ACTIVIDADES INICIALES

➀ Un coche recorre 60 km en 3/4 horas y otro recorre 45 km en 27 minutos, ¿cuál es más veloz?

La velocidad del primer coche es de $v = \frac{e}{t} = \frac{60\text{ km}}{3/4\text{ h}} = 80$ km/h.

La velocidad del segundo coche es de $v = \frac{45\text{ km}}{27/60\text{ h}} = 100$ km/h.

Es más veloz el segundo coche.

➁ Una pastilla contiene un 25 % de aspirina, un 40 % de vitamina C y el resto de excipiente. Si la pastilla pesa 5 g, ¿cuánto pesa cada componente?

Aspirina el 25 % = 0,25 · 5 = 1, 25 g.
Vitamina C el 40 % = 0,4 · 5 = 2 g.
Excipiente el resto 35 % = 0,35 · 5 = 1, 75 g.
Total = 1,25 + 2 + 1,75 = 5 g.

➂ ¿Cuánto vale un artículo por el que hemos pagado 86 pesetas, después de hacernos un descuento del 14 por ciento?

Precio del artículo sin rebajar = P.
Si han descontado el 14 % entonces pagamos un 86 % y por tanto el 86% de P = 86, es decir 0,86 · P = 86, luego P = 86/0,86 = 100 pts.

Observa que para hallar el precio sin rebajar Hacemos : $P = \frac{\text{precio rebajado}}{\text{tanto por uno que se paga}}$.

➃ Encuentra los números que faltan en las igualdades siguientes:

$$\frac{3}{7} = \frac{1{,}5}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 1{,}5}{3} = 3{,}5$$

$$\frac{2}{5} = \frac{5}{x} = \frac{y}{17{,}5} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5 \\ \frac{2}{5} = \frac{y}{17{,}5} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 17{,}5}{5} = \frac{35}{5} = 7 \end{cases}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{-6}{x} = \frac{y}{-14} = \frac{8}{z} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{7} = \frac{-6}{x} \Leftrightarrow x = \frac{-6 \cdot 7}{2} = \frac{-42}{2} = -21 \\ \frac{2}{7} = \frac{y}{-14} \Leftrightarrow y = \frac{-14 \cdot 2}{7} = \frac{-28}{7} = -4 \\ \frac{2}{7} = \frac{8}{z} \Leftrightarrow z = \frac{7 \cdot 8}{2} = \frac{56}{2} = 28 \end{cases}$$

PÁGINA • 33

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

① Encuentra el término que falta en cada una de las proporciones siguientes:

a) $\frac{x}{18} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow x = \frac{18 \cdot 4}{6} = 12$

b) $\frac{2}{x} = \frac{10}{100} \Leftrightarrow x = \frac{100 \cdot 2}{10} = 20$

c) $\frac{7}{14} = \frac{x}{22} \Leftrightarrow x = \frac{7 \cdot 22}{14} = 11$

d) $\frac{x}{9} = \frac{4}{x} \Leftrightarrow x^2 = 9 \cdot 4 = 36 \Leftrightarrow x = \sqrt{36} = 6$

PÁGINA • 37

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

① Estudia si los siguientes pares de magnitudes son directamente, inversamente proporcionales o ninguna de las dos:

a) La altura de un árbol y la sombra que proyecta.
b) Número de animales y días para los que tienen alimento con el grano de un granero.
c) Longitud del radio y longitud de la circunferencia correspondiente.
d) Longitud del radio y área del círculo correspondiente.
e) Dosis de un fármaco y peso del enfermo.
f) Edad de una persona y talla del calzado.

a) Si el ángulo de los rayos solares permanece constante a doble altura del árbol le corresponde doble longitud de la sombra, luego son directamente proporcionales.

b) Si todos los animales comen la misma cantidad de grano, si el número de animales se duplica, la comida durará la mitad del tiempo de cuando eran la mitad, son inversamente proporcionales.

c) La fórmula que permite hallar la longitud de la una circunferencia (L) es $L = 2\pi R$, es decir proporcional al radio, a doble radio, doble longitud, son directamente proporcionales.

d) La fórmula que permite hallar el área del círculo (A) es $A = \pi R^2$, es decir proporcional al cuadrado del radio, a doble radio, cuádruple área, no son proporcionales.

e) A doble peso, doble dosis, luego directamente proporcionales.

f) Es evidente que una persona, a los 40 años no gasta una talla de calzado doble que a los 20 años.

PÁGINA • 38

ACTIVIDADES PARA RESOLVER

① Se sabe que 2 de cada 3 personas usan gafas. Sien un concierto hay 546 personas, ¿cuántas llevan gafas?

$\boxed{\text{D}}$

De cada **3** personas -------------------------- **2** llevan gafas
De **546** personas -------------------------- **x** llevarán gafas

Como es directa $\frac{3}{546}=\frac{2}{x} \Leftrightarrow x=\frac{546 \cdot 2}{3}=364$ personas llevarán gafas.

② Un autobús tarda 4 horas en hacer la distancia entre dos ciudades a una velocidad de 85 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer esta distancia un coche que lleva una velocidad de 100 km/h?

$\boxed{\text{I}}$

Si la velocidad es **85** km/h -------------------- tarda **4** horas
Si la velocidad es **100** km/h -------------------- tarda **x** horas

Es inversa ya que si la velocidad aumenta, se tarda menos tiempo en recorrer un cierto espacio, luego:

$\frac{85}{100}=\frac{x}{4} \Leftrightarrow x=\frac{85 \cdot 4}{100}=3{,}4$ horas = 3 h 24 min (ya que 0,4 h · 60 min/h = 24), en recorrer ese espacio.

③ Tres fotocopiadoras emplean 50 minutos para fotocopiar un determinado trabajo. ¿Cuánto tiempo emplearían para fotocopiar el mismo trabajo 5 fotocopiadoras?

$\boxed{\text{I}}$

3 fotocopiadoras --------------- emplean **50** min
5 fotocopiadoras --------------- emplearán **x** min

Es inversa pues a más fotocopiadoras trabajando menos tiempo se tarda en realizar un cierto trabajo de copiado, luego :

$$\frac{3}{5}=\frac{x}{50}\Leftrightarrow x=\frac{3\cdot 50}{5}=30 \text{ min tardarían en fotocopiar el trabajo}$$

PÁGINA • 39

ACTIVIDAD PARA RESOLVER

① La familia de Juan está compuesta por cinco miembros y durante los tres primeros meses del año gastaron en alimentación 240 000 pesetas. Durante los siguientes 6 meses vivirá su abuelo con ellos. ¿Qué presupuesto deben hacer para la alimentación durante ese tiempo?

5 personas ------------ en **3** meses ------------- gastan **240 000** pts.
6 personas ------------ en **6** meses ------------- gastarán **x** pts.
D D

Ambas son directas, ya que a más personas más dinero han de emplear y a más tiempo también, luego:

$$\frac{240\,000}{x}=\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{6}\Leftrightarrow x=\frac{240\,000\cdot 6\cdot 6}{3\cdot 5}=576\,000 \text{ pts necesitarán para terminar el año.}$$

Actividades de Enseñanza- Aprendizaje

① Encuentra el término que falta en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{9}=\frac{4}{12}\Leftrightarrow x=\frac{9\cdot 4}{12}=3$

b) $\frac{6}{x}=\frac{3}{6}\Leftrightarrow x=\frac{6\cdot 6}{3}=12$

c) $\frac{4}{3}=\frac{x}{9}\Leftrightarrow x=\frac{4\cdot 9}{3}=12$

d) $\frac{36}{2}=\frac{18}{x}\Leftrightarrow x=\frac{2\cdot 18}{36}=1$

② Encuentra los términos que faltan en la proporción $\frac{x}{28}=\frac{6}{y}$,sabiendo que la constante de proporcionalidad es 1/7.

Igualamos cada proporción a la constante de proporcionalidad y despejamos la incógnita:

$$\frac{x}{28}=\frac{1}{7}\Leftrightarrow x=\frac{1\cdot 28}{7}=4 \text{ y } \frac{6}{y}=\frac{1}{7}\Leftrightarrow y=\frac{6\cdot 7}{1}=42$$

③ Se llama medio proporcional de a y b al número x que verifica: $\frac{a}{x}=\frac{x}{b}$ Calcula el medio proporcional de los siguientes pares de números:

a) 2y32 **b)** 49 y4 **c)** 8y8 **d)** 25 y1

a) $\frac{2}{x}=\frac{x}{32}\Leftrightarrow x^2=2\cdot 32=64\Leftrightarrow x=\sqrt{64}=8$

b) $\frac{49}{x}=\frac{x}{4}\Leftrightarrow x^2=4\cdot 49\Leftrightarrow x=\sqrt{4\cdot 49}=2\cdot 7=14$

c) $\frac{8}{x}=\frac{x}{8}\Leftrightarrow x^2=8\cdot 8=8^2=64\Leftrightarrow x=\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$

d) $\frac{25}{x}=\frac{x}{1}\Leftrightarrow x^2=25\Leftrightarrow x=\sqrt{25}=5$

④ Calcula los números que faltan en las siguientes series de razones iguales:

a) $\frac{2}{3}=\frac{x}{6}=\frac{8}{y}=\frac{14}{z-3}=\frac{u+16}{24}$ **b)** $\frac{6}{15}=\frac{8}{x}=\frac{y}{10}=\frac{7+3}{50}=\frac{2}{z-1}$

a) $$\frac{2}{3}=\frac{x}{6}=\frac{8}{y}=\frac{14}{z-3}=\frac{u+16}{24}\left\{\begin{array}{l}\frac{2}{3}=\frac{x}{6}\Leftrightarrow x=\frac{2\cdot 6}{3}=\frac{12}{3}=4\\ \frac{2}{3}=\frac{8}{y}\Leftrightarrow y=\frac{3\cdot 8}{2}=\frac{24}{2}=12\\ \frac{2}{3}=\frac{14}{z-3}\Leftrightarrow z-3=\frac{3\cdot 14}{2}=21\Leftrightarrow z=21+3=24\\ \frac{2}{3}=\frac{u+16}{24}\Leftrightarrow u+16=\frac{2\cdot 24}{3}=16\Leftrightarrow u=16-16=0\end{array}\right.$$

b) $$\frac{6}{15}=\frac{8}{x}=\frac{y}{10}=\frac{7+3}{50}=\frac{2}{z-1}\left\{\begin{array}{l}\frac{6}{15}=\frac{8}{x}\Leftrightarrow x=\frac{8\cdot 15}{6}=20\\ \frac{6}{15}=\frac{y}{10}\Leftrightarrow y=\frac{6\cdot 10}{15}=\frac{60}{15}=4\\ \frac{6}{15}\neq\frac{10}{50}=\frac{7+3}{50} \text{ pues } 6\cdot 50\neq 15\cdot 10\\ \frac{6}{15}=\frac{2}{z-1}\Leftrightarrow z-1=\frac{15\cdot 2}{6}=5\Leftrightarrow z=6\end{array}\right.$$

⑤ Estudia si son directa o inversamente proporcionales las siguientes magnitudes:

a) Número de obreros y tiempo empleado para realizar un trabajo.
b) Número de grifos de una bañera y tiempo que tarda en llenarse.
c) Longitud de un muro y tiempo empleado en construirlo.
d) Gasolina consumida y distancia recorrida.
e) La cuantía del préstamo pedido y los intereses que hay que abonar.
f) El número de animales de una granja y el tiempo que les dura el pienso.
g) La base de un rectángulo y su área.
h) El número de personas entre las que repartir una herencia y la cuantía que perciben.
i) La superficie de una pared que hay que pintar y la pintura empleada.
j) La superficie útil de un piso y su precio de compra.

a) Si el número de obreros se duplica (⬀⬀), el tiempo se reduce a la mitad (⬂⬂), luego son inversamente proporcionales.
b) Si número de grifos (⬀⬀), el tiempo que tarde en llenarse (⬂⬂), luego son inversamente proporcionales.
c) Si la longitud del muro (⬀⬀), el tiempo empleado es (⬀⬀), luego son directamente proporcionales.
d) Si la distancia recorrida (⬀⬀), la gasolina consumida (⬀⬀), luego son directamente proporcionales.
e) Si la cuantía del préstamo (⬀⬀), los intereses (⬀⬀), luego son directamente proporcionales.
f) Si el número de animales se duplica (⬀⬀), el tiempo se reduce a la mitad (⬂⬂), luego son inversamente proporcionales.
g) Si la base (⬀⬀), el área (⬀⬀), luego son directamente proporcionales.
h) Si el número de personas se duplica (⬀⬀), la cuantía se reduce a la mitad (⬂⬂), luego son inversamente proporcionales.
i) Si la superficie (⬀⬀), la pintura (⬀⬀), luego son directamente proporcionales.
j) Si la superficie (⬀⬀), su precio (⬀⬀), luego son directamente proporcionales.

⑥ Dada la proporción $\frac{a}{12}=\frac{b}{3}$ ¿que relación existe entre a y b?

$$\frac{a}{12}=\frac{b}{3}\Leftrightarrow 3a=12b\Leftrightarrow a=\frac{12b}{3}=4b$$

⑦ Calcula el valor de las letras en cada una de las siguientes series de razones iguales o proporciones:

a) $\frac{x}{15}=\frac{y}{3}$ con x + y = 84 **b)** $\frac{100}{2,5}=\frac{x}{1,5}=\frac{8}{y}$ **c)** $\frac{x}{12}=\frac{15}{y}=\frac{20}{48}$ **d)** $\frac{52}{x}=\frac{13}{y}$ con x- y= 21

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{15}=\dfrac{y}{3} \Leftrightarrow 3x=15y \Leftrightarrow x=5y \\ x+y=84 \end{cases} \Rightarrow 5y+y=84 \Leftrightarrow 6y=84 \Leftrightarrow y=\dfrac{84}{6}=14$, x = 5·14= 70.

b) $\dfrac{100}{2,5}=\dfrac{x}{1,5}=\dfrac{8}{y} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{100}{2,5}=\dfrac{x}{1,5} \Leftrightarrow x=\dfrac{100\cdot 1,5}{2,5}=\dfrac{150}{2,5}=60 \\ \dfrac{100}{2,5}=\dfrac{8}{y} \Leftrightarrow y=\dfrac{8\cdot 2,5}{100}=\dfrac{20}{100}=0,2 \end{cases}$

c) $\dfrac{x}{12}=\dfrac{15}{y}=\dfrac{20}{48} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{12}=\dfrac{20}{48} \Leftrightarrow x=\dfrac{20\cdot 12}{48}=\dfrac{240}{48}=5 \\ \dfrac{15}{y}=\dfrac{20}{48} \Leftrightarrow y=\dfrac{48\cdot 15}{20}=\dfrac{720}{20}=36 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{52}{x}=\dfrac{13}{y} \Leftrightarrow 13x=52y \Leftrightarrow x=4y \\ x-y=21 \end{cases} \Rightarrow 4y-y=21 \Leftrightarrow 3y=21 \Leftrightarrow y=\dfrac{21}{3}=7$, x = 4·7 = 28.

⑧ A una determinada hora del día una persona de 1,70 m de altura proyecta una sombra de 2,5 m. ¿Qué altura tendrá un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 32 m?

Son directamente proporcionales.

$$\frac{1{,}70 \text{ m de altura}}{2{,}5 \text{ m de sombra}}=\frac{x \text{ m}}{32 \text{ m de sombra}} \Leftrightarrow x=\frac{32\cdot 1{,}70}{2{,}5}=21{,}76 \text{ m de sombra}$$

⑨ De cada tonelada de trigo se obtienen 823 kg de harina. ¿Cuántos kg de trigo necesitamos para obtener 13 toneladas de harina?

Son directamente proporcionales.

$$\frac{1000 \text{ kg de trigo}}{823 \text{ kg de harina}}=\frac{x \text{ kg}}{13000 \text{ kg de harina}} \Leftrightarrow x=\frac{13000\cdot 1000}{823}=15795{,}87 \text{ kg de trigo}$$

⑩ Al pasar un líquido a estado sólido, por cada 4 kg de líquido se obtienen 3,6 kg de sólido. Si queremos obtener 426 kg de sólido, ¿cuánto líquido necesitamos?

Son directamente proporcionales.

$$\frac{4 \text{ kg de líquido}}{3{,}6 \text{ kg de sólido}}=\frac{x \text{ kg}}{426 \text{ kg de sólido}} \Leftrightarrow x=\frac{4\cdot 426}{3{,}6}=473{,}\widehat{3} \text{ kg de líquido}$$

⇴ 11 Una bomba tarda 40 minutos en sacar los 2 000 L de agua que contiene un depósito, ¿cuántas horas tardará en extraer los 40 m^3 de agua que contiene una piscina?

$40\ m^3 = 40\ m^3 \cdot 1000\ dm^3/m^3 = 40\ 000\ dm^3 = 40\ 000$ l.

Son directamente proporcionales.

$$\frac{40\ \text{min}}{2000\ \text{l de agua}} = \frac{x\ \text{min}}{40000\ \text{l de agua}} \Leftrightarrow x = \frac{40 \cdot 40000}{2000} = 800\ \text{min} = 13\ \text{h}\ 20\ \text{min}$$

⇴ 12 Por empapelar una habitación, cuya superficie de las paredes es de 45 m^2, nos cobran 38 250 pta. ¿Cuánto nos cobrarán por empapelar el salón, si la superficie de las paredes es de 95 m^2?

Son directamente proporcionales.

$$\frac{45\ m^2}{38250\ \text{pta}} = \frac{95\ m^2}{x} \Leftrightarrow x = \frac{95 \cdot 38250}{45} = 80750\ \text{pta}$$

⇴ 13 Un campamento formado por 85 jóvenes tiene provisiones para los 15 días que dura. ¿Cuántos días duraría la comida si fuesen 105 jóvenes?

Ahora son inversamente proporcionales pues cuánto más personas haya menos tiempo duran las provisiones.

85 jóvenes ----------------- 15 días
105 jóvenes ----------------- x días

$$\frac{85}{105} = \frac{x}{15} \Leftrightarrow x = \frac{85 \cdot 15}{105} = 12{,}14\ldots\text{días} = 12\text{días}\ 3\text{h}\ 25\ \text{min}\ 43\ \text{s}$$

⇴ 14 Una cuadrilla de 20 obreros hace un trabajo en 30 días. ¿De cuántos obreros se compondrá la cuadrilla que haga el mismo trabajo en 24 días?

20 obreros ------------- 30 días
x obreros ------------- 24 días

Para terminar el trabajo en menos tiempo se necesita que trabajen más obreros (trabajando con la misma intensidad) luego son inversamente proporcionales:

$$\frac{20}{x} = \frac{24}{30} \Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot 30}{24} = 25\ \text{obreros}$$

⇨ ⑮ Con la leche de un depósito se llenan 520 cajas de 3/4 L. ¿Cuántas cajas de 1/2 L podemos llenar con la misma cantidad de leche?

520 cajas ----------------- de ¾ l
x cajas ----------------- de ½ l

Son inversamente proporcionales ya que a menor capacidad de cada caja mayor será el número de cajas que se pueden llenar:

$$\frac{520}{x}=\frac{1/2}{3/4}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow x=\frac{520\cdot 3}{2}=780 \text{ cajas}$$

⇨ ⑯ El precio de un espejo de 300 cm de largo y 240 cm de ancho es de 90 000 pesetas. ¿Qué anchura tendrá otro espejo del mismo material de 360 cm de largo que ha costado 126 000 pta?

300 cm de largo ----------- 240 cm de ancho -------------- 90 000 pta
360 cm de largo ----------- x cm de ancho -------------- 126 000 pta

El coste de un espejo es directamente proporcional a su anchura, pero el largo es inversamente proporcional al ancho (para la misma área):

$$\frac{240}{x}=\frac{360}{300}\cdot\frac{90000}{126000}\Leftrightarrow x=\frac{240\cdot 300\cdot 126000}{360\cdot 90000}=280 \text{ cm de ancho.}$$

⇨ ⑰ Una instalación de alumbrado de 16 focos funcionando 12 horas diarias durante 15 días consume 4,2 kWh. ¿Cuánto consumirán 28 focos funcionando 14 horas diarias durante tres semanas?

16 focos ------------ 12 h/día ------------ 15 días --------------- 4,2 kwh
28 focos ------------ 14 h/día ------------ 21 días --------------- x kwh
D D D

Las 4 magnitudes son directamente proporcionales:

$$\frac{4{,}2}{x}=\frac{16}{28}\cdot\frac{12}{14}\cdot\frac{15}{21}\Leftrightarrow x=\frac{4{,}2\cdot 28\cdot 14\cdot 21}{16\cdot 12\cdot 15}=12{,}005 \text{ kwh}$$

⇨ ⑱ Diez excavadoras hacen un túnel de 4 m de ancho por 5 m de alto en 7 días. ¿Cuántas excavadoras serán necesarias para hacer un túnel de 6 m de ancho por 4,5 m de alto en 5 días?

10 excavadoras ----------- 4 m de ancho ---------- 5 m de alto ----------- 7 días
x excavadoras ----------- 6 m de ancho ----------- 4,5 m de alto ----------- 5 días
D D I

$$\frac{10}{x}=\frac{4}{6}\cdot\frac{5}{4,5}\cdot\frac{5}{7}\Leftrightarrow x=\frac{10\cdot 6\cdot 4,5\cdot 7}{4\cdot 5\cdot 5}=18,9\approx 19 \text{ excavadoras}$$

19 Escribe las siguientes expresiones en forma de razón, tantos por uno, tantos por ciento y tantos por mil:

a) 4 de cada 5 personas practica el senderismo.
b) La tasa de natalidad en España en el año 1996 fue del 9,07 ‰.
c) Una determinada Caja de Ahorros paga un rédito anual, en tanto por uno, del 0,08.
d) Los aparatos electrodomésticos están sujetos a un 16 % de IVA.

Apartado	Razón	Tanto por uno	%	‰
a)	$\frac{4}{5}$	0,8	80	800
b)	$\frac{9,07}{1000}=\frac{907}{100000}$	0,00907	0,907	9,07
c)	$\frac{8}{100}=\frac{2}{25}$	0,08	8	80
d)	$\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$	0,16	16	160

20 Un camionero dice que le queda por pagar el 24 % del precio del camión. Si le costó 17 500 000 pesetas y lo desea pagar en mensualidades durante 4 años. ¿Cuánto debe pagar cada mes?

Le queda por pagar = 17 500 000 · 0,24 = 4 200 000 pta.,que, como ha de pagarlo en 4 · 12 = 48 meses, tendrá que pagar cada mes $\frac{4\,200\,000}{48}=87\,500$ pta/mes.

21 Responde alas siguientes cuestiones:

a) De los 960 alumnos matriculados en un centro, aprobaron el curso 750. ¿Cuál fue el porcentaje de aprobados?
b) El 30 % de una cantidad es 2 400 pesetas. Averigua la cantidad total.
c) Si me diesen un 15 %de comisión por las ventas que realizo, ¿cuánto tendría que vender para obtener 80 000 pta de comisión?
d) El 80 % de una población tiene más de 16 años. Sabiendo que el resto lo componen 12 000 personas. ¿Cuál es el censo total?
e) La empresa donde trabaja mi hermana le retiene, en concepto de I.R.P.F., un 6 %. Si le han retenido 4 350 pesetas. ¿Cuál es el sueldo bruto y cuánto ha cobrado líquido?

a) De 960 ------------------- aprobaron 750
de 100 ------------------ aprobarían x

$$\frac{960}{100}=\frac{750}{x}\Leftrightarrow x=\frac{750}{960}\cdot 100=78{,}125\ \%$$

a partir de ahora podemos calcular $\% = \dfrac{\text{parte}}{\text{total}} \text{x}100$.

b) De cada 100 --------------- 30 pta
de x --------------- 2400 pta

$$\frac{100}{x}=\frac{30}{2400}\Leftrightarrow x=\frac{2400\cdot 100}{30}=8\ 000\ \text{pta.}$$

De otra manera: si el 30 % de una cantidad C es 2 400 pta, entonces 0,30·C = 2400, luego la cantidad C = 2 400/0,30 = 8 000 pta.

Otra estrategia a recordar: para calcular la cantidad inicial a la que aplicada un porcentaje p nos da c hacemos $C=\dfrac{c}{p/100}$

c) Por cada 100 vendidas --------- gano 15 pta
habré de vender C --------- para ganar 80 000 pta.

$$C=\frac{80000}{0{,}15}=533333{,}\widehat{3}\ \text{pta.}$$

d) Bruto = $\dfrac{4350}{0{,}06}=72\ 500\ \text{pta.}$

22 Un material es de aleación de aluminio y cobre y contiene 8,5 kg del primero y 1,5 kg del segundo. ¿Cuál es el tanto por ciento de cada uno de los metales de la aleación?

Aluminio : 8,5 kg
Cobre : 1,5 kg
Total : 10 kg

% de aluminio = $\dfrac{8{,}5}{10}\cdot 100=85$, % de cobre = $\dfrac{1{,}5}{10}\cdot 100=15$.

23 ¿Cuánto cuesta un libro cuyo precio es de 2 400 pta, si nos hacen un 5 % de descuento?

Si nos hacen un descuento del 5 % hemos de pagar el 95 %:

0,95 · 2 400 pta = 2 280 pta.

24 Al comprar un kg de carne que vale 1 300 pta nos descuentan 97 pesetas. ¿Calcula el porcentaje de descuento?

Si de 1 300 pta ------------------ nos descuentan 97 pta.
de 100 pta ------------------ nos descontarán x pta.

$$\frac{1300}{100}=\frac{97}{x}\Leftrightarrow x=\frac{97}{1300}\cdot 100=7{,}46\ \%$$

25 En 1994 un pantalón vaquero costaba 4 000 pesetas. En 1995 subió un 60 ‰ y en 1996 un 0,08 por uno. ¿Cuánto costaba ese pantalón en 1996? Calcula el porcentaje total de aumento en tantos por cien.

1995

4 000 + 60 ‰ de 4 000 = $4000+\frac{60}{1000}\cdot 4000=4000(1+0{,}06)=4000\cdot 1{,}06=4240$ pta.

1996

4 240 + 0,08 · 4 240 = 4 240(1+0,08) = 4 240 · 1,08 = 4 579,2 pta costaba el pantalón en 1996.

El % de aumento global es = $\frac{4\,579{,}2-4\,000}{4\,000}\cdot 100=\frac{579{,}2}{4\,000}\cdot 100=$ **14,48 %.**

También podemos calcular el % de aumento:

0,06 + 0,08 + 0,06·0,08 = 0,06 + 0,08 + 0,0048 = 0,1448 = **14,48 %**

26 El 25 % de un bizcocho es azúcar, la mitad harina, 1/5 es aceite y el resto huevos. ¿Qué tanto por ciento del peso del bizcocho corresponde a los huevos?

Azúcar = 25 %.
Harina = mitad = 50 %.
Aceite = 1/5 = 0,2 = 20 %.
Resto = 100 % - (25 % + 50 % + 20 %) = 100 % - 95 % = 5 %.

27 Un ordenador que costaba el año pasado 130 000 pta, cuesta este año 112 500 pta. ¿Qué tanto por ciento supone la disminución en el precio?

Disminución = 130 000 pta. – 112 500 pta. = 17 500 pta.

Porcentaje = $\frac{17\,500}{130\,000}\cdot 100=13{,}46\ \%$

28 Los padres de una familia asignan semanalmente a cada uno de sus hijos de 12, 14 y 18 años una cantidad directamente proporcional a su edad. ¿Cuál es la asignación de cada hijo si los padres destinan semanalmente 3 300 pesetas para este uso?

Asignación : Al hijo de 12 años = x.
Al hijo de 14 años = y.
Al hijo de 18 años = z.

Reparto directamente proporcional:

$$\frac{x}{12}=\frac{y}{14}=\frac{z}{18}=\frac{x+y+z}{12+14+18}=\frac{3300}{44}\Rightarrow\begin{cases}\frac{x}{12}=\frac{3300}{44}\Leftrightarrow x=\frac{12\cdot 3300}{44}=900\\ \frac{y}{14}=\frac{3300}{44}\Leftrightarrow y=\frac{14\cdot 3300}{44}=1050\\ \frac{z}{18}=\frac{3300}{44}\Leftrightarrow z=\frac{18\cdot 3300}{44}=1350\end{cases}$$

29 En una carrera de atletismo se destina 1 500 000 pta para premiar a los tres primeros corredores de forma inversamente proporcional al tiempo que invierten en la misma. El primero en llegar tarda 20 minutos, el segundo 26 minutos y el tercero 30 minutos, ¿cuánto dinero recibe cada uno?

Reparto de premios : Al primero (tarda 20 minutos) = x.
Al segundo (tarda 26 minutos) = y.
Al tercero (tarda 30 minutos) = z.

Reparto inversamente proporcional al tiempo:

$$\frac{x}{\frac{1}{20}}=\frac{y}{\frac{1}{26}}=\frac{z}{\frac{1}{30}}=\frac{x+y+z}{\frac{39+30+26}{780}}=\frac{1500000}{\frac{95}{780}}=12315789{,}47\Rightarrow\begin{cases}\frac{x}{\frac{1}{20}}=12315789{,}47\Leftrightarrow x=12315789{,}47\cdot\frac{1}{20}=615789{,}47\\ \frac{y}{\frac{1}{26}}=12315789{,}47\Leftrightarrow y=12315789{,}47\cdot\frac{1}{26}=473684{,}21\\ \frac{z}{\frac{1}{30}}=12315789{,}47\Leftrightarrow z=12315789{,}47\cdot\frac{1}{30}=410526{,}32\end{cases}$$

30 Responde alas siguientes cuestiones:

a) ¿Cuánto producen 18 000 pesetas al 9 % desde el 1 de agosto hasta el 15 de diciembre?

b) ¿Cuál es el interés producido por 120 000 pesetas durante 5 años colocadas al 7,5 %?

c) ¿A qué tanto por ciento se han colocado 250 000 pesetas si al cabo de 8 meses se han convertido en 262 000 pesetas?

a) Es un problema de interés simple: $I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}$

C = 18 000 pta.
r = 9 %.
t = 1 agosto hasta el 15 de diciembre = 31 días de agosto + 30 días de septiembre + 31 días de octubre + 30 de noviembre + 15 días de diciembre = 137 días.
B = 360, ya que el rédito es anual y el tiempo lo expresamos en días.

$$I = \frac{18\,000 \cdot 9 \cdot 137}{100 \cdot 360} = 616{,}5 \text{ pta.}$$

b) C = 120 000 pta, t = 5 años, r = 7,5 %, B = 1

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100 \cdot B} = \frac{120\,000 \cdot 7{,}5 \cdot 5}{100 \cdot 1} = 45\,000 \text{ pta.}$$

c) C = 250 000 pta, t = 8 meses, C_f = 262 000 pta, B = 12 (tiempo en meses).

Los intereses recibidos son I = C_f – C = 262 000 pta – 250 000 pta = 12 000 pta

Ahora aplicamos la fórmula del interés para despejar el rédito:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100 \cdot B} \Rightarrow 12000 = \frac{250000 \cdot r \cdot 8}{100 \cdot 12} \Leftrightarrow r = \frac{12000 \cdot 100 \cdot 12}{250000 \cdot 8} = 7{,}2 \ \%$$

31 Un determinado artículo cuesta 3 000 pesetas en dos comercios distintos. En el primero ofrecen un descuento del 10 % y sobre el resto nos aplican un 16 % de IVA. En el segundo nos aplican un 16 % de IVA y sobre el total nos hacen un 10 % de descuento. ¿En qué comercio nos interesa comprar?

Primer comercio

Si se descuenta un 10 %, se paga un 90 %, que se corresponde con 3 000 ·0,9 = 2 700 pta y sobre esta cantidad aplicamos un 16 % con lo que hay que pagar 2 700 · 1,16 = 3 132 pta.

Segundo comercio

Primero se aplica un 16% al coste: 3 000 · 1,16 = 3 480 pta y ahora aplicamos un descuento del 10 % (se paga un 90%) : 3 480 · 0,9 = 3 132 pta.

Es indiferente comprar en uno u otro pues el coste final es el mismo.

32 Tres pueblos han construido conjuntamente un nuevo depósito para abastecimiento de agua. El coste total de la obra fue de 45 750 000 pesetas. Obtuvieron una subvención a fondo perdido del 40 %. El resto del importe decidieron abonarlo en partes directamente proporcionales a las distancias de los pueblos al depósito que son 2, 3 y 5 km, respectivamente. Calcula el importe que debe aportar cada uno de los pueblos a la obra comunitaria. Si deciden abonarlo en partes inversamente proporcionales a las distancias de los pueblos al depósito, ¿cuánto deberá pagar cada pueblo?

Como se obtiene una subvención del 40 %, sólo hay devolver el 60 % del importe de la obra, es decir 45 750 000 · 0,6 = 27 450 000 pta, que van a devolver de forma directamente proporcional a las distancias, de cada pueblo, al depósito:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{2+3+5}=\frac{27450000}{10}=2745000\Rightarrow\begin{cases}\frac{x}{2}=2745000\Leftrightarrow x=2745000\cdot 2=5490000\\ \frac{y}{3}=2745000\Leftrightarrow y=2745000\cdot 3=8235000\\ \frac{z}{5}=2745000\Leftrightarrow z=2745000\cdot 5=13725000\end{cases}$$

La suma 5 490 000 + 8 235 000 + 13 725 000 = 27 450 000 pta.

Si el reparto es inverso:

$$\frac{x}{\frac{1}{2}}=\frac{y}{\frac{1}{3}}=\frac{z}{\frac{1}{5}}=\frac{x+y+z}{\frac{15+10+6}{30}}=\frac{27450000}{\frac{31}{30}}=26564516{,}13\Rightarrow\begin{cases}\frac{x}{\frac{1}{2}}=26564516{,}13\Leftrightarrow x=26564516{,}13\frac{1}{2}=13282258{,}06\\ \frac{y}{\frac{1}{3}}=26564516{,}13\Leftrightarrow y=26564516{,}13\cdot\frac{1}{3}=8854838{,}71\\ \frac{z}{\frac{1}{5}}=26564516{,}13\Leftrightarrow z=26564516{,}13\cdot\frac{1}{5}=5312903{,}23\end{cases}$$

33 Un banco concede a un cliente un préstamo de 1 000 000 pesetas al 12 % anual y lo tiene que devolver en 5 años. ¿Cuánto dinero tendría que devolver si decide hacerlo trimestralmente?

C = 1 000 000 pta, r = 12 %, t = 5 años, B = 1

Hallamos el montante a devolver hallando primero los intereses:

$I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}=\frac{1000000\cdot 12\cdot 5}{100}=600000$ pta, luego el montante o capital final es C_f = C + I = 1 000 000 + 600 000 = 1 600 000 pta, que tenemos que devolver en 5·4 = 20 meses, luego cada mes tendrá que devolver:

$\frac{1600000}{20}=80000$ pta cada trimestre durante 5 años.

34 Calcular el capital que, colocado al 6 % durante 7 años, se ha convertido en 142 000 pesetas?

Capital final = C_f = 142 000 pta.
Rédito = r = 6 %.
Tiempo = t = 7 años.
Intereses = I
Base = B = 1.
Capital inicial colocado = C, es lo que se desea hallar

$$C_f = C + I = C+\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}=C\left(1+\frac{rt}{100\cdot b}\right)\Leftrightarrow C=\frac{C_f}{1+\frac{rt}{100\cdot B}}=\frac{142000}{1+\frac{6\cdot 7}{100}}=\frac{142000}{1{,}42}=100\,000\text{ pta}$$

35 Tres amigos depositan en una libreta de una entidad bancaria 450 000 pesetas. Al cabo de un tiempo se reparten los beneficios y les corresponden 60 000, 90 000 y 120 000 pta. ¿Cuánto dinero aportó cada uno?

Dinero aportado:

Por el primer amigo = x pta.
Por el segundo = y pta.
Por el tercero = z pta.

Como es una reparto proporcional:

$$\frac{x}{60000}=\frac{y}{90000}=\frac{z}{120000}=\frac{x+y+z}{60000+90000+120000}=\frac{450000}{270000}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{x}{60000}=\frac{5}{3}\Leftrightarrow x=\frac{5\cdot 60000}{3}=100000 \qquad \frac{y}{90000}=\frac{5}{3}\Leftrightarrow y=\frac{5\cdot 90000}{3}=150000$$

$$\frac{z}{120000}=\frac{5}{3}\Leftrightarrow z=\frac{5\cdot 120000}{3}=200000$$

El primero aporta 100 000 pta y recibe 60 000 pta.
El segundo aporta 150 000 pta y recibe 90 000 pta.
El tercero aporta 200 000 pta y recibe 1200 000 pta.

36 Un ganadero tiene 200 vacas y dispone de forraje para alimentarlas durante 4 meses. Al cabo de 1 mes vende 25 vacas. ¿Para cuánto tiempo tendrán forraje las restantes?

Las 200 vacas, como tienen comida para 4 meses, en 1 mes se habrán comido la cuarta parte del forraje luego queda ¾ del forraje.

Como venden 25 vacas, quedan 175 vacas.

Planteamos una regla de tres compuesta:

200 vacas ---------- tienen para 4 meses -------------- con 1 de forraje
175 vacas ---------- tienen para x meses -------------- con ¾ del forraje
I D

Cuanto menos vacas halla más durará la comida (inversa)
Cuanto menos comida, menos meses durará.

$$\frac{4}{x}=\frac{175}{200}\cdot\frac{1}{3/4}=\frac{700}{600}\Leftrightarrow x=\frac{600\cdot 4}{700}=\frac{24}{7}=3{,}4286 \text{ meses.}$$

✎ 37 Un hombre hace un trabajo en 4 horas y su hijo tarda 6 horas en hacer el mismo trabajo. ¿Cuánto tiempo tardarían en hacer este trabajo si ambos trabajan simultáneamente?

Como el padre termina el trabajo en 4 horas, cada hora hace ¼ del trabajo.
Si el hijo termina el mismo trabajo en 6 horas, cada hora hace 1/6 del trabajo.

Si trabajan juntos hacen por hora: $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3+2}{12}=\frac{5}{12}$ del trajo.

Tendrán que emplear x horas para terminar juntos el trabajo, luego:

$\frac{5}{12}\cdot x=1 \Leftrightarrow x=\frac{12}{5}=2{,}4\text{ horas}$ = 2 h 24 min tardan en hacer el trabajo los dos juntos.

✎ 38 Encuentra el tiempo que debe permanecer invertido un capital al 5 % para que se duplique. ¿Y si está invertido al 10 %? ¿Y si deseamos, en las dos ocasiones anteriores, que se triplique?

❁
Capital inicial = C.
Capital final = C_f = 2C, el doble del inicial.
Interés = I = C, ya que si se ha de duplicar los intereses han de ser iguales al capital, es decir = I = C_f – C = 2C – C = C.
Rédito = r = 5 %, 10 %
Base = 1, vamos a expresar el tiempo en años.
Tiempo necesario = t.

Aplicamos la fórmula del interés simple y despejamos el tiempo:

❈ Si el rédito es r = 5 % $\Rightarrow I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}\Rightarrow C=\frac{C\cdot 5\cdot t}{100\cdot 1}\Leftrightarrow 5t=100\Leftrightarrow t=\frac{100}{5}=20\text{ años}$.

❈ Si el rédito es r = 10 % $\Rightarrow I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}\Rightarrow C=\frac{C\cdot 10\cdot t}{100\cdot 1}\Leftrightarrow 10t=100\Leftrightarrow t=\frac{100}{10}=10\text{ años}$, ya que si el rédito se duplica, el tiempo para conseguir el mismo interés será la mitad.

❁ Si deseamos triplicar triplicar el capital el interés I = 2C, luego

❈ Si el rédito es r = 5 % $\Rightarrow I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}\Rightarrow 2C=\frac{C\cdot 5\cdot t}{100\cdot 1}\Leftrightarrow 5t=200\Leftrightarrow t=\frac{200}{5}=40\text{ años}$.

❈ Si el rédito es r = 10 % $\Rightarrow I=\frac{C\cdot r\cdot t}{100\cdot B}\Rightarrow 2C=\frac{C\cdot 10\cdot t}{100\cdot 1}\Leftrightarrow 10t=200\Leftrightarrow t=\frac{200}{10}=20\text{ años}$, ya que si el rédito se duplica, el tiempo para conseguir el mismo interés será la mitad.

✎ 39 En una clase de 3º de ESO hay 28 alumnos. Por cada 3 chicos hay 4 chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en esta clase?

$$\text{De un total de 7 alumnos} \begin{cases} 4 \text{ son chicas} \Rightarrow \text{Fracción de chicas} = \dfrac{4}{7} \\ 3 \text{ son chicos} \Rightarrow \text{Fracción de chicos} = \dfrac{3}{7} \end{cases}$$

$$\text{Si la clase tiene 28 alumnos:} \begin{cases} \dfrac{4}{7} \cdot 28 = 16 \text{ chicas} \\ \dfrac{3}{7} \cdot 28 = 12 \text{ chicos} \end{cases}$$

✎ 40 Cierta parte de la carne de ternera contiene 1/5 de hueso; la carne deshuesada pierde al guisarla un 20 % de su peso. Calcula el peso de carne con hueso que es necesario comprar para preparar una comida para 6 personas en la que cada una reciba 150 g de carne guisada.

Como 6 personas comen cada una 150 g de carne guisada, se necesitan 6 · 150 g = 900 g de carne guisada.

Como la carne pierde un 20 % de su peso al guisarla, para conseguir 900 g de carne guisada se necesitan x de carne sin guisar, es decir:

$$x \cdot 0{,}80 = 900, \Rightarrow x = \frac{900}{0{,}80} = 1125 \text{ g}$$

Como la carne tiene 1/5 de hueso, al quitar el hueso quedarán los 4/5 de carne deshuesada, si a la cantidad de esta la llamamos c, se cumplirá:

$$\frac{4}{5}c = 1125 \Leftrightarrow c = 1125\frac{5}{4} = 1406{,}25 \text{ g de carne con hueso.}$$