❶ *Realizamos el experimento aleatorio en el que se extrae una carta de una baraja española y se mira su palo.*

*a) Determina el espacio muestral.*

*b) Define por extensión los sucesos* **A**: sacar oros y **B** : sacar copas o bastos.

*c) Al extraer una carta obtenemos un basto. Indica si se verifican los sucesos* **A** y **B**.

**---oo0oo---**

**a)** El espacio muestral es el conjunto de resultados posibles, en este caso los cuatro palos de la baraja :

**Ω = { 12 Copas (C), 12 Espadas (E) , 12 Oros (O), 12 Bastos (B) }.**

**b)** **A = { sacar oros } = { 1O, 2O, 3O, 4O, 5O, 6O, 7O, 8O, 9O, 10O, 11O, 12O }**

**B = { 1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 7C, 8C, 9C, 10C, 11C, 12C, 1B, 2B, 3B, 4B, 5B, 6B, 7B, 8B, 9B, 10B, 11B, 12B }.**

**c)** como sacamos un basto, **se verifica B y no A**

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❷ *Extraemos una carta de una baraja española. Considera los sucesos* **A**: obtener una espada *y* **B**: obtener un as, *y describe por comprensión y por extensión los siguientes sucesos :*

a) $A\cap\overline{B}$ b) $\overline{\overline{A}}$ c) $\overline{A\cup B}$ d) $\overline{A}\cap\overline{B}$

**---oo0oo---**

a) $A\cap\overline{B}$ = { sacar una espada que no sea el as } = { 2E, 3E, 4E, ... 12 E }.

b) $\overline{\overline{A}} = A$ = { sacar una espada } = { 1E, 2E, 3E,..., 12E }.

c) $\overline{A\cup B}$ = { no sacar una espada ni un as } = { bastos, copas, oros menos los ases } =

= **{ 2C, 3C, ..., 12C, 2O, 3O, ..., 12O, 2B, 3B, ..., 12B }.**

d) $\overline{A}\cap\overline{B} = \overline{A\cup B}$ = el anterior, por las leyes de Morgan.

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❸ *De una bolsa donde hay 20 bolas numeradas del 1 al 20, extraemos una. Comprueba que se cumplen las propiedades asociativa y distributiva con los sucesos* **A** : obtener número par, **B** : obtener número primo y **C** : obtener un número tal que la suma de sus cifras sea 5.

**---oo0oo---**

☸ Primero definimos los sucesos por extensión :

A = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 }
B = { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 }.
C = { 5, 14 }.

☸ Asociativa :

*Respecto de la unión* :

♦( A ∪ B)∪ C = { 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20 } ∪ { 5, 14} = = { **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20** }.

♦ A ∪ ( B ∪ C) = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 } ∪ { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 14, 17, 19 } = { **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20** }.

Luego se cumple que **( A ∪ B)∪ C = A ∪ ( B ∪ C)**

*Respecto de la Intersección*

▪ (A ∩ B ) ∩ C = { 2} ∩ { 5, 14 } = ∅.

▪ A ∩ ( B ∩ C ) = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 } ∩ {5} = ∅

Luego, **(A ∩ B ) ∩ C = A ∩ ( B ∩ C ).**

☸ Distributiva

*De la unión respecto de la intersección*:

⊙ A ∪ ( B ∩ C ) = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 } ∪ [ { 2, 3, **5**, 7, 11, 13, 17, 19 } ∩ { **5**, 14 }] = { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 } ∪ {5} = { **2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20** }

⊙ (A ∪ B ) ∩ ( A ∪ C ) = [ { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 } ∪ { 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 } ] ∩ [ { 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 } ∪ { 5, 14 }] = { **2**, 3, **4**, **5**, **6**, 7, **8**, **10**, 11, **12**, 13, **14**, **16**, 17, 18, 19, 20 } ∩ { **2**, **4**, **5**, **6**, **8**, **10**, **12**, **14**, **16**, 18, 20 } = { **2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20** }.

Observamos que los dos conjuntos anteriores son iguales , luego se cumple :

**A ∪ ( B ∩ C ) = (A ∪ B ) ∩ ( A ∪ C )**

*De la intersección respecto de la unión* :

■ $A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cap [\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \cup \{5, 14\}] = \{\underline{2}, 4, 6, 8, 10, 12, \underline{14}, 16, 18, 20\} \cap \{\underline{2}, 3, 5, 7, 11, 13, \underline{14}, 17, 19\} = \{\mathbf{2, 14}\}$.

■ $(A \cap B) \cup (A \cap C) = [\{\underline{2}, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} \cap \{\underline{2}, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}] \cup [\{2, 4, 6, 8, 10, 12, \underline{14}, 16, 18, 20\} \cap \{5, \underline{14}\}] = \{2\} \cup \{14\} = \{\mathbf{2, 14}\}$.

Luego al ser iguales , se cumple :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❹ *Dados el experimento que consiste en extraer una carta de una baraja española y los sucesos* **A** : *obtener un rey*, **B** : *obtener copas o espadas*, **C** : obtener una figura *y* **D** : *obtener el tres de bastos, indica si los siguientes sucesos son compatibles o incompatibles :*

*a) A y B    b) A y C    c) B y D    d) A, C y D    e) A, B y C    f) A, B y D*

---oo0oo---

Dos sucesos A y B son compatibles si tienen algo en común, es decir si $A \cap B \neq \emptyset$, en caso contrario se dice incompatibles. Estudiemos si las intersecciones pedidas son o no el conjunto vacío :

**a)** $A \cap B$ = { obtener un rey } ∩ { obtener copas o espadas } = { obtener el rey de copas o el de espadas } = { 12C, 12E } ≠ ∅ ⇨ **Compatibles**.

**b)** $A \cap C$ = { obtener un rey } ∩ { obtener una figura } = { obtener un rey } = { 12C, 12E, 12O, 12B } ≠ ∅ ⇨ **Compatibles**.

**c)** $B \cap D$ = { obtener copas o espadas } ∩{ obtener el 3B } = ∅ ⇨ **Incompatibles**.

**d)** $A \cap C \cap D$ = { obtener un rey } ∩ { obtener una figura } ∩ { obtener el 3B } = ∅ ⇨ **Incompatibles**.

**e)** $A \cap B \cap C$ = { obtener un rey } ∩ { obtener copas o espadas } ∩ { obtener una figura } = { obtener rey de copas o rey de espadas } = { 12C, 12E } ≠ ∅ ⇨ **Compatibles**.

**f)** $A \cap B \cap D$ = { obtener un rey } ∩ { obtener copas o espadas } ∩ { obtener el 3B } = ∅ ⇨ **Incompatibles**.

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❺ *Considera el experimento consistente en lanzar un dado con forma de dodecaedro regular, cuyas caras están numeradas del 1 al 12, y describe tres sistemas completos de sucesos.*

**---oo0oo---**

① A = { números menores que 5 } y B = { números mayores o iguales a 5 }, ya que cumplen $A \cup B$ = { números menores que 5 } $\cup$ { números mayores o iguales a 5 } = { números del 1 al 12 } = $\Omega$ y $A \cap B = \varnothing$ , pues no tienen ningún elemento en común.

② A = { 1, 3, 7, 9 } B = { 2, 4, 8, 12 } y C = { 5, 6, 10, 11 }, ya que $A \cup B \cup C$ = { 1, 3, 7, 9 } $\cup$ { 2, 4, 8, 12 } $\cup$ { 5, 6, 10, 11 } = { 1, 2, ... , 12 } = $\Omega$ y $A \cap B$ = { 1, 3, 7, 9 } $\cap$ { 2, 4, 8, 12 } = $\varnothing$, $A \cap C$ = { 1, 3, 7, 9 }$\cap${ 5, 6, 10, 11 } = $\varnothing$ y $B \cap C$ ={ 2, 4, 8, 12 }$\cap$ { 5, 6, 10, 11 }= $\varnothing$.

③ A = { impares menores que 12} B = { sacar un número par }, ya que $A \cup B = \Omega$ y $A \cap B = \varnothing$.

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❻ *Se lanza un dado con forma de dodecaedro y se observa la puntuación de la cara superior. Utiliza las relaciones de inclusión entre los siguientes sucesos para ordenarlos de menor a mayor probabilidad:*

**A** : sacar un múltiplo de 4; **C** : sacar par

**B** : sacar un múltiplo de 3; **D** : sacar un número primo

**---oo0oo---**

La única relación entre los conjuntos que puede establecerse es que $A \subset C$, luego la única ordenación de sus probabilidades es $P(A) \le P(C)$

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❼ *Se sabe que en el transcurso de una sesión de bolsa, la probabilidad de que se devalúe el dólar es 0,4; la de que se devalúe el franco suizo, 0,06; y la de que se devalúe alguna de las dos monedas, 0,3.*

*Calcula la probabilidad de que al finalizar dicha sesión se hayan devaluado las dos monedas.*

**---oo0oo---**

Sea :

A = suceso consistente en que se devalúe el dólar.
B= suceso consistente en que se devalúe el franco.

p( se devalúen las dos monedas ) = $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$ = 0'4 + 0'06 - 0'3 = **0'16 = 4 /25 ( 16 % ).**

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❽ *Cogemos al azar una ficha de un juego de dominó. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:*
**A** : que sea la cinco doble
**B** : que la suma de los puntos sea 10

---oo0oo---

En el dominó hay 28 fichas. Aplicamos la regla de Laplace pues son sucesos equiprobables :

$$p(A) = \frac{\text{l cinco doble}}{\text{fichas totales}} = \frac{1}{28};\ p(B) = \frac{\text{fichas que suman 10}}{\text{total de fichas}} = \frac{\{(4,6),(5,5)\}}{28} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

❾ *Un juego consiste en lanzar dos dados. Si la diferencia entre los puntos de ambos es impar, ganamos. En cambio, si la diferencia es par, perdemos. Calcula la probabilidad de ganar y la de perder.*

---oo0oo---

Construimos una tabla con los resultados posibles :

| Dif | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | | | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | | | | 0 | 1 | 2 |
| 5 | | | | | 0 | 1 |
| 6 | | | | | | 0 |

✲ Casos posibles o totales = 21

✲ Casos en que ganamos ( diferencia impar ) = 9.

✲ Casos en se pierde ( diferencia par): 6 ( no consideramos el cero ni par ni impar )

Aplicamos la regla de la Laplace para hallar la probabilidades:

$$P(\text{ganar}) = \frac{\text{casos en que se gana}}{\text{casos totales}} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7};\ P(\text{perder}) = \frac{\text{casos en que se pierde}}{\text{casos totales}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

❶⓿ *En una rifa de 100000 números (del 0 al 99999) se sortea un coche.*

*a) ¿ Cuál es la probabilidad de ganar el premio comprando 4 números ?*
*b) ¿ Cuál es la probabilidad de que la papeleta premiada acabe en 2 ?*
*c) ¿ Cuál es la probabilidad de que la papeleta premiada no acabe en 24 ?*

---oo0oo---

a) $P(\text{ ganar }) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{4}{100000} = \frac{1}{25000}$

b) Las papeletas han de ser de la forma _ _ _ _ 2, como se han de rellenar cuatro lugares influyendo el orden y con repetición 10 dígitos ( del 0 al 9 ) habrá : $VR_{10,\,4} = 10^4 = 10\,000$ papeletas terminadas en 2, que son los casos favorables. La regla de Laplace nos da la probabilidad :

$$P\text{ (terminar en 2)} = \frac{10000}{100000} = \frac{1}{10} = 0'1$$

c) Han de ser de la forma _ _ _ 24, que hay $10^3 = 1000$, luego :

$$P\text{ (termine en 24)} = \frac{1000}{100000} = \frac{1}{100} = 0'01; \ P(\text{no acabe en 24}) = 1 - 0'01 = 0'99$$

❁❁❁❄❄✲❄❄❁❁❁

➊➊ *Lanzamos dos dados. Calcula la probabilidad de obtener un cinco en cada dado.*

---oo0oo---

❋ Casos posibles = $6^2 = 36$ ( véase la tabla del ejercicio nº ❾ que tendría sus celdas completas ) .

❋ Caso favorables = 1 ( el (5, 5 ).

**P = c.f./c.p = 1/36**.

❁❁❁❄❄✲❄❄❁❁❁

➊➋ *Lanzamos dos veces un dado con forma de tetraedro. ¿Cuál es la probabilidad del suceso* **A** : la suma de los puntos de las caras ocultas es un múltiplo de dos *?*

---oo0oo---

En este tipo de ejercicios más cómodo y rápido que el diagrama en árbol, me resulta una tabla :

| **+** | **1** | **2** | **3** | **4** |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **2** | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **3** | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **4** | 5 | 6 | 7 | 8 |

❁ Casos en que la suma es par = 8 ( la mitad).

❁ Casos posible o totales ( $VR_{4,2} = 4^2$ ) = 16.

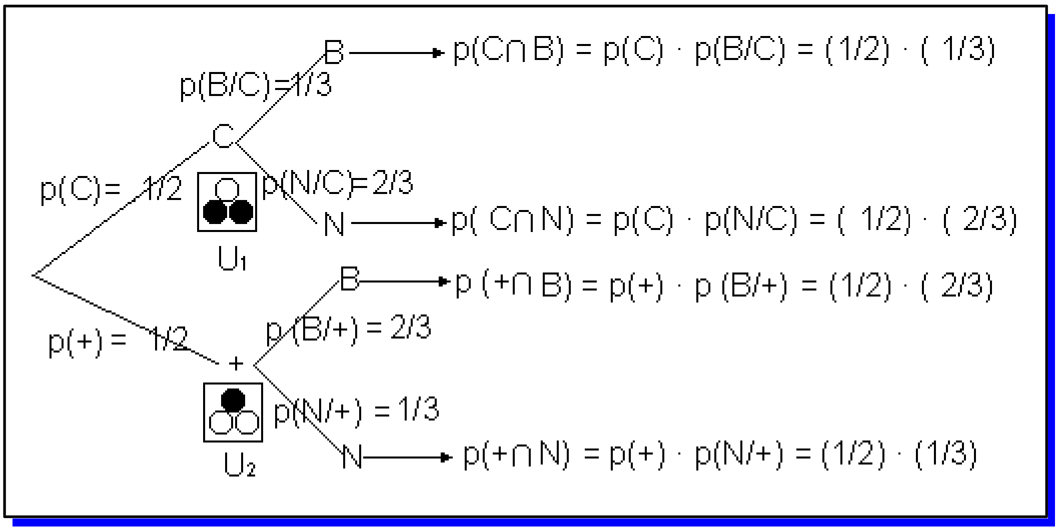
$$p = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0'5 \ (50\%)$$

❁❁❁❄❄✲❄❄❁❁❁

❶❸ *Sean dos urnas* $U_1$ y $U_2$ . $U_1$ *contiene una bola blanca y dos negras, y* $U_2$ *, dos bolas blancas y una negra. Se lanza una moneda y, si sale cara, se extrae una bola de la urna* $U_1$ *y, si sale cruz, se extrae una bola de la urna* $U_2$ *. Halla la probabilidad del suceso* A : obtener una bola blanca.

---oo0oo---

Elaboramos un diagrama en árbol : el primer nivel se corresponde con el primer experimento aleatorio lanzar una moneda, experimento en que pueden darse dos sucesos : que salga cara (C) o cruz (+) , de probabilidades iguales (1/2) y que determina el que elijamos $U_1$ o $U_2$. Después se saca una bola de la urna seleccionada, el segundo nivel del diagrama en árbol, experimento aleatorio en que pueden darse los sucesos : sacar bola blanca (B) o negra (N) .




p(A) = p( Blanca) = $p(C\cap B) + p(+\cap B) = p(C)\cdot(B/C) + p(+)\cdot(B/+) = (1/2)\cdot(1/3) + (1/2)\cdot(2/3) = (1/2)(1/3 + 2/3) =$ **½ = 0'5 ( 50 %)**

❁❁❁❄❄✲❄❄❁❁❁

❶❹ *Halla la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja española sea el rey de espadas, sabiendo que dicha carta es una figura.*

---oo0oo---

Sea : RE = suceso consistente en sacar el rey de espadas.
F = suceso consistente en sacar una figura.

p(sacar el rey de espadas sabiendo que es una figura) = $p(RE/F) = \frac{p(RE\cap F)}{p/F)} = \frac{1/48}{12/48} = \frac{1}{12}$

De otra forma : $p(RE/F) = \frac{\text{cartas que son el rey de espadas y figura}}{\text{cartas que son figura}} = \frac{1}{12}$

En la primera hemos usado la fórmula de la probabilidad condicionada y en la segunda la regla de Laplace directamente.

❀❀❀❄❄✲❄❄❀❀❀

❶❺ *Demuestra que si $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \varnothing$, entonces se verifica que $\mathcal{P}(\mathcal{B}/\mathcal{A}) = 0$.*

---oo0oo---

Aplicamos directamente la definición de probabilidad condicionada:

$$p(B/A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)} = \frac{p(\varnothing)}{p(A)} = \frac{0}{p(A)} = 0$$

❀❀❀❄❄✲❄❄❀❀❀

❶❻ *Extraemos dos bolas de una urna en la que hay cinco bolas blancas y tres negras. Calcula la probabilidad de los sucesos A: las dos bolas son negras y B: la primera bola es blanca y la otra es negra en los casos siguientes:*

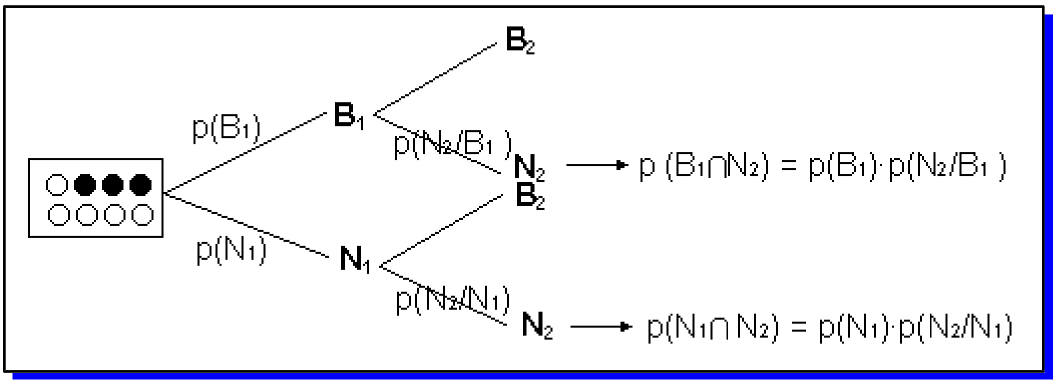
*a) Sin reemplazamiento de la primera bola extraída.*
*b) Con reemplazamiento de la primera bola extraída.*

---oo0oo---

Sea : B = suceso consistente en sacar bola blanca.
N = suceso consistente en sacar bola negra.

Indicamos con un subíndice el lugar en que se extraen.

Elaboramos el diagrama en árbol desarrollando únicamente las ramas que nos interesan :




Las probabilidades en la primera extracción no dependen de si se hace con reemplazamiento o no:

$$p(B_1) = \frac{\text{bolas blancas}}{\text{total}} = \frac{5}{8} \quad p(N_1) = \frac{\text{bolas negras}}{\text{total de bolas}} = \frac{3}{8}$$

**a)** Si la primera bola extraída no se devuelve a la urna, condiciona la probabilidad de la extracción de la segunda bola de manera que :

$p(N_2/N_1)$ = bolas negras que quedan/ bola totales que quedan = 2/ 7 , pues al ser la primera negra quedan 7 bolas ( 2 N y 5 B) de las cuales 2 son negras.

$p(N_2/B_1)$ = bolas negras que quedan/ bola totales que quedan = 3/ 7 , pues al ser la primera blanca quedan 7 bolas ( 3 N y 4 B) de las cuales 3 son negras.

Luego

p(**A**)= p (*las dos bolas son negras*) = $p(N_1 \cap N_2) = p(N_1) \cdot p(N_2/N_1) = (3/8) \cdot (2/7) = 6/56 =$ **3/28**.

p(**B**)= p(*1ªB y 2ª N*) = $p(B_1 \cap N_2) = p(B_1) \cdot p(N_2/B_1) = (5/8) \cdot (3/7) =$ **15/56**.

b) Si la 1ª bola se devuelve a la urna, la composición de la urna cuando se extrae la 2ª bola es la misma que al principio y las probabilidades no se modifican , la primera extracción no modifica la segunda :

$p(N_2/N_1) = = p(N_2) = 3/8$. y $p(N_2/B_1) = p(N_2) = 3/8$ , luego :

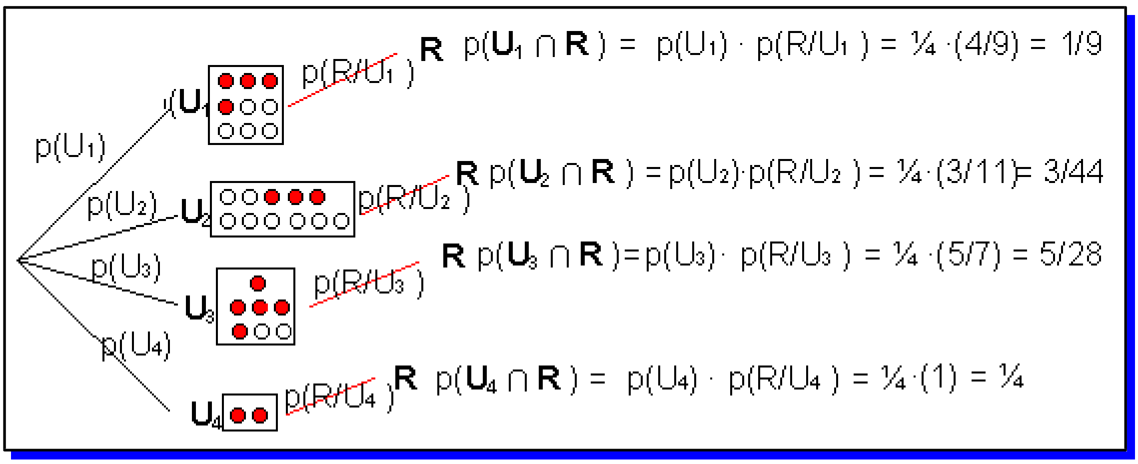
p(**A**)= p (*las dos bolas son negras*) = $p(N_1 \cap N_2) = p(N_1) \cdot p(N_2) = (3/8) \cdot (3/8) =$ **9/64** .
p(**B**)= p(*1ªB y 2ª N*) = $p(B_1 \cap N_2) = p(B_1) \cdot p(N_2) = (5/8) \cdot (3/8) =$ **15/64**.

❶❼ *Disponemos de cuatro urnas con bolas, de tal manera que:*

*- En la primera urna hay cuatro bolas rojas y cinco blancas.*
*- En la segunda urna hay tres bolas rojas y ocho blancas.*
*- En la tercera urna hay cinco bolas rojas y dos blancas.*
*- En la cuarta urna hay dos bolas rojas.*
*Si elegimos una urna al azar y extraemos de ella una bola, ¿cuál es la probabilidad de que ésta sea roja?*

---oo0oo---

Realizamos dos experimentos aleatorios consecutivos, el primero seleccionar una urna ( en el cual puede ocurrir $U_1$ , $U_2$ , $U_3$ y $U_4$ ) y después sacar una bola de la urna elegida, luego el diagrama en árbol tendrá dos niveles :



Aplicamos el teorema de la probabilidad total :

p(**R**) = p(**$U_1$** ∩ **R** ) + p(**$U_2$** ∩ **R** ) + p(**$U_3$** ∩ **R )** + p(**$U_4$** ∩ **R** ) = p($U_1$) · p(R/$U_1$ ) +p($U_2$) · p(R/$U_2$ ) +p($U_3$) · p(R/$U_3$ ) +p($U_4$) · p(R/$U_4$ ) = ¼ ·(4/9) +¼ ·(3/11) +¼ ·(5/7) +¼ ·(1) = 1/9 + 3/44 + 5/28 + ¼ = ( 308 + 189 + 495 + 693) / 2 772 =**1 685 / 2 772 = 0'60786**.

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❶❽ *En un congreso se reúnen 250 médicos del Benelux, de los cuales 115 son holandeses; 65, belgas, y 70, luxemburgueses. De ellos, el 75% de los holandeses, el 60% de los belgas y el 65% de los luxemburgueses están a favor de la utilización de determinada vacuna. Seleccionamos al azar uno de los médicos y resulta estar a favor del uso de la vacuna. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Luxemburgo?*

**---oo0oo---**

Llamamos :

H = *ser holandés*.
B= *ser belga*.
L = *ser luxemburgués*.
V = *estar a favor de la vacuna*.

◎ La probabilidades **dadas** son :

p(H) = 115/250 , p(B) = 65/250, p(L) = 70/250.

y las verosimilitudes :

p(V/H) = p(un holandés esté a favor de la vacuna ) = 0'75
p(V/B )= p(un belga esté a favor de la vacuna ) = 0'6
p(V/L) = p(un luxemburgués esté a favor de la vacuna ) = 0'65

◎ La probabilidad **pedida** es p( ser luxemburgués **sabiendo** que está a favor de la vacuna ) = p ( L/V) , para cuyo cálculo aplicamos el teorema de Bayes :

$$p(L/V) = \frac{p(L \cap V)}{p(V)} = \frac{p(L)\cdot p(V/L)}{p(H)\cdot p(V/H)+p(B)\cdot p(V/B)+p(L)\cdot p(V/L)} = \frac{\frac{70}{250}\cdot 0'65}{\frac{115}{250}\cdot 0'75+\frac{65}{250}\cdot 0'6+\frac{70}{250}\cdot 0'65} = 0'2665$$

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS

❶ *Calcula la probabilidad de que, al extraer cuatro cartas de una baraja española, todas sean de bastos:*

*a) Si las cartas se extraen simultáneamente.*
*b) Si las cartas se extraen una tras otra, devolviendo al mazo cada una antes de extraer la siguiente.*

**---oo0oo---**

Bi = extraer un bastos en la carta i- ésima.

p(cuatro cartas sean bastos ) = $p(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) = p(B_1)\, p(B_2 / B_1) \cdot p(B_3 / (B_1 \cap B_2)) \cdot p(B_4 / (B_1 \cap B_2 \cap B_3))$

**a) Extracción simultánea**

$p(B_1)$ = cartas de bastos / total de cartas = 12 /48 = ¼.
$p(B_2 / B_1)$ = cartas de bastos que quedan/ las que quedan en total = 11/47.
$p(B_3 / (B_1 \cap B_2)) = 10/46 = 5/23$.
$p(B_4 / (B_1 \cap B_2 \cap B_3)) = 9/45 = 1/5$.
Luego :

$p(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) = p(B_1)\, p(B_2 / B_1) \cdot p(B_3 / (B_1 \cap B_2)) \cdot p(B_4 / (B_1 \cap B_2 \cap B_3)) = (1/4) \cdot (11/47) \cdot (5/23) \cdot (1/5) = 55/21\,620 = 11/4\,324 =$ **0’002544**.

**b) Extracción consecutiva con reemplazamiento**.

$p(B_1)$ = cartas de bastos / total de cartas = 12 /48 = ¼.
$p(B_2 / B_1) = p(B_2) = 12/48$ = ¼.
$p(B_3 / (B_1 \cap B_2)) = p(B_3) = 12/48$ = ¼.
$p(B_4 / (B_1 \cap B_2 \cap B_3)) = p(B_4) = 12/48$ = ¼.

ya que las probabilidades sucesivas no se ven condicionadas por los sucesos anteriores pues al reemplazar la carta extraída partimos siempre de las 48 cartas iniciales.
Luego :

$p(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) = p(B_1)\, p(B_2) \cdot p(B_3) \cdot p(B_4) = (1/4)^4 = 1/256 =$ **0’00391**

❆❆❆❉❉✲❉❉❆❆❆

❷ *Efectuamos una apuesta de la lotería Primitiva.*
*a) ¿Cuál es la probabilidad de no acertar ningún número de la combinación ganadora?*
*b) ¿Y la de acertar los seis?*

**---oo0oo---**

A = *acertar una número*
A’ = *no acertar un número, errar el número.*

.

a)

❄ Como hay 49 números y salen 6, habrá 49 - 6 = 43 posibilidades de no acertar el primero 42 el segundo y así sucesivamente
p( no acertar ninguno) = $p(A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3 \cap A'_4 \cap A'_5 \cap A'_6) = (43/49) \cdot (42/48) \cdot (41/47) \cdot (40/46) \cdot (39/45) \cdot (38/44) =$ **0’435865**.

❄ Utilizando combinatoria:

Casos posibles : $C_{49}^{6} = \binom{49}{6}$; Casos favorables = $C_{43}^{6} = \binom{43}{6}$

$$p(\text{no acertar ninguno}) = \frac{\text{favorables}}{\text{totales}} = \frac{\binom{43}{6}}{\binom{49}{6}} = \frac{43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40 \cdot 39 \cdot 38}{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44} = 0'435965$$

**b)**

❄ Como hay 49 números y salen 6
p( acertar todos) = p ( $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6$ ) = (6/49) · (5/48) · (4/47) · (3/46) · (2/45) · (1/44) = **$7'1 \cdot 10^{-8}$**.

❄ Utilizando combinatoria:
Casos posibles : $C_{49}^{6} = \binom{49}{6}$; Casos favorables = 1

$$p(\text{ acertar todos}) = \frac{\text{favorables}}{\text{totales}} = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44} = 7'1 \cdot 10^{-8}$$

❆❆❆❄❄✲❄❄❆❆❆

❸ *El servicio de guardacostas alerta de que la probabilidad de que se produzca una tormenta de gran magnitud en las próximas 24 horas es del 85%. Se sabe que únicamente en un 3% de las ocasiones en que se producen tormentas de tal magnitud se generan olas de más de 4 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que se produzca la tormenta anunciada y que se generen olas de más de 4 metros?*

**---oo0oo---**

Sea :

T = *producirse una tormenta en las próximas 24 hr.*
O = *generarse olas de más de 4 metros.*

Datos : p(T) = 0'85 p(O/T) = 0'03.

Se nos pide p( de que se produzca una tormenta y se generen olas de más de 4 m =

p(T ∩ O), despejando de la fórmula de la probabilidad condicionada :

$$p(O/T) = \frac{p(O \cap T)}{p(T)} = \frac{p(T \cap O)}{p(T)} \Rightarrow p(T \cap O) = p(T) \cdot p(O/T) = 0'85 \cdot 0'03 = 0'0255$$

❆❆❆❄❄✲❄❄❆❆❆

❹ *Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que:*

$P(A)=\frac{2}{7}$ $P(B)=\frac{3}{4}$ $P(A \cup B) = \frac{4}{7}$

*a) Halla P(A/B) y P(B/A).*
*b) Determina si A y B son independientes.*

---oo0oo---

a) De la fórmula de la probabilidad de la unión , despejamos la probabilidad de la intersección ( que vamos a necesitar para hallar las probabilidades condicionadas ):

$$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B) \Rightarrow p(A\cap B) = p(A) + p(B) - p(A\cup B) = 2/7 + 3/7 - 4/7 = 1/7$$

Hallemos ahora las probabilidades solicitadas mediante la fórmula de la probabilidad condicionada :

$$p(A/B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)} = \frac{1/7}{3/7} = \frac{1}{3} \text{ ; } p(B/A) = \frac{p(B\cap A)}{p(A)} = \frac{1/7}{2/7} = \frac{1}{2}$$

b) Hay dos formas de comprobar la independencia ( en realidad es la misma):

- Comprobar si $p(A\cap B)=p(A)\cdot P(B)$ ; $1/7 \neq 6/49=(2/7)\cdot(3/7) \Rightarrow$ **No son independientes**.

- Comprobar si $p(A/B)=p(A)$ ó $p(B/A) = p(B)$ ; $1/3 \neq 2/7 \Rightarrow$ **No son independientes**

❁❁❁❄❄✲❄❄❁❁❁

❺ *Un 20% de los alumnos de un centro escolar practica el fútbol; un 15%, el baloncesto, y un 10%, ambos deportes. Si se elige un alumno al azar, halla la probabilidad de que :*

*a) Practique ambos deportes, sabiendo que practica alguno de ellos.*
*b) Practique el fútbol, sabiendo que no practica el baloncesto.*

---oo0oo---

Sea :

F = *suceso consistente en que se practique fútbol*.
B= *practicar baloncesto*.

Datos: $p(F) = 0'2$ ; $p(B) = 0'15$ y $p(F\cap B) = 0'1$

**a)** $p(F\cap B/ F \cup B)$, vamos a necesitar la probabilidad de la unión

$p(F\cup B) = p(F) + p(B) - p(F\cap B) = 0'2 + 0'15 - 0'1 = 0'25$,

Y aplicando la definición de probablidad condicionada:

$$p[(F\cap B)/(F\cup B)] = \frac{p((F\cap B)\cap(F\cup B))}{p(F\cup B)} = \frac{p(F\cap B)}{p(F\cup B)} = \frac{0'1}{0'25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0'4$$

ya que lo que tienen en común la intersección ($F\cap B$) y l unión ($F\cup B$), es la intersección ($F\cap B$)

b) p(F/B’), aplicamos la fórmula de la probabilidad condicionada :

$$p(F/\overline{B})=\frac{p(F\cap\overline{B})}{p(\overline{B})}=\frac{p(F)-p(F\cap B)}{1-p(B)}=\frac{0'2-0'1}{1-0'15}=\frac{0'1}{0'85}=\frac{10}{85}=\frac{2}{17}=0'117647.$$

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❻ *El 25% de los habitantes de un determinado país son rubios y los demás son morenos. Un 45% de los rubios y un 20 % de los morenos tienen los ojos azules. Calcula la probabilidad de que al elegir un habitante:*

*a) Tenga los ojos azules.*
*b) No tenga los ojos azules.*
*c) Sea moreno, sabiendo que tiene los ojos azules.*
*d) Sea rubio, sabiendo que no tiene los ojos azules.*

**---oo0oo---**

Nominemos los sucesos :

R = *rubio*.
M = *moreno*.
A = *tener los ojos azules*.

| p(R) = 0’25, p(M) = 0’75, p(A/R) = 0’45 y p(A/M) = 0’2 |
|---|

**a)** p(A) = p(R∩ A) + p(M∩ A) = p(R)·p(A/R) + p(M) · p(A/M) = 0’25·0’45+0’75·0’2 = 0’1125 + 0’15 = **0’2625**

**b)** p(A’) = 1 - p(A) = 1 - 0’2625 = **0’7375**.

**c)** p(M/A), aplicamos el teorema de Bayes :

$$p(M/A)=\frac{p(M\cap A)}{p(A)}=\frac{p(M)\cdot p(A/M)}{p(A)}=\frac{0'15}{0'2625}=0'57143.$$

**d)** p(R/A’) , también por el teorema de Bayes:

$$p(R/A')=\frac{p(R\cap A')}{p(A')}=\frac{p(R)-p(R\cap A)}{1-p(A)}=\frac{0'25-0'1125}{0'7375}=\frac{0'1375}{0'7375}=0'18644.$$

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁

❼ *El 55 % de los jóvenes que frecuentan cierta discoteca son menores de 20 años. Un 30% de los menores de 20 años y un 25 % de los mayores de esa edad son chicas. Si se elige un joven al azar:*

*a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica?*

*b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 20 años, sabiendo que es una chica?*
*c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea menor de 20 años, sabiendo que es un chico?*

**---oo0oo---**

Denominamos :

M = *ser mayor de 20 años*.
H = *ser chica*.
V = *ser chico*.

p**(M) = 0'45, p(M') = 0'55, p(H/M') = 0'3, p(H/M) = 0'25 , p(V/M') = 0'7 y p(V/M) = 0'75**

a) p(ser chica) = p(H) = p( M'∩H) + p( M∩ H ) = p(M') · p(H/M') + p(M) · p(H/M) =
= 0'55·0'3 + 0'45·0'25 = 0'165 + 0'1125 = 0'2775

b) p(M/H) , aplicamos el teorema de Bayes:

$$p(M/H) = \frac{p(M\cap H)}{p(H)} = \frac{0'1125}{0'2775} = 0'4554.$$

c) p(M'/V) , por el teorema de Bayes:

$$p(M'/V) = \frac{p(M'\cap V)}{p(V)} = \frac{p(M')\cdot p(V/M')}{p(M)\cdot p(V/M)+p(M')\cdot p(V/M')} = \frac{0'55\cdot 0'7}{0'45\cdot 0'75+0'55\cdot 0'7} = \frac{0'385}{0'3375+0'385} = \frac{0'385}{0'7225} = 0'5329$$

❁❁❁❉❉✲❉❉❁❁❁