❶ Para comparar la estatura media de los alumnos de Bachillerato de dos ciudades distintas, se toman muestras en cada una de ellas y se comparan los resultados.

a) Explica por qué la decisión tomada será una decisión estadística.

b) Si consideramos $H_0 : \mu_1 = \mu_2$, donde μ_1 , es la estatura media de los alumnos de Bachillerato de una de las ciudades y μ_2 la de los alumnos de la otra ciudad, explica qué significa aceptar o rechazar Ho y escribe tres hipótesis alternativas posibles.

---oo0oo---

a) Porque las decisiones se toman basándose en estudios de muestras y no de las poblaciones.

b) Aceptar H_0 significa que se asume que la estatura media de los alumnos de las dos ciudades es la misma y que las diferencias que se puedan observar en las muestras son debidas al azar, no por que pertenezcan a poblaciones con medias diferentes. Si la rechazamos estamos suponiendo que las diferencias entre medias son tan grandes que no pueden ser explicadas sólo por el azar sino por que en realidad las poblaciones tienen medias distintas.

Tres hipótesis alternativas distintas podrían ser :

$$\mathbf{H_1} : \mu_1 \neq \mu_2 \;;\; \mathbf{H_1} : \mu_1 > \mu_2 \;;\; \mathbf{H_1} : \mu_1 < \mu_2$$

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❷ En los siguientes casos, explica en qué consisten los errores de tipo I y tipo II, justifica cuál de ellos puede tener peores consecuencias y deduce si las hipótesis han sido correctamente planteadas:

a) En un choque automovilístico se produce un herido. Los que acuden a socorrerlo no saben si su estado es grave o no, por lo que antes de actuar se plantean:

Ho: Su estado es grave. H_1 : Su estado no es grave.

b) En un restaurante, cierto alimento no ha sido conservado en condiciones óptimas. El dueño no sabe si se ha estropeado o no, por lo que antes de servirlo se plantea si el alimento:

Ho: Se puede servir. H_2 : Se debe tirar.

---oo0oo---

El error tipo I debe ser el de peores consecuencias, es decir rechazar H_0 siendo verdadera, que es la que tiene menos probabilidad de suceder (α) .

a)

⦿ Se cometería un **error tipo I** si se concluyese que el estado del herido no es grave y en realidad sí fuese grave.

⦿ Se incurriría en un **error tipo II** si aceptase el estado del herido como grave no siéndolo.

⦿ Como la decisión de peores consecuencias sería el primero y este es el de tipo I, las hipótesis **están correctamente planteadas**.

b)

⊙ Si el dueño decide que no está en condiciones de ser servido y en realidad lo está, comete un **error de tipo I**.

⊙ Si el dueño decide que el alimento se puede servir por que está en buen estado y en realidad no está en condiciones de ser servido , comete **un error tipo II**.

⊙ Como el error de peores consecuencias es que se sirva un alimento que no está en buenas condiciones, y este **es el tipo II**, este contraste **no está correctamente planteado**.

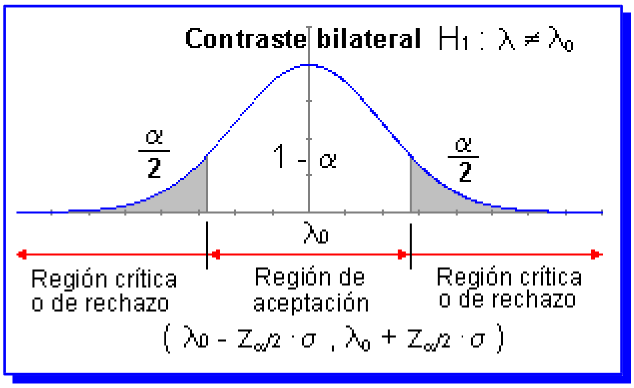
❸ Obtén, para los diferentes tipos de tests, las regiones críticas tipificadas asociadas a cada uno de los valores críticos que se indican en la tabla siguiente.

α	z_α	$z_{\frac{\alpha}{2}}$
10 %	1’28	1’65
5 %	1’65	1’96
4 %	1’75	2’05
3 %	1’88	2’17
2 %	2’05	2’33
1 %	2’33	2’58

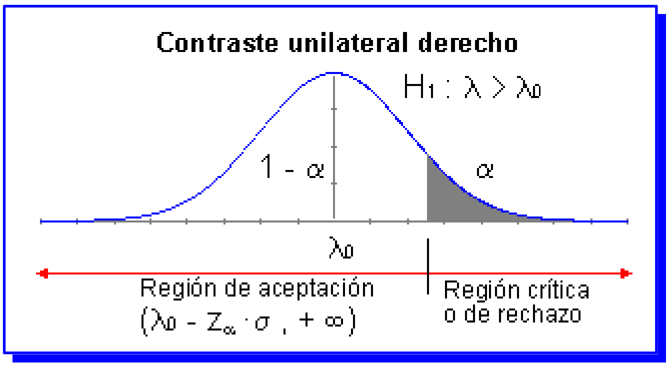
---oo0oo---

Los tres tipos de regiones críticas dependen del tipo de contraste :

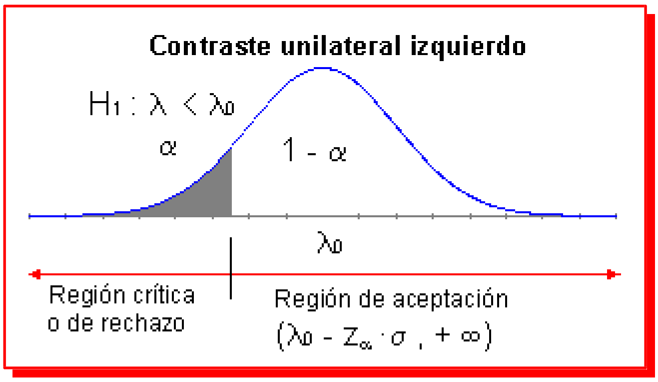
❍ La región crítica se distribuye **a ambos lados** de la de aceptación, y de la distribución:



❍ La región crítica se distribuye **a la derecha** de la de aceptación, y de la distribución:



❍ La región crítica se distribuye **a la izquierda** de la distribución :



Para construirlas únicamente es necesario seleccionar de la tabla que se nos da los valores de z correspondientes al tipo de contraste y el valor del nivel de significación correspondiente :

◎ **Nivel de significación** : 10 % , $\alpha = 0'1$

- Bilateral : $Rc \equiv (-\infty , -1'65) \cup (1'65, +\infty)$
- Unilateral derecho : $Rc \equiv (1'28, +\infty)$
- Unilateral izquierdo : $Rc \equiv (-\infty , -1'28)$

◎ **Nivel de significación** : 10 % , $\alpha = 0'1$

- Bilateral : $Rc \equiv (-\infty , -1'65) \cup (1'65, +\infty)$
- Unilateral derecho : $Rc \equiv (1'28, +\infty)$
- Unilateral izquierdo : $Rc \equiv (-\infty , -1'28)$

◎ **Nivel de significación** : 5 % , $\alpha = 0'05$

- Bilateral : $Rc \equiv (-\infty , -1'96) \cup (1'96, +\infty)$
- Unilateral derecho : $Rc \equiv (1'65, +\infty)$

⌖Unilateral izquierdo : Rc ≡ (-∞ , - 1'65)

◎ **Nivel de significación** : 4 % , α = 0'04

⌖Bilateral : Rc ≡ (-∞ , - 2'05) ∪ (2'05,+∞)
⌖Unilateral derecho : Rc ≡ (1'75,+∞)
⌖Unilateral izquierdo : Rc ≡ (-∞ , - 1'75)

◎ **Nivel de significación** : 3 % , α = 0'03

⌖Bilateral : Rc ≡ (-∞ , - 2'17) ∪ (2'17,+∞)
⌖Unilateral derecho : Rc ≡ (1'88,+∞)
⌖Unilateral izquierdo : Rc ≡ (-∞ , - 1'88)

◎ **Nivel de significación** : 2 % , α = 0'02

⌖Bilateral : Rc ≡ (-∞ , - 2'33) ∪ (2'33,+∞)
⌖Unilateral derecho : Rc ≡ (2'05,+∞)
⌖Unilateral izquierdo : Rc ≡ (-∞ , - 2'05)

◎ **Nivel de significación** : 1 % , α = 0'01

⌖Bilateral : Rc ≡ (-∞ , - 2'58) ∪ (2'58,+∞)
⌖Unilateral derecho : Rc ≡ (2'33,+∞)
⌖Unilateral izquierdo : Rc ≡ (-∞ , - 2'33)

❹ En una muestra de 1 000 bombillas de cierta marca, se ha observado una duración media de 798 horas. ¿ Se puede aceptar, con nivel de significación 0'1, que la duración media de todas las bombillas de esa marca es de 800 horas ? Se sabe que la desviación típica poblacional es de 50 horas.

---oo0oo---

Población : $\sigma = 50$, Muestra : $n = 1000$, $\bar{x} = 798$.

① **Planteamiento del contraste**

⌖ **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu = 800$
⌖ **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv \mu \neq 800$ (Contraste bilateral)

② **Características de la distribución**

⌖ **Distribución muestral** : de medias
⌖**Media**: $\mu(\bar{x}) = \mu = 800$.
⌖**Desviación típica** : $\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{50}{\sqrt{1000}} = 1'58$

⌖ **Tipo** : N (800, 1'58), ya que n = 1000 ≥ 30.

③ Región crítica

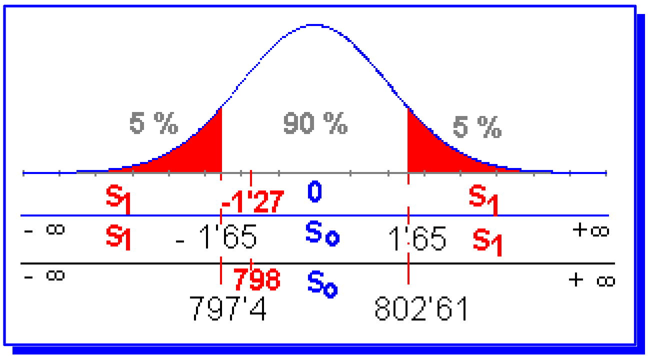
Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'1), como es un contraste bilateral la región crítica se distribuye a ambos lados de la distribución:

$$(-\infty, z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

$$(-\infty, \mu(\bar{x}) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x})) \cup \left(\mu(\bar{x}) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x}), +\infty\right) \text{ para la media muestral}$$

Como α = 0'1⇒ α/2 = 0'05⇒ $z_{0'95}$ = 1'65. y por tanto la región crítica :

- $S_1 \equiv$ (- ∞ , - 1'65) ∪ (1'65, + ∞) para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv$ (- ∞, 800 - 1'65·1'58) ∪ (800 + 1'65·1'58, +∞) = (- ∞, 797'4) ∪ (802'61, +∞) para la media de la muestra.



④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{798-800}{1'58} = -1'27$$

⑤ Toma de decisión

Como z = -1'27 ∉ $S_1 \equiv$ (- ∞ , - 1'65) ∪ (1'65, + ∞) y
como $\bar{x}$ = 798 ∉ (- ∞, 797'4) ∪ (802'61, +∞)
decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0) de que la duración media de todas las bombillas es de μ = 800 horas**, con un riesgo de equivocarnos del 10 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❺ Encuestados 75 alumnos de cierto centro escolar acerca de su paga semanal, se dedujo que la cantidad media recibida era de 7,75 euros, con una desviación típica de 0,25 euros. ¿ Se puede aceptar, con nivel de significación 0,05, que la paga semanal de los alumnos de ese centro no sobrepasa los 7,72 euros ?

---oo0oo---

Muestra : n = 75, $\bar{x}$ = 7'75 €, s = 0'25 €.

① Planteamiento del contraste

⌖ **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu \leq$ 7'72 €

⌗ **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv \mu > 7'72$ € (Contraste unilateral derecho)

② **Características de la distribución**

⌗ **Distribución muestral** : de medias
⌗ **Media**: $\mu(\bar{x}) = \mu = 7'72$ €.
⌗ **Desviación típica** : como no conocemos la desviación típica de la población la estimamos a partir de la de la muestra :

$$\sigma \approx \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot s = \sqrt{\frac{75}{74}} \cdot 0'25 = 0'2517 \Rightarrow \sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0'2517}{\sqrt{75}} = 0'029$$

⌗ **Tipo** : N (7'72, 0'029) ya que $n = 75 \geq 30$.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (derecho) y el nivel de significación (α = 0'05), como es un contraste unilateral derecho la región crítica está a la derecha de la distribución:

$$(z_\alpha, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

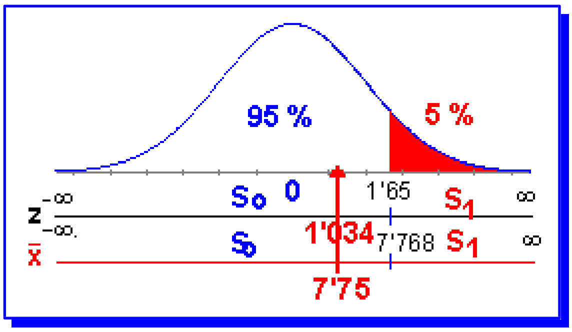
$$(\mu(\bar{x}) + z_\alpha \cdot \sigma(\bar{x}), +\infty) \text{ para la media muestral}$$

Como $\alpha = 0'05 \Rightarrow z_{0'95} = 1'65$. y por tanto la región crítica :

■ $S_1 \equiv (1'65, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.
■ $S_1 \equiv (7'72 + 1'65 \cdot 0'029, +\infty) = (7'768, +\infty)$ para la media de la muestra.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{7'75 - 7'72}{0'029} = 1'034$$



⑤ **Toma de decisión**

Como $z = 1'034 \notin S_1 \equiv (1'65, +\infty)$ y
como $\bar{x} = 7'75 \notin (7'768, +\infty)$
decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0) de que la paga semanal media de todas los alumnos de ese centro es de $\mu \leq 7'72$ €** , con un riesgo de equivocarnos del 5 % .

◈◈▣▣▣◉▣▣▣◈◈◈

❻ Se sabe que el cociente intelectual de los alumnos de cierta universidad sigue una distribución N (μ, 15). Si en una muestra de 50 alumnos se observó un cociente intelectual de 116 puntos, ¿ se puede aceptar, con nivel de significación 0,01, que $\mu \geq 125$?

---oo0oo---

Población N(μ,15) Muestra : n = 50, $\bar{x}$ = 116

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula: H_0** ≡ μ ≥ 125
- **Hipótesis alternativa: H_1** ≡ μ < 125 (Contraste unilateral izquierdo)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de medias
- **Media**: μ($\bar{x}$) = μ = 125 .
- **Desviación típica** :

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{50}} = 2'1213$$

- **Tipo** : N (125, 2'121) ya que n = 50 ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (izquierdo) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste unilateral izquierdo la región crítica está a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, -z_\alpha) \text{ para el estadístico de contraste}$$

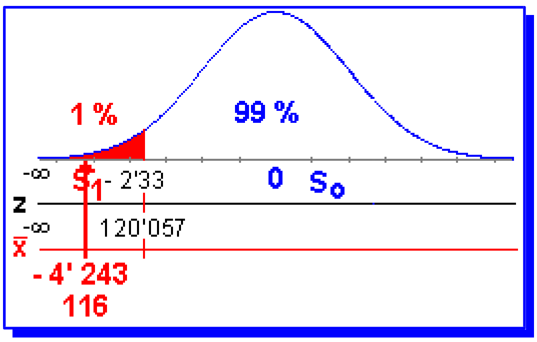
$$(-\infty, \mu(\bar{x}) - z_\alpha \cdot \sigma(\bar{x})) \text{ para la media muestral}$$

Como α = 0'01⇒ $z_{0'99}$ = 2'33. y por tanto la región crítica :

- S_1 ≡ (- ∞, -2'33) para el estadístico de contraste z.
- S_1 ≡ (-∞, 125 - 2'33• 2'1213) = (-∞, 120'057) para la media de la muestra.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{\bar{x} - \mu(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})} = \frac{116 - 125}{2'1213} = -4'243$$



⑤ **Toma de decisión**

Como z_c = - 4'243 ∈ S_1 ≡ (- ∞, - 2'33) y como $\bar{x}$ = 116 ∈ (-∞ , 120'057) decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0) y aceptar la alternativa (H_1) de que el coeficiente intelectual de los alumnos de la universidad es de μ < 125** , con un riesgo de equivocarnos del 1 % .

❼ En 1 000 lanzamientos de una moneda, obtenemos 465 caras. ¿ Podemos aceptar, con nivel de significación 0,05, que la moneda no está trucada ? ¿ Y con nivel de significación 0,01 ?

---oo0oo---

Población : binomial, Muestra : n = 1000, p = 465/1000 = 0'465 .

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula:** $H_0 \equiv P = 0'5$
- **Hipótesis alternativa:** $H_1 \equiv P \neq 0'5$ (Contraste bilateral)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: $\mu(p) = P = 0'5$.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P\cdot(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'5\cdot 0'5}{1000}} = 0'01581$
- **Tipo** : N (0'5, 0'01581), ya que n = 1000 ≥ 30.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y los dos niveles de significación (α = 0'05 y α = 0'01), como es un contraste bilateral las regiónes críticas se distribuyen a ambos lados de la distribución:

$$(-\infty, z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

$$(-\infty, \mu(p) - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(p)) \cup \left(\mu(p) + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(p), +\infty\right) \text{ para la proporción muestral}$$

Para $\alpha = 0'05 \Rightarrow \alpha/2 = 0'025 \Rightarrow z_{0'975} = 1'96$. la región crítica :

- $S_1 \equiv (-\infty , -1'96) \cup (1'96, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv (-\infty, 0'5 - 1'96\cdot 0'01581) \cup (0'5 + 1'96\cdot 0'01581, +\infty) = (-\infty, 0'469) \cup (0'531, +\infty)$ para la proporción de la muestra.

Para $\alpha = 0'01 \Rightarrow \alpha/2 = 0'005 \Rightarrow z_{0'995} = 2'58$. la región crítica :

- $S_1 \equiv (-\infty , -2'58) \cup (2'58, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv (-\infty, 0'5 - 2'58\bullet 0'01581) \cup (0'5 + 2'58\bullet 0'01581, +\infty) = (-\infty, 0'459) \cup (0'54, +\infty)$ para la proporción de la muestra.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{p-\mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'465-0'5}{0'01581} = -2'214$$

⑤ **Toma de decisión**

◆ Para el 5 % de riesgo

Como z_c = -2'214 ∈ S_1 ≡ (- ∞ , - 1'96) ∪ (1'96, + ∞) y

como p = 0'465 ∈ (- ∞, 0'469) ∪ (0'531, +∞)

decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0) de que la moneda no está trucada**, con un riesgo de equivocarnos del 5 % .

◆ Para el 1 % de riesgo

Como z_c = -2'214 ∉ S_1 ≡ (- ∞ , - 2'33) ∪ (2'33, + ∞) y

como p = 0'465 ∉ (- ∞, 0'459) ∪ (0'54, +∞)

decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0) de que la moneda no está trucada**, con un riesgo de equivocarnos del 1 % .

Es decir con un riesgo mayor podemos decidir que la moneda está trucada.

❽ Un profesor afirma que el fracaso escolar entre sus alumnos no sobrepasa el 20%. Si en una muestra de 50 de sus alumnos se detectó fracaso escolar en el 26% de los casos, ¿ es aceptable la afirmación del profesor, con nivel de significación 0,03 ?

---oo0oo---

Población : binomial, P = 0'20, Muestra : n = 50, p = 0'26 .

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula: H_0** ≡ P ≤ 0'20
- **Hipótesis alternativa: H_1** ≡ P > 0'20 (Contraste unilateral derecho)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: μ(p) = P = 0'2.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P\cdot(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'2\cdot 0'8}{50}} = 0'05657$
- **Tipo** : N (0'2, 0'05657), ya que n = 50 ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0'03), como es un contraste derecho la región crítica se distribuye a la derecha de la distribución:

$(z_\alpha, +\infty)$ para el estadístico de contraste

$(\mu(p) + z_\alpha \cdot \sigma(p), +\infty)$ para la proporción muestral

Para $\alpha = 0'03 \Rightarrow z_{0'97} = 1'88$. la región crítica :

- $S_1 \equiv (1'88, +\infty)$ para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv (0'2 + 1'88 \cdot 0'05657, +\infty) = (0'306, +\infty)$ para la proporción de la muestra.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{p - \mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'26 - 0'2}{0'05657} = 1'06$$

⑤ Toma de decisión

◆ Para el 3 % de riesgo

Como $z_c = 1'06 \notin S_1 \equiv (1'88, +\infty)$ y

como $p = 0'26 \notin (0'306, +\infty)$

decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0) de que el porcentaje escolar no sobrepasa el 20 %**, con un riesgo de equivocarnos del 3 % .

❾ Un político afirma que, al menos, un 75 % de los ciudadanos está a favor de cierta ley. Si en una encuesta realizada a 200 personas, 125 de ellas se manifiestan favorables a la ley, ¿ es aceptable, con nivel de significación 0,02, la afirmación del político ?

---oo0oo---

Población : binomial, P = 0'75, Muestra : n = 200, p = 125/200 = 0'625 .

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv P \geq 0'75$
- **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv P < 0'20$ (Contraste unilateral izquierdo)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de proporciones
- **Media**: $\mu(p) = P = 0'75$.
- **Desviación típica** : $\sigma(p) = \sqrt{\frac{P \cdot (1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0'75 \cdot 0'25}{200}} = 0'03062$
- **Tipo** : N (0'75, 0'03062), ya que $n = 200 \geq 30$.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0'02), como es un contraste izquierdo la región crítica se distribuye a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, -z_{\alpha}) \text{ para el estadístico de contraste}$$

$$(-\infty, \mu(p) - z_{\alpha} \cdot \sigma(p)) \text{ para la proporción muestral}$$

Para α = 0'02$\Rightarrow$ $z_{0'98}$ = 2'05. luego la región crítica :

- $S_1 \equiv (-\infty, -2'05)$ para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv (-\infty, 0'75 - 2'05 \cdot 0'03062) = (-\infty, 0'687)$ para la proporción de la muestra.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{p-\mu(p)}{\sigma(p)} = \frac{0'625-0'75}{0'03062} = -4'08$$

⑤ Toma de decisión

◆ Para el 2 % de riesgo

Como $z_c = -4'08 \in S_1 \equiv (-\infty, -2'05)$ y

como $p = 0'625 \in (-\infty, 0'687)$

decidimos **rechazar la hipótesis nula (H_0) de que al menos 75 % de los ciudadanos está a favor de la ley**, con un riesgo de equivocarnos del 2 % .

❿ Para estudiar la incidencia de dos tipos de abono en el peso de las patatas, se toma una muestra de 100 patatas cultivadas con el abono A y otra de 150 patatas cultivadas con el B. En la primera se observan un peso medio de 170 g y una desviación típica de 25 g; en la segunda, un peso medio de 175 g y una desviación típica de 35 g. ¿ Aceptarías, con nivel de significación 0,01, que el peso medio varía según el abono ?

---oo0oo---

Muestras : $n_A = 100$, $\bar{x}_A = 170$ g, $s_A = 25$ g, $n_B = 150$, $\bar{x}_B = 175$ g, $s_B = 35$ g

① Planteamiento del contraste

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu_A = \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B = 0$
- **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv \mu_A \neq \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B \neq 0$ (Contraste bilateral)

② Características de la distribución

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias.
- **Media**: $\mu(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_A - \mu_B = 0$.
- **Desviación típica** : Como no conocemos las desviaciones típicas poblaciones hay que estimarlas a partir de la muestrales :

$$\sigma_A \approx \hat{\sigma}_A = \sqrt{\frac{n_A}{n_A-1}} \cdot S_A = \sqrt{\frac{100}{99}} \cdot 25 = 25'126; \sigma_B \approx \hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{n_B}{n_B-1}} \cdot S_B = \sqrt{\frac{150}{149}}\, 35 = 35'117$$

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{25'126^2}{100} + \frac{35'117^2}{150}} = 3'8124$$

Tipo : N (0, 3'8124), ya que n_A y n_B son ≥ 30.

③ Región crítica

Viene definida por el tipo de contraste (bilateral) y el nivel de significación (α = 0'01), como es un contraste bilateral la región crítica se distribuye a ambos lados de la distribución:

$$(-\infty, -z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty) \text{ para el estadístico de contraste}$$

$$(-\infty, \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}) \cup \left(\mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}, +\infty\right) \text{ para la media muestral}$$

Como α = 0'01⇒ α/2 = 0'005⇒ $z_{0'995}$ = 2'58. y por tanto la región crítica :

- S_1 ≡ (- ∞ , - 2'58) ∪ (2'58, + ∞) para el estadístico de contraste z.
- S_1 ≡ (- ∞, 0 - 2'58·3'8124) ∪ (0 + 2'58·3'8124, +∞) = (- ∞, -9'84) ∪ (9'84, +∞) para la diferencia de medias de la muestra.

④ Estadístico de contraste

$$z_c = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{(170-175)-0}{3'8124} = -1'3115$$

⑤ Toma de decisión

Como z_c = -1'3115 ∉ S_1 ≡ (- ∞ , - 2'58) ∪ (2'58, + ∞) y
como $\bar{x}_A - \bar{x}_B$ = (170-175) = -5 ∉ (- ∞, -9'84) ∪ (9'84, +∞)
decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0), el tipo de abono no influye en la producción media, pues las producciones medias son iguales**, con un riesgo de equivocarnos del 1 % .

❶❶ El tiempo en segundos empleado por una máquina A en montar cierto mecanismo sigue una distribución N (μ_1 , 12). Existe en el mercado otra máquina B que monta el mismo mecanismo en un tiempo distribuido según una N (μ_2 , 14). Si en 80 pruebas con cada máquina se obtuvo un tiempo medio de 182 s para A y de 180 s para B, ¿ se puede aceptar, con nivel de significación del 5 %, que la máquina A es al menos tan rápida como la B ? ¿ Y se puede aceptar, con nivel de significación del 2 %, que la máquina B es al menos tan rápida como la A ?

---oo0oo---

Poblaciones : N (μ_A , 12),N (μ_B , 12), Muestras : n_A = 80, $\bar{x}_A$ = 182 s, n_B = 80, $\bar{x}_B$ = 180 s

① **Primera pregunta**

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu_A \geq \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B \geq 0$
- **Hipótesis alternativa: H_1** $\equiv \mu_A < \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B < 0$ (Contraste unilateral izquierdo)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias.
- **Media**: $\mu(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_A - \mu_B = 0$.
- **Desviación típica** :

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{12^2}{80} + \frac{14^2}{80}} = 2'0616$$

- **Tipo** : N (0, 2'0616), ya que n_A y n_B son ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0'05), como es un contraste izquierdo la región crítica se distribuye a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, -z_\alpha) \text{ para el estadístico de contraste}$$

$$(-\infty, \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} - z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}) \text{ para la media muestral}$$

Como $\alpha = 0'05 \Rightarrow z_{0'95} = 1'65$. y por tanto la región crítica :

- $S_1 \equiv (- \infty , - 1'65)$ para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv (- \infty, 0 - 1'65 \cdot 2'0616) = (- \infty, - 1'34)$ para la diferencia de medias de la muestra.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{(182-180)-0}{2'0616} = 0'97$$

⑤ **Toma de decisión**

Como $z_c = 0'97 \notin S_1 \equiv (- \infty , - 1'65)$ y
como $\bar{x}_A - \bar{x}_B = (182-180) = 2 \notin (- \infty, - 1'34)$
decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0), la máquina A es al menos tan rápida como la B**, con un riesgo de equivocarnos del 5 % .

② **Segunda pregunta**

① **Planteamiento del contraste**

- **Hipótesis nula: H_0** $\equiv \mu_B \geq \mu_A \Leftrightarrow \mu_B - \mu_A \geq 0$
- **Hipótesis alternativa: H_1**$\equiv \mu_B < \mu_A \Leftrightarrow \mu_B - \mu_A < 0$ (Contraste unilateral izquierdo)

② **Características de la distribución**

- **Distribución muestral** : de diferencia de medias.
- **Media**: $\mu(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_B - \mu_A = 0$.
- **Desviación típica** :

$$\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}} = \sqrt{\frac{12^2}{80} + \frac{14^2}{80}} = 2'0616$$

- **Tipo** : N (0, 2’0616), ya que n_A y n_B son ≥ 30.

③ **Región crítica**

Viene definida por el tipo de contraste (unilateral) y el nivel de significación (α = 0’02), como es un contraste izquierdo la región crítica se distribuye a la izquierda de la distribución:

$$(-\infty, -z_\alpha) \text{ para el estadístico de contraste}$$

$$(-\infty, \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} - z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}) \text{ para la media muestral}$$

Como $\alpha = 0'02 \Rightarrow z_{0'95} = 2'05$. y por tanto la región crítica :

- $S_1 \equiv (- \infty , - 2'05)$ para el estadístico de contraste z.
- $S_1 \equiv (- \infty, 0 - 2'05 \cdot 2'0616) = (- \infty, - 4'2263)$ para la diferencia de medias de la muestra.

④ **Estadístico de contraste**

$$z_c = \frac{(\bar{x}_B - \bar{x}_A) - \mu_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}} = \frac{(180-182)-0}{2'0616} = -0'97$$

⑤ **Toma de decisión**

Como $z_c = -0'97 \notin S_1 \equiv (- \infty , - 2'05)$ y
como $\bar{x}_B - \bar{x}_A = (180 - 180) = -2 \notin (- \infty, - 4'2263)$
decidimos **aceptar la hipótesis nula (H_0), la máquina B es al menos tan rápida como la A**, con un riesgo de equivocarnos del 2 % .