❶❼ El director de un centro escolar afirma que al 60% de sus alumnos le gusta el fútbol. Para estudiar la veracidad de tal afirmación se toma una muestra de 75 alumnos de ese centro y se obtiene que les gusta el fútbol a 40 de ellos. ¿ Se puede aceptar, con nivel de significación 0,05, la afirmación del director ?

---oo0oo---

Población : binomial, Muestra : n = 75, p = 40/75 = 0'53... .

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv P = 0'6$
- **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv P \neq 0'6$ (Contraste bilateral)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: $\mu(p) = P = 0'6$.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P\cdot(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'6\cdot 0'4}{75}} = 0'056569$
- **Tipo** : N (0'6, 0'056569), ya que n = 75 ≥ 30.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación ($\alpha = 0'05$), como es un contraste bilateral la región crítica se distribuye a ambos lados de la distribución:

$$(-\infty, z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Para $\alpha = 0'05 \Rightarrow \alpha/2 = 0'025 \Rightarrow z_{0'975} = 1'96$. la región crítica :

■ $S_1 \equiv (- \infty , - 1'96) \cup (1'96, + \infty)$ para el estadístico de contraste z.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{p-\mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'5\overline{3}-0'6}{0'056569} = -1'1785$$

⑤ Toma de decisión

Como $z_c = - 1'1785 \notin S_1 \equiv (- \infty , - 1'96) \cup (1'96, + \infty)$ decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0) de que al 60 % de los alumnos les gusta el fútbol**, con un riesgo de equivocarnos del 5 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❶❽ El alcalde de una población desea conocer hasta qué punto sus conciudadanos están satisfechos con cierto servicio público. Al encuestar a 500 ciudadanos, 415 de ellos se manifiestan satisfechos. ¿ Se puede aceptar, con nivel de significación del 1 %, que la proporción de ciudadanos satisfechos es de, al menos, un 85% ?

---oo0oo---

Población : binomial, P = 0'85, Muestra : n = 500, p = 415/500 = 0'83 .

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv P \geq 0'85$
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv P < 0'15$ (Contraste unilateral izquierdo)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: $\mu(p) = P = 0'85$.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P\cdot(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'85\cdot 0'15}{500}} = 0'01597$
- **Tipo** : N (0'85, 0'01597), ya que n = 500 ≥ 30.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste izquierdo la región crítica se distribuye a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, -z_\alpha) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Para $\alpha = 0'01 \Rightarrow z_{0'99} = 2'33$. luego la región crítica :

■ $S_1 \equiv (-\infty, -2'05)$ para el estadístico de contraste z.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{p-\mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'83-0'85}{0'01597} = -1'252$$

⑤ Toma de decisión

◆ Para el 1 % de riesgo

Como $z_c = -1'252 \notin S_1 \equiv (-\infty, -2'33)$ decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0) de que al menos 55 % de los ciudadanos están satisfechos**, con un riesgo de equivocarnos del 1 % .

❶❾ En la publicidad de una máquina que fabrica tornillos se asegura que las piezas producidas defectuosas no superan el 2 %. Al revisar 1 000 tornillos, se observa que 28 de ellos son defectuosos. ¿ Es aceptable la publicidad de la máquina, con un nivel de significación del 5 % ?

---oo0oo---

Población : binomial, P = 0’02, Muestra : n = 1 000, p = 0’028 .

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv P \leq 0'02$
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv P > 0'02$ (Contraste unilateral derecho)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: $\mu(p) = P = 0'02$.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P\cdot(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'02\cdot 0'92}{1000}} = 0'00443$
- **Tipo** : N (0’02, 0’00443), ya que n = 1 000 ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0’05), como es un contraste derecho la región crítica se distribuye a la derecha de la distribución:

$$(z_\alpha, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Para $\alpha = 0'05 \Rightarrow z_{0'95} = 1'65$. la región crítica :

■ $S_1 \equiv (1'65, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{p-\mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'028-0'02}{0'00443} = 1'807$$

⑤ **Toma de decisión**

◆ Para el 5 % de riesgo

Como $z_c = 1'807 \in S_1 \equiv (1'65, +\infty)$ decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0) de que el porcentaje de piezas defectuosas no sobrepasa el 2 %**, con un riesgo de equivocarnos del 5 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷⓿ En una encuesta realizada a 300 trabajadores de una empresa, 125 de ellos se manifestaron insatisfechos con su salario. El dueño de la empresa afirma que el porcentaje de trabajadores insatisfechos no es superior al 40 %. ¿Puede aceptarse la afirmación del empresario, con nivel de significación del 3 %?

---oo0oo---

Población : binomial, P = 0'4, Muestra : n = 300, p = 125/300 = 0'416... .

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv P \leq 0'4$
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv P > 0'4$ (Contraste unilateral derecho)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: $\mu(p) = P = 0'4$.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P\cdot(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'4\cdot 0'6}{300}} = 0'02828$
- **Tipo** : N (0'4, 0'02828), ya que n = 300 ≥ 30.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0'03), como es un contraste derecho la región crítica se distribuye a la derecha de la distribución:

$$(z_{\alpha}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Para $\alpha = 0'03 \Rightarrow z_{0'97} = 1'88$. la región crítica :

■ $S_1 \equiv (1'88, + \infty)$ para el estadístico de contraste z.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{p-\mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'41\hat{6}-0'4}{0'028284} = 0'5893$$

⑤ Toma de decisión

◆ Para el 3 % de riesgo

Como $z_c = 0'5893 \notin S_1 \equiv (1'88, + \infty)$ decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0) de que el porcentaje de insatisfechos no sobrepasa el 40 %**, con un riesgo de equivocarnos del 3 % .

❷❶ Un empresario desea comparar la edad media de los hombres y mujeres que trabajan para él. Si en una muestra de 100 trabajadoras se observan una edad media de 36 años y una desviación típica de 5 años, y en una muestra de 150 trabajadores se observan una edad media de 38 años y una desviación típica de 8 años, ¿ puede aceptar el empresario que no hay diferencia entre la edad media de unas y otros, con nivel de significación del 1 % ? ¿ Y con nivel de significación del 5 % ?

---oo0oo---

Muestras : $n_A = 100$, $\bar{x}_A = 36$ años, $s_A = 5$ años, $n_B = 150$, $\bar{x}_B = 38$ años, $s_B = 8$ años

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu_A = \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B = 0$
- **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv \mu_A \neq \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B \neq 0$ (Contraste bilateral)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias.
- **Media**: $\mu(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_A - \mu_B = 0$.
- **Desviación típica** : Como no conocemos las desviaciones típicas poblaciones hay que estimarlas a partir de la muestrales :

$$\sigma_A \approx \hat{\sigma}_A = \sqrt{\frac{n_A}{n_A-1}} \cdot S_A = \sqrt{\frac{100}{99}} \cdot 5 = 5'0252; \sigma_B \approx \hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{n_B}{n_B-1}} \cdot S_B = \sqrt{\frac{150}{149}}\, 8 = 8'0268$$

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{5'0252^2}{100} + \frac{8'0268^2}{150}} = 0'8259$$

- **Tipo** : N (0, 0'8259), ya que n_A y n_B son ≥ 30.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste bilateral la región crítica se distribuye a ambos lados de la distribución:

$$(-\infty, -z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

◈ Para $\alpha = 0'01 \Rightarrow \alpha/2 = 0'005 \Rightarrow z_{0'995} = 2'58$. y por tanto la región crítica :

■ $S_1 \equiv (-\infty , -2'58) \cup (2'58, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.

◈ Para $\alpha = 0'05 \Rightarrow \alpha/2 = 0'025 \Rightarrow z_{0'975} = 1'96$. y por tanto la región crítica :

■ $S_1 \equiv (-\infty , -1'96) \cup (1'96, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{(36-38)-0}{0'8259} = -2'4217$$

⑤ Toma de decisión

◈ Para $\alpha = 0'01$:

Como $z_c = -2'4217 \notin S_1 \equiv (-\infty, -2'58) \cup (2'58, +\infty)$ decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0), no hay diferencias entre las edades medias de hombres y mujeres**, con un riesgo de equivocarnos del 1 % .

◈ Para $\alpha = 0'05$:

Como $z_c = -2'4217 \in S_1 \equiv (-\infty, -1'96) \cup (1'96, +\infty)$ decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0), sí hay diferencias entre las edades medias de hombres y mujeres**, con un riesgo de equivocarnos del 5 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷❷ La misma carrera universitaria puede cursarse en dos facultades distintas. El tiempo en años que tardan los alumnos de la facultad A en licenciarse sigue una distribución N (μ_1 , 0,8), y el que tardan los alumnos de la facultad B sigue una distribución N (μ_2 , 0,6). Si en una muestra de 50 alumnos de la facultad A se observó un tiempo medio de 5,1 años, y en una muestra de 75 alumnos de la facultad B se observó un tiempo medio de 4,9 años, ¿se puede aceptar, con un nivel de significación del 2 %, que los alumnos de B tardan al menos tanto tiempo como los de A en licenciarse, por término medio?

---oo0oo---

Poblaciones : N (μ_A , 0'8),N (μ_B , 0'6), Muestras : $n_A = 50$, $\bar{x}_A = 5'1$, $n_B = 75$, $\bar{x}_B = 4'9$ s

① **Primera pregunta**

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv \mu_B \geq \mu_A \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B \leq 0$
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv \mu_A > \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B > 0$ (Contraste unilateral derecho)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias.
- **Media**: $\mu(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_A - \mu_B = 0$.
- **Desviación típica** :

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{0'8^2}{50} + \frac{0'6^2}{75}} = 0'1327$$

- **Tipo** : N (0, 0'1327), ya que n_A y n_B son ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0'02), como es un contraste izquierdo la región crítica se distribuye a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, -z_\alpha) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Como $\alpha = 0'02 \Rightarrow z_{0'98} = 2'05$. y por tanto la región crítica :

■ $S_1 \equiv (2'05, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{(5'1 - 4'9) - 0}{0'1327} = 1'5072$$

⑤ **Toma de decisión**

Como $z_c = 1'5072 \notin S_1 \equiv (2'05, +\infty)$ decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0), los alumnos B tardan al menos tanto como los A en licenciarse,** con un riesgo de equivocarnos del 2 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷❸ Para escoger la presentación más adecuada de un producto, se experimentaron en el mismo período de tiempo dos presentaciones diferentes en 60 supermercados. La media de ventas de la primera presentación fue de 176 unidades, con una desviación típica de 18 unidades. La media de ventas de la segunda presentación fue de 195 unidades, con una desviación típica de 23 unidades. ¿ Se puede aceptar, con nivel de significación del 1 %, que la venta del producto es independiente de la presentación ?

---oo0oo---

Muestras : $n_A = 60$, $\bar{x}_A = 176$, $s_A = 18$, $n_B = 60$, $\bar{x}_B = 195$, $s_B = 23$

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv \mu_A = \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B = 0$
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv \mu_A \neq \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B \neq 0$ (Contraste bilateral)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias.
- **Media**: $\mu(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_A - \mu_B = 0$.
- **Desviación típica** : Como no conocemos las desviaciones típicas poblaciones hay que estimarlas a partir de la muestrales :

$$\sigma_A \approx \hat{\sigma}_A = \sqrt{\frac{n_A}{n_A - 1}} \cdot S_A = \sqrt{\frac{60}{59}} \cdot 18 = 18'152; \sigma_B \approx \hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{n_B}{n_B - 1}} \cdot S_B = \sqrt{\frac{60}{59}} 23 = 23'194$$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{18'152^2}{60} + \frac{23'194^2}{60}} = 3'8023$$

- **Tipo** : N (0, 3'8023), ya que n_A y n_B son ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste bilateral la región crítica se distribuye a ambos lados de la distribución:

$$(-\infty, -z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

◈ Para α = 0'01⇒ $\alpha/2$ = 0'005⇒ $z_{0'995}$ = 2'58. y por tanto la región crítica :

■ $S_1 \equiv (- \infty , - 2'58) \cup (2'58, + \infty)$ para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{(176-195)-0}{3'8023} = -4'997$$

⑤ **Toma de decisión**

Como $z_c = - 4'997 \in S_1 \equiv (- \infty , - 2'58) \cup (2'58, + \infty)$ decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0),** con un riesgo de equivocarnos del 1 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷❹ Un pediatra afirma que los niños con edades comprendidas entre los 5 y los 10 años que acuden a su consulta ven la televisión una media de 1,5 horas diarias. Para estudiar la validez de su afirmación, se toma una muestra de 36 de esos niños y se observa la media $\bar{x}$ de horas diarias que ven la televisión. Sabiendo que la desviación típica de la población considerada es de 1 hora, ¿ qué valores de $\bar{x}$ confirmarán la afirmación del pediatra, con un nivel de significación del 3% ?

---oo0oo---

Población σ =1 hr , Muestra : n = 36

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv \mu = 1'5$ hr
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv \mu \neq 1'5$ hr (Contraste bilateral)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de medias
- **Media**: $\mu(\bar{x}) = \mu = 1'5$ hr .
- **Desviación típica** :

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$$

- **Tipo** : N (1, 1/6) ya que n = 36 ≥ 30.

③ **Región de aceptación**.

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'05), como es un contraste bilateral la región de aceptación está en el centro de la distribución:

$$\left(-z_{\frac{\alpha}{2}}, z_{\frac{\alpha}{2}}\right) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Como $\alpha = 0'03 \Rightarrow \alpha/2 = 0'015 \Rightarrow z_{0'985} = 2'17$. y por tanto la región de aceptación es:

■ $S_0 \equiv (-2'17, 2'17)$ para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{\bar{x} - 1'5}{1/6} \text{ que ha de pertenecer a } S_0 \text{ para aceptar } H_0$$

luego:

$$-2'17 \le \frac{\bar{x} - 1'5}{1/6} \le 2'17 \Leftrightarrow -0'03617 \le \bar{x} - 1'5 \le 0'03617 \Leftrightarrow 1'4638 \le \bar{x} \le 1'8617$$

Si al tomar la muestra obtenemos una media comprendida en el intervalo anterior se confirmará la afirmación del pediatra (con un 3 % de riesgo) .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷❺ En los botes de cierta marca de comida para perros se asegura un contenido medio mínimo de proteínas de 115 g. Para comprobar si tal especificación es cierta, se estudian 100 botes, observándose un contenido medio $\bar{x}$ y una desviación típica muestra de 15 g. ¿ Qué valores de $\bar{x}$ confirman, con un nivel de significación del 1 %, la publicidad especificada en el bote ?

---oo0oo---

Muestra : n = 100, s = 15 gr.

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv \mu \ge 115$ gr
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv \mu < 115$ gr (Contraste unilateral izquierdo)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de medias
- **Media**: $\mu(\bar{x}) = \mu = 115$ gr .
- **Desviación típica** : Como no conocemos la desviación típica poblacional, hemos de estimarla a partir de la de muestra:

$$\sigma \simeq \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\, s = \sqrt{\frac{100}{99}} \cdot 15 = 15'0756, \text{ luego :}$$

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15'0756}{\sqrt{100}} = 1'50756$$

⌖**Tipo** : N (115, 1'50756) ya que n = 100 ≥ 30.

③ Región de aceptación

Viene definida por el tipo de contraste (izquierdo) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste unilateral izquierdo la región de aceptación está a la derecha de la distribución:

$$(-z_{\alpha}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Como α = 0'01⇒ $z_{0'99}$ = 2'33. y por tanto la región de aceptación :

■ $S_0 \equiv$ (- 2,33,+ ∞) para el estadístico de contraste z.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{\bar{x}-115}{1'50756} \text{ que ha de pertenecer a } S_o \text{ para aceptar } H_0$$

luego : $-2,33 \leq \frac{\bar{x}-115}{1'50756} < \infty \Leftrightarrow \bar{x}-115 \geq -3'5126 \Leftrightarrow \bar{x} \geq 111'4874$ gr.

Si al tomar la muestra obtenemos un peso medio superior a 111'4874 gr aceptaremos que la media de todos los botes es mayor o igual que 115 gr, con un riesgo del 1%.

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷❻ Un profesor dice que el 75 % de los alumnos que empiezan el Bachillerato logran terminarlo con éxito. Para comprobar si dicha afirmación es cierta, se toma una muestra de 300 alumnos que han empezado el Bachillerato y se observa la proporción $\hat{p}$ de ellos que lo termina con éxito. ¿Qué valores de $\hat{p}$ confirmarán la hipótesis del profesor, con un nivel de significación del 4 %?

---oo0oo---

Muestra : n = 300, $\hat{p}$ = ¿ ?

① Planteamiento del contraste

⌖ **Hipótesis nula: H_0** ≡ P = 0'75
⌖ **Hipótesis alternativa: H_1** ≡ P ≠ 0'75 (Contraste bilateral)

② Características de la distribución

⌖ **Distribución muestral** : de medias
⌖**Media**: μ(p) = P = 0'75 .
⌖**Desviación típica** :

$$\sigma(p) = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'75 \cdot 025}{300}} = 0'025$$

⌖**Tipo** : N (0'75, 0'025) ya que n = 300 ≥ 30.

③ **Región de aceptación**.

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'04), como es un contraste bilateral la región de aceptación está en el centro de la distribución:

$$(-z_{\frac{\alpha}{2}}, z_{\frac{\alpha}{2}}) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Como α = 0'04 ⇒ α/2 = 0'02 ⇒ $z_{0'98}$ = 2'05. y por tanto la región de aceptación es:

■ $S_0 \equiv$ (-2'05, 2'05) para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{\hat{p}-\mu p)}{\sigma(p)} = \frac{\hat{p}-0'75}{0'025} \text{ que ha de pertenecer a } S_0 \text{ para aceptar } H_0$$

luego:

$$-2'05 \le \frac{\hat{p}-0'75}{0'025} \le 2'05 \Leftrightarrow -0'05125 \le \hat{p}-0'75 \le 0'05125 \Leftrightarrow 0'6988 \le \hat{p} \le 0'8012$$

Si al tomar la muestra obtenemos una proporción comprendida en el intervalo anterior se confirmará la hipótesis del profesor (con un 4 % de riesgo) .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷❼ Un político cree que el porcentaje de españoles que están descontentos con su gestión no supera el 10%. Para estar más seguro, hace entrevistar a 900 españoles y observa la proporción de descontentos. ¿ Qué valores de $\hat{p}$ confirmarán su sospecha, con un nivel de significación del 5 % ?

---oo0oo---

Muestra : n = 900.

① **Planteamiento del contraste**

⌖ **Hipótesis nula: H_0** ≡ P ≤ 0'1
⌖ **Hipótesis alternativa: H_1** ≡ P > 0'1 (Contraste unilateral derecho)

② **Características de la distribución**

⌖ **Distribución muestral** : de proporciones
⌖**Media**: μ(p) = P = 0'1 gr .
⌖**Desviación típica** :

$$\sigma(p) = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'1 \cdot 0'9}{900}} = 0'01$$

Tipo : N (0'1, 0'01) ya que n = 900 $\geq$ 30.

③ **Región de aceptación**

Viene definida por el tipo de contraste (derecho) y el nivel de significación (α = 0'05), como es un contraste unilateral derecho la región de aceptación está a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, z_{\alpha},)$$ para el estadístico de contraste

Como α = 0'05 $\Rightarrow$ $z_{0'95}$ = 1'65. y por tanto la región de aceptación :

■ $S_0 \equiv (- \infty, 1{,}65)$, para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{\hat{p} - \mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{\hat{p} - 0'1}{0'01}$$ que ha de pertenecer a S_0 para aceptar H_0

luego : $-\infty \leq \frac{\hat{p} - 0'1}{0'01} \leq 1{,}65 \Leftrightarrow \hat{p} - 0'1 \leq 0'0165 \Leftrightarrow \hat{p} \leq 0'1165$

Si al tomar la muestra obtenemos una proporción menor o igual a 0'1165 aceptaremos que la proporción de españoles descontentos con la gestión no supera el 10 %, con un nivel de significación del 5 %.

❷❽ En un laboratorio se someten a una misma prueba dos tipos de rata. Dicha prueba consiste en colocar cada rata en el centro de un laberinto y medir el tiempo que tarda en salir. Los científicos opinan que los tiempos medios empleados por ambos tipos de rata son iguales. Para confirmar su hipótesis, realizan la prueba con 200 ratas de cada tipo. Si $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ son, respectivamente, los tiempos medios observados en cada tipo de rata, y suponiendo que la distribución de tiempos empleados tiene, para ambos tipos de rata, una desviación típica de 2 minutos, averigua qué valores de $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ les darán la razón, con un nivel de significación del 1 %.

---oo0oo---

Población $\sigma_1 = \sigma_2$ = 2 min , Muestra : $n_1 = n_2$ = 200

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$
- **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv \mu_1 \neq \mu_2 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (Contraste bilateral)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias
- **Media**: $\mu_{\bar{x}1-\bar{x}2} = \mu_1 - \mu_2 = 0$.
- **Desviación típica** :

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{2^2}{200}+\frac{2^2}{200}} = 0'2$$

Tipo : N (0, 0'2) ya que $n_1 = n_2 = 200 \geq 30$.

③ **Región de aceptación**.

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste bilateral la región de aceptación está en el centro de la distribución:

$$(-z_{\frac{\alpha}{2}}, z_{\frac{\alpha}{2}}) \text{ para el estadístico de contraste}$$

Como $\alpha = 0'01 \Rightarrow \alpha/2 = 0'005 \Rightarrow z_{0'995} = 2'58$. y por tanto la región de aceptación es:

■ $S_0 \equiv$ (-2'58, 2'58) para el estadístico de contraste z.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0'2}$$ que ha de pertenecer a S_0 para aceptar H_0

luego:

$$-2'58 \leq \frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0'2} \leq 2'58 \Leftrightarrow -0'516 \leq (\bar{x}_1-\bar{x}_2) \leq 0'516$$

Si al tomar la muestra obtenemos una diferencia de medias comprendida en el intervalo anterior se confirmará la opinión de los científicos de que no hay diferencias entre los tiempos (con un 1 % de riesgo) .