❶❾ ¿Cuántos modelos de billetes de tren deben imprimirse para cubrir un trayecto de ocho estaciones, si en cada billete debe figurar la estación de salida y la de llegada?

---oo0oo---

◈ Influye el orden pues, en el billete, se ha de poner la estación de salida y la de llegada y el trayecto en sentido contrario las estaciones han de estar invertidas.

◈ No pueden ser las mismas las estaciones de partida que la de llegada pues no habría viaje, sin repetición.

Son, pues, variaciones de 8 estaciones agrupadas de 2 en 2 :

$V_{8,\,2}$ = 8 · 7 = 56 modelos de billetes.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷⓿ Con un dominó completo, ¿ cuántas elecciones de siete fichas se pueden hacer ?

---oo0oo---

⦿ No influye el orden pues la combinación de 7 fichas es la misma independiente de cómo las tomemos siempre que sean las mismas.

⦿ No se pueden repetir pues sólo hay una de cada.

Son combinaciones de 28 fichas agrupadas de 7 en 7 :

$$C_{28,7} = \binom{28}{7} = \frac{28\cdot27\cdot26\cdot25\cdot24\cdot23\cdot22}{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 9\cdot26\cdot5\cdot4\cdot23\cdot11 = 1\ 184\ 040 \text{ grupos de 7 fichas.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❶ ¿De cuántas maneras se pueden repartir las medallas de oro, plata y bronce entre los 12 atletas participantes en una carrera?

---oo0oo---

- ▣ Es evidente que influye el orden pues no da lo mismo ganar el oro, la plata o el bronce.
- ▣ Es evidente que un atleta no puede llegar el primero, el segundo y el tercero, luego no hay repetición.

Son variaciones ordinarias de 12 atletas formando grupos de 3 :

$V_{12,\,3}$ = 12 · 11 · 10 = 1 320 clasificaciones.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❷ ¿Cuántas rectas distintas y cuántos triángulos diferentes determinan los vértices de un decágono regular?

---oo0oo---

➲ **Rectas**(dos puntos)

- No influye el orden, pues por dos puntos pasa una única recta sin importar el sentido.
- No pueden repetirse pues para que una recta esté determinada necesitamos dos puntos diferentes.

Son combinaciones de 10 puntos tomados de 2 en 2 :

$$C_{10,2}=\binom{10}{2}=\frac{10\cdot 9}{2}=5\cdot 9=45 \text{ rectas.}$$

➲ **Triángulos**(tres puntos)

- No influye el orden, pues por tres puntos se dibuja un triángulo independientemente del orden en que se dibujen sus lados.
- No pueden repetirse.

Son combinaciones de 10 puntos tomados de 3 en 3 :

$$C_{10,3}=\binom{10}{3}=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2}=5\cdot 3\cdot 8=120 \text{ triángulos.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❸ ¿ Cuántas diagonales tiene un polígono regular de 14 lados ? ¿ Y uno de 20 ? ¿ Y uno de n lados ?

---oo0oo---

Hallamos primero el caso general de n lados :

◆ Vértices : n.

◆ Diagonales por vértice : no se pueden trazar diagonales con los dos vértices consecutivos (son los lados) y consigo mismo, luego se pueden trazar para el resto menos para estos tres : n - 3.

◆ Como cada diagonal une dos vértices, la contamos dos veces, luego hay que dividir por 2.

$$D_n=\frac{n\cdot(n-3)}{2},\ \text{para } n = 14 \to D_{14}=\frac{14(14-3)}{2}=7\cdot 11=77,\ \text{para } n = 20, D_{20}=\frac{20(20-3)}{2}=10\cdot 17=170$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❹ En un plano hay 10 rectas tales que dos cualesquiera de ellas no son paralelas y no hay tres rectas que se corten en un mismo punto. ¿ Cuántos puntos de intersección determinan ?

---oo0oo---

Como dos no son paralelas y no se cortan en un punto más de tres, se cortarán de 2 en 2 y al no influir el orden son combinaciones :

$$C_{10,2} = \binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 5 \cdot 9 = 45 \text{ puntos de corte.}$$

◈◈◈▣▣⦿▣▣◈◈◈

❷❺ En un concierto actúan seis grupos musicales. ¿ De cuántas maneras distintas puede organizarse su orden de actuación ? Si los organizadores desean que el grupo más famoso actúe en último lugar, ¿ entre cuántas opciones distintas pueden elegir ?

---oo0oo---

Han de actuar todos los grupos en orden diferente, luego son permutaciones ordinarias (un mismo grupo no actúa dos veces):

$$\mathbf{P_6 = 6\,! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \text{ maneras}}$$

Si uno de los grupos actúa en una determinada posición quedan los otros 5 para permutar :

$$\mathbf{P_5 = 5\,! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ maneras}}$$

◈◈◈▣▣⦿▣▣◈◈◈

❷❻ De todos los números de cinco cifras que pueden formarse utilizando únicamente las cifras impares, ¿ cuántos tienen cifras repetidas ?

---oo0oo---

Cifras impares : 1 , 3, 5, 7 y 9, cinco en total.

Como formamos números de cinco cifras , importa el orden y pueden repetirse, en los que se repiten cifras son :

Números con cifras repetidas = números totales - números sin cifras repetidas.

El total de números que pueden formarse son $VR_{5,5} = 5^5 = 3\,125$.

Números con cifras distintas : $V_{5,5} = P_5 = 5\,! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

Luego N^{os} con cifras repetidas = 3 125 - 120 = 3 005.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❼ En una consulta médica pueden elegirse el día de visita (de lunes a viernes), el horario (de mañana o de tarde) y el doctor (Dr. Pérez, Dr. Rodríguez y Dra. García). ¿ De cuántas maneras puede elegir visitarse cada paciente ? ¿Y si el Dr. Rodríguez no visita los viernes ni la Dra. García los lunes por la tarde ?

---oo0oo---

a) Visitas = nº de días · nº de horarios · nº de doctores = 5 · 2 · 3 =**30** .

b)
Como el Dr. Rodríguez no visita el viernes se pierde = 1 día · 1 médico · 2 horarios = 2 visitas.

El Dr. García no recibe los lunes por la tarde, luego perdemos = 1 médico · 1 día · 1 horario = 1 visita

Quedan pues 30 - 2 - 1 = **27** visitas disponibles.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❽ Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6, ¿ cuántos números de cinco cifras diferentes pueden formarse ? ¿ Cuántos están comprendidos entre 30 000 y 50 000 ?

---oo0oo---

Influye el orden pero no pueden repetirse ("cifras diferentes ") luego son variaciones ordinarias de 6 cifras agrupadas de 5 en 5 :

$V_{6,5}$ = 6 · 5 · 4 · 3 · 2 = 720 números.

Los comprendidos entre 30 000 y 50 000 serán los que comiencen por 3 y 4 o sea de la forma 3 _ _ _ _ y 4_ _ _ _ , es decir las variaciones de los 5 restantes agrupados de 4 en cuatro :

$2V_{5,4}$ = 2(5 · 4 · 3 · 2) = 2·120 = 240 números.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷❾ Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6, ¿ cuántos números de seis cifras distintas se pueden formar ? Si los ordenamos de menor a mayor, ¿ qué lugar ocupa el número 352461 ?

---oo0oo---

✠ Influye el orden, no pueden repetirse y tomamos todos :

$$P_6 = 6\,! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \text{ números}$$

✠ Veamos cuántos hay menores que 352 461 :

✡ Los que comienzan por 1 y 2 , de la forma 1 _ _ _ _ _ y 2 _ _ _ _ _ , permutaciones del resto $2P_5 = 2{\cdot}5! = 2(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 240$.

✡ Los que comienzan por 31, 32, y 34, de la forma 31 _ _ _ _ , 32 _ _ _ _ y 34 _ _ _ _, : $3P_4 = 3 \cdot 4! = 3\,(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 72$.

✡ Los que comienzan por 351, de la forma 351 _ _ _, : $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

✡ Los que comienzan por 3521, de la forma 3521_ _ , : $P_2 = 2\,! = 2$.

✡ Los que comienzan por 35241, de la forma 35241_, : uno el 352416.

Menores que el número cuyo orden se busca hay : 240 + 72 + 6 + 2 + 1 = 321, y por tanto **el número 352 461, que es el siguiente, ocupa el lugar 322**.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸⓿ Se lanza una moneda ocho veces y se anotan ordenadamente los resultados obtenidos. ¿ De cuántas maneras es posible obtener 5 caras y 3 cruces ? ¿ Y 2 caras y 6 cruces ?

---oo0oo---

Como intervienen los ocho elementos se trata de permutaciones y, como hay algunos repetidos, con repetición :

$$\text{a) } PR_8^{5,3} = \frac{8!}{5!{\cdot}3!} = \frac{8{\cdot}7{\cdot}6{\cdot}5!}{5!{\cdot}3{\cdot}2} = 8 \cdot 7 = 56; \quad \text{b) } PR_8^{6,2} = \frac{8!}{6!{\cdot}2!} = \frac{8{\cdot}7{\cdot}6!}{6!{\cdot}2} = 4 \cdot 7 = 28$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❶ En una heladería venden cucuruchos de tres bolas. Cada cliente elige el sabor de cada una de las bolas entre los siguientes: vainilla, chocolate, fresa y coco. ¿ Cuántos cucuruchos diferentes es posible elegir ?

---oo0oo---

Dos cucuruchos se diferencian en los sabores (al menos uno distinto) sin importar el orden, pero pudiendo tener sabores repetidos, luego con combinaciones con repetición :

$$CR_4^3 = \binom{4+3-1}{3} = \binom{6}{3} = \frac{6{\cdot}5{\cdot}4}{3{\cdot}2} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cucuruchos.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❷ Averigua de cuántas maneras pueden sentarse seis personas:
a) En un banco de seis asientos.
b) En una mesa redonda, suponiendo que los sitios están numerados.
c) En una mesa redonda, si lo único que importa es qué compañeros tiene cada persona a la izquierda y a la derecha.

---oo0oo---

a) Como se toman las seis personas, sólo se puede modificar el orden, son permutaciones : $P_6 = 6 ! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ **maneras**

b) Si los sitios están numerados es como si estuviesen en fila, el número da el orden. Es como en el caso anterior : **720 maneras**.

c) Son permutaciones circulares : $PC_6 = P_5 = 5 ! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ **maneras**

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❸Con las cifras 2, 3 y 4, ¿ cuántos números distintos de cuatro cifras pueden formarse ? ¿ Cuánto suman todos ellos ?

---oo0oo---

❈ Influye el orden, se deben repetir (tenemos 3 cifras y cuatro lugares), luego son variaciones con repetición : $VR_{3,4} = 3^4 = 81$ **números**.

❈ Suma:

hay que tener en cuenta que cada cifra se repite en la unidades, decenas, centenas y unidades de millar 81/3 = 27 veces, luego :

Suma = 27 (2 + 3 + 4) + 27 (20 + 30 + 40) + 27 (200 + 300 + 400) + 27 (2 000 + 3 000 + 4 000) = 27(9 + 90 + 900 + 9 000) = 27 (9 999) = 269 943.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❹ A un concurso literario se presentan 25 personas. Si está previsto conceder tres premios a tres participantes distintos:

a) ¿ De cuántas maneras puede elegirse a los premiados si los tres premios son diferentes?
b) ¿Y si los tres premios son iguales?
c) ¿Y si el segundo y el tercer premio son dos accésit iguales y el primero es diferente

---oo0oo---

En los tres casos no puede haber repetición pues se dice que los premios se conceden a " tres participantes distintos".

a) Influye el orden, pues los premios son de diferente categoría, luego son variaciones : **$V_{25,3}$ = 25 · 24 · 23 = 13 800 maneras**.

b) No influye el orden pues los premios son iguales, luego son combinaciones :

$$C_{25,3} = \binom{25}{3} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{3 \cdot 2} = 25 \cdot 4 \cdot 23 = 2300 \text{ maneras.}$$

c) Influye el orden en que se elijan el primero y los otros dos, pero no entre el segundo y el tercero:

El primero $V_{25,\,1}$ = 25 maneras.

Los otros dos, quedan 24 personas que hay que seleccionar, sin que importe el orden de 2 en 2, son combinaciones :

$$C_{24,2} = \binom{24}{2} = \frac{24 \cdot 23}{2} = 12 \cdot 23 = 276 \text{ maneras.}$$

Luego, en **total = maneras de elegir el 1º · maneras de elegir los otros dos = 25 · 276 = 6 900 formas.**

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❺ De una baraja española (48 cartas) se extraen simultáneamente cuatro cartas. ¿ Cuántos resultados distintos son posibles ? ¿ En cuántos de ellos hay exactamente tres cartas de oros y una de copas ? ¿ En cuántos hay una carta de cada palo ?

---oo0oo---

❃ Al ser extracción simultánea no puede haber dos iguales (sin repetición) y no influye el orden, luego se trata de hallar las combinaciones de 48 cartas agrupadas de 4 en 4 :

$$C_{48,4} = \binom{48}{4} = \frac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 2 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 = 194\ 580 \text{ resultados.}$$

❃ Como en el palo de oros hay 12 cartas hemos de hacer combinaciones de 3, en el de copas combinaciones de 12 tomadas de 1 en 1:

$$C_{12,3} \cdot C_{12,1} = \binom{12}{3} \cdot \binom{12}{1} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2} \cdot 12 = 2 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 12 = 2\ 640 \text{ resultados.}$$

❃ Una de cada palo = 12 de oros · 12 de copas · 12 de espadas · 12 de bastos = 12^4 = 20 736 resultados.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❻ Se lanzan consecutivamente seis dados y se anotan ordenadamente los resultados. ¿ De cuántas maneras es posible obtener número primo en los tres primeros lanzamientos y número compuesto en los tres últimos ?

---oo0oo---

De las 6 caras de un dado son primos cuatro (1, 2, 3 y 5) para que en los tres primeros lanzamientos se obtengan alguno de esos cuatro números primos hay que tener en cuenta que pueden repetirse (salir 1, 1,1 por ejemplo) y que influye el orden (se distingue la serie 1, 2, 3 de la 2,1,3 precisamente por el orden), luego son variaciones con repetición:

$$\mathbf{VR_{4,\,3} = 4^3 = 64}\ \textbf{posibilidades.}$$

En los tres últimos lanzamientos hay que formar grupos de 3 con los dos números compuestos (4 y 6) , como influye el orden y pueden repetirse serán también :

$$\mathbf{VR_{2,\,3} = 2^3 = 8}\ \textbf{posibilidades.}$$

De que se den las dos circunstancias a la vez será el producto :

posibilidades de 3 números primos · posibilidades de 3 compuestos = 64 · 8 = 512

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❼ Con los números -2, -3, -5, -7, 11, 13 y 17, ¿ cuántos productos de tres factores diferentes pueden formarse ? ¿ Cuántos de ellos son positivos y cuántos negativos ?

---oo0oo---

❋ Consideramos productos distintos si lo son los factores, que no pueden repetirse pues se pide “ tres factores diferentes “.

❋ No influye el orden pues el producto de números es conmutativo (a · b = b · a).

Son combinaciones ordinarias de los siete factores de que disponemos tomándolos de 3 en 3 :

$$C_{7,3} = \binom{7}{3} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2} = 7\cdot 5 = 35 \text{ productos.}$$

Como el número de factores es impar (3), los productos serán positivos :

① Si las tres cifras son positivas : combinaciones de 3 cifras (las positivas) tomadas de 3 en 3:

$$C_{3,3} = \binom{3}{3} = 1$$

② Si una es positiva y las otras dos negativas (+ · - · - = +):

3 pistivas · $C_{4,2}$ (grupos de 2 negativas) = $3 \cdot \binom{4}{2} = 3 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$

Luego en total habrá 1 + 18 = 19 productos positivos

par hallar los productos negativos lo más fácil y rápido es hacer la diferencia :

Productos negativos = productos totales - productos positivos = 35 - 19 = 16.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❽ ¿De cuántas maneras podemos ordenar las letras de la palabra COMBINATORIA, si en el lugar ocupado por vocales no pueden ir consonantes ni viceversa?

---oo0oo---

Hay 6 consonantes y 3 vocales distintas (la i se repite dos veces la o dos veces y la a dos veces). Como deben ir por separado, habrá que ver cuántas permutaciones pueden hacerse con las vocales por un lado y las consonantes por otro.

✡ Permutaciones de las consonantes : $P_6 = 6! = 720$.

✡ Permutaciones de las 6 vocales repitiéndose 2 veces cada una de las tres :

$$PR_6^{2,2,2} = \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 6 \cdot 5 \cdot 3 = 90.$$

Ordenaciones = Consonantes x vocales = 720 · 90 = 64 800 ordenaciones.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸❾ Colocando consecutivamente signos + y -, ¿ cuántos códigos distintos pueden formarse usando más de un signo y menos de seis ?

---oo0oo---

Más de uno y menos de 6 significa que se pueden formar grupos de 2, 3, 4 y 5 signos, en los que importa el orden y deben repetirse, luego :

$VR_{2,2} + VR_{2,3} + VR_{2,4} + VR_{2,5} = 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 4 + 8 + 16 + 32 = 60$ códigos.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❹⓿ ¿ Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar de manera que las dos primeras sean impares y las tres últimas sean pares o cero ? ¿ Cuánto suman todos ellos ?

---oo0oo---

✣ Influye el orden al tratarse de números

✣ En las dos primeras se pueden distribuir las 5 cifras impares, sin repetirse y tomadas de 2 en 2 : **$V_{5,2}$ = 5 · 4 = 20 maneras**.

✣ En las tres últimas hay que distribuir otras cinco cifras (las pares más el cero) pero en grupos de 3 : **$V_{5,3}$ = 5 · 4 · 3 = 60 maneras**.

Total = $V_{5,2} \cdot V_{5,3}$ = 20 · 60 = 1 200 números.

✣ Cada cifra se repite 1 200/ 5 = 240 veces, es decir en la unidades, decenas y centenas se repiten 240 las cifras pares y el cero y en las unidades y decenas de mil se repiten 240 veces las impares, luego :

Suma = 240 (0 + 2 + 4 + 6 + 8) + 240· 10 (0 + 2 + 4 + 6 + 8) + 240 · 100 (0 + 2 + 4 + 6 + 8) + 240 · 1000 (1 + 3 + 5 + 7 + 9) + 240 · 10 000 (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 240 · 20 + 2 400 · 20 + 24 000 · 20 + 240 000 · 25 + 2 400 000 · 25 = 20 (240 + 2 400 + 24 000) + 25 (240 000 + 2 400 000) = 20 · 26 640 + 25 2 640 000 = 66 532 800.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❹❶ En la lotería Primitiva, ¿ cuántas de las posibles apuestas incluyen los números 17, 23 y 42 ? ¿ Cuántas no incluyen ningún múltiplo de 5 ? ¿ Cuántas incluyen únicamente dos números acabados en 2 ?

---oo0oo---

⌘ De los seis números que se juegan en una apuesta tenemos ya tres (el 17, el 23 y el 42) de entre los 49 - 3 = 46 restantes hemos de elegir los otros tres, sin que importe el orden ni se puedan repetir :

$$C_{46}^{3} = \frac{46 \cdot 45 \cdot 44}{3 \cdot 2} = 46 \cdot 15 \cdot 22 = 15\ 180 \text{ apuestas.}$$

⌘ Los múltiplos de 5 entre los 49 primeros números son 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 y 45 (9) que restados a los 49, nos dejan 49 - 9 = 40 números para elegir en grupos de 6 sin que influya el orden ni se puedan repetir :

$$C_{40}^{6} = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 13 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 6 \cdot 35 = 3\ 838\ 380 \text{ apuestas.}$$

⌘ Los número del 1 al 49 que terminan en 2 son : 2, 12, 22, 32 y 42. Con estos 5 números debemos hacer grupos de 2 sin importar el orden ni repetirse :

$$C_{5}^{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \text{ grupos.}$$

Con cada uno de estos diez grupos hemos de combinar los 49 - 5 = 44 números restantes tomándolos de (6 - 2 =) 4 en 4, sin repetirlos y sin que influya el orden :

$$C_5^2 \cdot C_{44}^4 = \binom{5}{2} \cdot \binom{44}{4} = 10 \cdot \frac{44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 135751 = 1\,357\,510 \text{ apuestas.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❹❷ En una urna hay tres bolas blancas, dos negras y cuatro rojas. Se van sacando una tras otra y se colocan ordenadamente. ¿ Cuántos resultados distintos es posible obtener ? ¿ En cuántos de éstos salen las cuatro bolas rojas seguidas ?

---oo0oo---

✥ Hay 3B + 2N + 4R = 9 bolas en total, pudiendo formar grupos de 9 en 9 en donde se repiten algunas, luego son :

$$PR_9^{3,2,4} = \frac{9!}{4! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 9 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5 = 1\,260 \text{ resultados.}$$

✥ Como hay tres grupos de colores, el rojo se puede colocar con los otros 2 colores de 3! = 3 · 2 = 6 formas distintas (**R**BN, **R**NB, N**R**B, NB**R**, B**R**N y BN**R**). Con cada una de las 6 ordenaciones anteriores las 3 + 2 = 5 bolas restantes se pueden combinar :

$$6 \cdot PR_5^{3,2} = 6 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2} = 6 \cdot 10 = 60 \text{ formas diferentes.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❹❸ En una carrera hay siete participantes del equipo A y cinco del equipo B. Todos llegan a la meta. Di de cuántas maneras pueden llegar de forma que los dos primeros sean del equipo A.

---oo0oo---

Como los dos primeros han de ser del grupo A , hemos de ver primero cuántas ordenaciones pueden hacerse con los siete participantes del grupo A agrupándolos de 2 en 2, influyendo el orden y sin que se puedan repetir (una persona no puede llegar el primero y el segundo) : $V_{7,2}$ = 7 · 6 = 42 grupos de dos. Con cada uno de estos 42 grupos, los 10 corredores restantes hay que permutarlos (todos llegan a la meta) :

$42 \cdot P_{10} = 42 \cdot 10! = 42 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$ 152 409 600 clasificaciones.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈