y = 7 - 2 \cdot 2 = 7 - 4 = 3$, La solución del sistema es $(x = 3, y = 2)$

$$\text{O bien: } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 7 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{igual}} \left. \begin{array}{l} -3x - 6y = -21 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \left. \begin{array}{l} -3x - 6y = -21 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{-16}{-8} = 2$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7 \\ 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5 \end{array} \right\}$$

b) $\left. \begin{array}{l} 8x - y = 11 \\ 3x - 5y = 18 \end{array} \right\}$

4 Método de sustitución

* *Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones*

Si despejamos y de la primera: $y = 8x - 11$

* *Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida*

Sustituimos la expresión de y en la 2ª: $3x - 5(8x - 11) = 18$

* *Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita*

$$3x - 40x + 55 = 18; 55 - 18 = 40x - 3x; 37 = 37x; x = \frac{37}{37} = 1$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en donde la despejamos y damos la solución*

$$y = 8x - 11 = 8 \cdot 1 - 11 = 8 - 11 = -3, \text{ La solución del sistema es } (x = 1, y = -3)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -3 \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 \cdot 1 - (-3) = 8 + 3 = 11 \\ 3 \cdot 1 - 5 \cdot (-3) = 3 + 15 = 18 \end{array} \right. \right\}$$

◆ Método de igualación

* *Despejamos la misma incógnita (x o y) de las dos ecuaciones*

$$\left. \begin{array}{l} 8x - y = 11 \\ 3x - 5y = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 8x - 11 \\ y = \frac{3x - 18}{5} \end{array} \right.$$

* *Igualamos las expresiones obtenidas y resolvemos la ecuación resultante.*

$$\frac{3x - 18}{5} = 8x - 11 \Leftrightarrow 3x - 18 = 40x - 55 \Leftrightarrow 3x - 40x = -55 + 18 \Leftrightarrow -37x = -37 \Leftrightarrow x = 1$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las despejadas*

$$y = 8 \cdot 1 - 11 = 8 - 11 = -3, \text{ La solución del sistema es } (x = 1, y = -3)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -3 \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 \cdot 1 - (-3) = 8 + 3 = 11 \\ 3 \cdot 1 - 5 \cdot (-3) = 3 + 15 = 18 \end{array} \right. \right\}$$

◆ Método de reducción

* *Multiplicamos las dos ecuaciones por los números que hagan los coeficientes de la incógnita a eliminar opuestos y sumamos miembro a miembro:*

Si elegimos la y como incógnita a eliminar:

$$\left. \begin{array}{l} 8x - y = 11 \\ 3x - 5y = 18 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{-5} -40x + 5y = -55 \\ \xrightarrow{\text{Igual}} 3x - 5y = 18 \end{array} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \left\{ \begin{array}{l} -40x + 5y = -55 \\ 3x - 5y = 18 \\ \hline -37x + 0 = -37 \end{array} \right.$$

* *Despejamos la incógnita de la ecuación obtenida.*

$$-37x = -37 \Leftrightarrow x = \frac{-37}{-37} = 1$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones o repitiendo el proceso de reducción para la otra incógnita*

$$8x - y = 11; y = 8x - 11 = 8 \cdot 1 - 11 = -3, \text{ La solución del sistema es } (x = 1, y = -3)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow 8 \cdot 1 - (-3) = 8 + 3 = 11 \\ y = -3 \Rightarrow 3 \cdot 1 - 5 \cdot (-3) = 3 + 15 = 18 \end{array} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} 2x = 3y \\ x - 2y = -2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 0 \\ x - 2y = -2 \end{array} \right\}$$

◆ Método de sustitución

* *Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones*

Si despejamos x de la 2ª: $x = -2 + 2y$

* *Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida*

Sustituimos la expresión de x en la 1ª: $2(-2+2y) = 3y$

* *Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita*

$$-4 + 4y = 3y; 4y - 3y = 4; y = 4$$

* *Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en donde la despejamos y damos la solución*

$$x = -2 + 2y = -2 + 2 \cdot 4 = -2 + 8 = 6, \text{ La solución del sistema es } (x = 6, y = 4)$$

* *Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones*

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 6 \Rightarrow 2 \cdot 6 = 12 = 3 \cdot 4 = 12 \\ y = 4 \Rightarrow 6 - 2 \cdot 4 = 6 - 8 = -2 \end{array} \right\}$$

◆ Método de igualación

* *Despejamos la misma incógnita (x o y) de las dos ecuaciones*

$$\left. \begin{array}{l} 2x = 3y \\ x - 2y = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3y}{2} \\ x = -2 + 2y \end{array} \right.$$

* *Igualemos las expresiones obtenidas y resolvemos la ecuación resultante.*

$$\frac{3y}{2} = -2 + 2y \Leftrightarrow 3y = -4 + 4y \Leftrightarrow 4y - 3y = 4 \Leftrightarrow y = 4$$

* Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las despejadas

$$x = -2 + 2 \cdot y = -2 + 2 \cdot 4 = -2 + 8 = 6, \text{ La solución del sistema es } (x = 6, y = 4)$$

* Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones

$$\begin{cases} x = 6 & \Rightarrow & 2 \cdot 6 = 12 = 3 \cdot 4 = 12 \\ y = 4 & \Rightarrow & 6 - 2 \cdot 4 = 6 - 8 = -2 \end{cases}$$

3 Método de reducción

* Multiplicamos las dos ecuaciones por los números que hagan los coeficientes de la incógnita a eliminar opuestos y sumamos miembro a miembro:

Si elegimos la x como incógnita a eliminar:

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 0 \\ x - 2y = -2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Igual}} 2x - 3y = 0 \\ \xrightarrow{-2} -2x + 4y = 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Sumamos}} \begin{array}{l} 2x - 3y = 0 \\ -2x + 4y = 4 \\ \hline 0 + y = 4 \end{array}$$

* Despejamos la incógnita de la ecuación obtenida.

$$y = 4$$

* Hallamos el valor de la otra incógnita sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones o repitiendo el proceso de reducción para la otra incógnita

$$x = -2 + 2 \cdot y = -2 + 2 \cdot 4 = -2 + 8 = 6, \text{ La solución del sistema es } (x = 6, y = 4)$$

* Comprobamos que se cumplen todas las ecuaciones

$$\begin{cases} x = 6 & \Rightarrow & 2 \cdot 6 = 12 = 3 \cdot 4 = 12 \\ y = 4 & \Rightarrow & 6 - 2 \cdot 4 = 6 - 8 = -2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 12 \\ 8x - 6y = 22 \end{cases}$$

4 Método de sustitución

* Despejamos una incógnita de una de las ecuaciones

Si despejamos x de la 2ª:
$$x = \frac{22 + 6y}{8} = \frac{11 + 3y}{4}$$

* Sustituimos en la otra ecuación la expresión de la incógnita obtenida

Sustituimos la expresión de x en la 1ª:
$$4 \left(\frac{11 + 3y}{4} \right) - 3y = 12$$

* Resolvemos la ecuación obtenida y tenemos la solución de una incógnita

$$11 + 3y - 3y = 12 \Rightarrow 0 = 1 \Rightarrow \text{No tiene solución}$$