❼ Las 4 niñas y los 5 niños de un grupo quieren jugar a formar un corro. ¿De cuántas maneras pueden colocarse si 3 niñas quieren ponerse juntas y 2 niños también? ¿Y si todos los niños quieren estar juntos?

---oo0oo---

El corro se forma con los siguientes grupos : un primer grupo de 3 niñas, un 2º grupo de 2 niños, un 3er grupo de 1 niña que queda y un 4º grupo de los 3 niños que quedan.

Con estos 4 grupos pueden formarse : $PC_4 = P_3 = 3\,! = 6$ ordenaciones distintas.

En cada una de estas 6 ordenaciones, a su vez, se pueden permutar los elementos internos de cada grupo :

$$P_3 = 6\ ;\ P_2 = 2;\ P_3 = 6.$$

Luego el número total de formas de colocarse es:

$6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 = 432$ maneras.

Si todos los niños quieren estar juntos, las niñas también lo estarán, habrá dos grupos : $PC_2 = P_1 = 1! = 1$, y en cada grupo las permutaciones posibles son :

$P_5 = 5! = 120$ y $P_4 = 4\,! = 24$.

Luego el total es **$1 \cdot 120 \cdot 24 = 2\,880$ maneras**.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

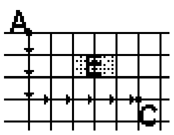
❾ Considera de nuevo el plano del ejercicio resuelto 5.

a) ¿ De cuántas formas se puede ir desde el punto A hasta el punto C, en el mínimo tiempo posible, sin atravesar el ayuntamiento, señalado con la letra E ?

b) ¿ De cuántas formas se puede ir desde el punto A hasta el punto D, en el mínimo tiempo posible, teniendo en cuenta que la calle F está cortada ?

---oo0oo---

a)



Cualquier camino para ir de A a C que sea más corto conlleva 3 travesías verticales y 5 horizontales, una de las cuales se muestra en dibujo .

Representemos por **V** si nos desplazamos en una esquina en vertical y **H** si nos desplazamos en horizontal

Las travesías se caracterizan por :

◈ Importa el orden pues no es lo mismo **VVVHHHHH**, que **VHVVHHHH**, por ejemplo.

◈ Como ya hemos dicho en todos los caminos hay 8 desplazamientos (3 **V** y 5 **H**).

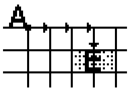
◈ Se repiten elementos (3 veces la **V** y 5 la **H**).

Teniendo en cuenta las características expuestas, se trata de permutaciones con repetición de 8 elementos repitiéndose 3 en vertical y 5 en horizontal :

$$PR_8^{3,5} = \frac{8!}{3!\cdot 5!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5!}{3\cdot 2\cdot 5!} = 8\cdot 7 = 56 \text{ Caminos.}$$

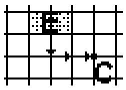
Ahora hay que descontar los que pasan por el ayuntamiento que serán el producto de los que entran por los que salen de él:

♦ **Entran** (hasta centro superior pues dice “atravesar”) : los caminos más cortos implican un desplazamiento vertical (**V**) y 3 en horizontal (**H**), luego :



$$PR_4^{3,1} = \frac{4!}{3!\cdot 1!} = \frac{4\cdot 3!}{3!} = 4 \text{ caminos.}$$

♦ **Salen** (desde el centro inferior, pues han de atravesarlo) : los caminos más cortos implican 1 desplazamiento vertical (**V**) y 2 en horizontal (**H**)



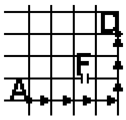
$$PR_3^{2,1} = \frac{3!}{2!\cdot 1!} = \frac{3\cdot 2!}{2!} = 3 \text{ caminos}$$

Luego los caminos que pasan por E son 4 · 3 = 12 caminos, que hemos de restar a los 56 obtenidos de A a C y nos quedan:

56 - 12 = 44 caminos posibles van de A a C sin pasar por el ayuntamiento.

b) Procedemos como en el apartado **a)** :

⌘ Desplazamientos que implican los caminos de menor tiempo desde **A** hasta **D** : 4 **H** y 3 **V**, luego el número de caminos es :



$$PR_7^{3,4} = \frac{7!}{3!\cdot 4!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{3\cdot 2\cdot 4!} = 7\cdot 5 = 35 \text{ caminos}$$

⌘ Caminos que pasan por **F** :

♦ Llegan a **F** : $PR_3^{1,2} = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = \frac{3\cdot 2!}{2!} = 3$ caminos.

♦ Salen de **F** a **D** : los mismos 2 **V** y 1 **H** = **3 caminos**.

Luego pasan por **F** = 3 · 3 = **9 caminos**
El total de caminos de A a D sin pasar por F son :

35 - 9 = 26 caminos.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❿ Con las cifras del 1 al 6, ¿ cuántos números de cuatro cifras distintas pueden formarse ?
- Si ordenamos todos estos números de menor a mayor, ¿ qué lugar ocupa el 3542 ?

---oo0oo---

⌖ Influye el orden pues no es lo mismo, por ejemplo, 1234, que 2143.

⌖ No se pueden repetir pues dice “ distintas”

Son variaciones ordinarias de 6 elementos (1, 2,3, ..., 6) tomados de 4 en 4 :

$$V_6^4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360 \text{ números.}$$

- Para saber el lugar que ocupa el número 3542, tenemos que estudiar cuántos son menores que él :

✧ Los que empiezan por 1, es decir de la forma 1_ _ _, que son las variaciones del resto (5 cifras) tomadas de 3 en 3 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60}$.

✧ Los que empiezan por 2, es decir de la forma 2_ _ _, que son las variaciones del resto (5 cifras) tomadas de 3 en 3 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60}$.

✧ Los que comienzan por 31, es decir de la forma 31 _ _, que son las variaciones del resto (4 cifras) tomadas de 2 en 2 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12}$.

✧ Los que comienzan por 32, es decir de la forma 32 _ _, que son las variaciones del resto (4 cifras) tomadas de 2 en 2 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12}$.

✧ Los que comienzan por 34, es decir de la forma 34 _ _, que son las variaciones del resto (4 cifras) tomadas de 2 en 2 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12}$.

✧ Los que comienzan por 351, es decir de la forma 351_, que son las variaciones del resto (3 cifras) tomadas de 1 en 2 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{3,1} = 3}$.

✧ Los que comienzan por 352, es decir de la forma 352_, que son las variaciones del resto (3 cifras) tomadas de 1 en 2 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{V_{3,1} = 3}$.

✧ El 3541

Luego menores que 3 542 hay 2 · 60 + 3 · 12 + 2 · 3 + 1 = 120 + 36 + 6 + 1 = 163 números y por lo tanto el 3 542 ocupa el siguiente lugar, es decir el lugar 164.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❶ Con las cifras del 1 al 4, ¿ cuántos números diferentes de cuatro cifras (distintas o no) pueden formarse ?
- Si ordenamos todos estos números de menor a mayor, ¿qué lugar ocupa el 3132?

---oo0oo---

⌖ Influye el orden pues no es lo mismo, por ejemplo, 1234, que 2143.

⌖ Se pueden repetir pues dice “ distintas o no ”

Son variaciones con repetición de 4 elementos (1, 2,3 y 4) tomados de 4 en 4 :

$$VR_{4,\,4} = 4^4 = 256 \text{ números.}$$

- Para saber el lugar que ocupa el número 3 132, tenemos que estudiar cuántos son menores que él :

✧ Los que empiezan por 1, es decir de la forma 1_ _ _, que son las variaciones con repetición de las 4 cifras tomadas de 3 en 3 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{VR_{4,3} = 4^3 = 64}$.

✧ Los que empiezan por 2, es decir de la forma 2_ _ _, que son las variaciones con repetición de las 4 cifras tomadas de 3 en 3 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{VR_{4,3} = 4^3 = 64}$.

✧ Los que comienzan por 311, es decir de la forma 3 11 _, que son las variaciones con repetición de las 4 cifras tomadas de 1 en 1 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{VR_{4,1} = 4}$.

✧ Los que comienzan por 312, es decir de la forma 3 12 _, que son las variaciones con repetición de las 4 cifras tomadas de 1 en 1 (lugares que hay que rellenar) : $\mathbf{VR_{4,1} = 4}$.

✧ El 3 131

Luego menores que 3 132 hay 2 · 64 + 2 · 4 + 1 = 128 + 8 + 1 = 137 números y por lo tanto el 3 132 ocupa el siguiente lugar, el lugar 138.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❷ Calcula la suma de los números de tres cifras diferentes que pueden formarse con las cifras 2, 4, 6 y 8.

---oo0oo---

Veamos primero cuántos hay :

⌑ Importa el orden al ser números que se forman con el método posicional.

⌑ No pueden repetirse pues pide “cifras distintas “.

Son variaciones ordinarias de las cuatro cifras (2, 4, 6 y 8) agrupadas de 3 en 3 :

$$V_{4,\,3} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ números.}$$

Con la cifra 2 en las unidades, es decir de la forma _ _ 2, habrá las variaciones de 3 cifras que quedan tomadas de 2 en 2 (lugares por ocupar) : $V_{3,\,2} = 3 \cdot 2 = 6$. E igual para las otras tres cifras y el resto de las posiciones (decenas y centenas)

De otra forma : si hay 24 números en total y cuatro cifras, cada cifra se repetirá en cada una de las tres posiciones (unidades, decenas y centenas) de 24 / 4 = 6 veces.

Hallaremos las sumas parciales y por último el total :

- **Suma de las unidades** : hay 6 números en 2, 6 en 4, 6 en 6 y 6 en 8 , es decir $6 \cdot (2 + 4 + 6 + 8)$.

- **Suma de las decenas** : hay 6 números en 2·10, 6 en 4·10, 6 en 6·10 y 6 en 8·10 , es decir $6 \cdot (20 + 40 + 60 + 80) = 60 \cdot (2 + 4 + 6 + 8)$.

- **Suma de las centenas** : hay 6 números en 2·100, 6 en 4·100, 6 en 6·100 y 6 en 8·100 , es decir $6 \cdot (200 + 400 + 600 + 800) = 600 \cdot (2 + 4 + 6 + 8)$.

Suma total = 6 · (2 + 4 + 6 + 8) + 6 · (20 + 40 + 60 + 80) + 6 · (200 + 400 + 600 + 800) = 6 (2 + 4 + 6 + 8 + 20 + 40 + 60 + 80 + 200 + 400 + 600 + 800) = 6 · (20 + 200 + 2 000) = 6 · 2220 = 13 320 = 6 (2 + 4 + 6 + 8) + 60 ·(2 + 4 + 6 + 8) + 600 ·(2 + 4 + 6 + 8) = (2 + 4 + 6 + 8) (6 + 60 + 600) = 20 · 666 = 13 220.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❸ Calcula la suma de los números de cinco cifras diferentes que pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5.

---oo0oo---

Veamos primero cuántos hay :

⌑ Importa el orden al ser números que se forman con el método posicional.

⌑ No pueden repetirse pues pide “cifras distintas “.

⌑ En cada ordenación intervienen todos los elementos.

Son permutaciones ordinarias de las cinco cifras (1, 2, 3, 4, y 5) agrupadas de 5 en 5 :

$$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ números.}$$

Con la cifra 1 en las unidades, es decir de la forma _ _ _ _ 1, habrá las permutaciones de 4 cifras que quedan tomadas de 4 en 4 (lugares por ocupar) : $P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$. E igual para las otras cuatro cifras y el resto de las posiciones (decenas, centenas, unidades de millar y decenas de millar)

De otra forma : si hay 120 números en total y cinco cifras, cada cifra se repetirá en cada una de las cinco posiciones (unidades, decenas, centenas, unidades de millar, y decenas de millar) 120 / 5 = 24 veces.

Hallaremos las sumas parciales y por último el total :

◈ **Suma de las unidades** : hay 24 números en 1, 24 en 2, etc. , es decir 24 · (1 + 2+ 3+ 4 + 5).

◈ **Suma de las decenas** : hay 24 números en 1·10, 24 en 2·10, etc. , es decir 24 · (10 + 20+ 30 + 40 + 50) = 240 (1 + 2 + 3 + 4 + 5).

◈ **Suma de las centenas** :hay 24 números en 1·100, 24 en 2·100, etc. , es decir 24 · (100 + 200 + 300 + 400 + 500) = 2 400 (1 + 2 + 3 + 4 + 5).

◈ **Suma de las unidades de millar** :hay 24 números en 1·1 000, 24 en 2·1 000, etc. , es decir 24 · (1 000 + 2 000 + 3 000 + 4 000 + 5 000) = 24 000 (1 + 2 + 3 + 4 + 5).

◈ **Suma de las decenas de millar** :hay 24 números en 1·10 000, 24 en 2·10 000, etc. , es decir 24 · (10 000 + 20 000 + 30 000 + 40 000 + 50 000) = 240 000 (1 + 2 + 3 + 4 + 5).

Suma total = 24 · (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 24 · (10 + 20+ 30 + 40 + 50) +24 · (100 + 200 + 300 + 400 + 500) +24 · (1 000 + 2 000 + 3 000 + 4 000 + 5 000) +24 · (10 000 + 20 000 + 30 000 + 40 000 + 50 000) = 24 · (15 + 150 + 1 500 + 15 000 + 150 000) = 24 · 166 66520 = 3 999 960 = 24 (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 240 · (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 2 400 · (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 24 000 (1 + 2 + 3 + 4 + 5)+ 240 000 (1 + 2 + 3 + 4 + 5)=(1 + 2 + 3 + 4 + 5) (24 + 240 + 2 400+ 24 000 + 240 000) = 15 · 266 664 = 3 999 960.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

Actividades

Cuestiones

❶ ¿ Puede ser $n!$ o $\binom{n}{k}$ negativo ? ¿ Y racional ?

---oo0oo---

Por definición son número positivos. Sólo aquellos racionales cuyo cociente es exacto y positivo es decir natural.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❷ ¿ Puedes calcular $\binom{n}{n+1}$? ¿ Por qué ?

---oo0oo---

No, por que en un número combinatorio $\binom{n}{k}$ no puede cumplirse que $n < k < n+1$.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❸ ¿ Se cumple que $C_{n,1} + C_{m,1} = C_{n-m,1}$?

---oo0oo---

Calculemos :

$$C_{n,1} + C_{m,1} = \binom{n}{1} + \binom{m}{1} = n + m \text{ y } C_{n-m,1} = \binom{n-m}{1} = n - m \text{ , No se cumple.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❹ Comprueba que $V_{n,n} = V_{n,n-1}$.

---oo0oo---

$V_{n,n} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-n+1) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1 = n!$

$V_{n,n-1} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-n+1+1) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 = n!$

Sí se cumple que $V_{n,n} = V_{n,n-1}$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❺ ¿ Puedes calcular $PR_6^{4,3}$? Justifica la respuesta.

---oo0oo---

No pues 4 + 3 = 7 > 6 y ha de ser igual.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❻ Considerando n como un valor fijo, ¿ para qué valor de k se cumple $C_{n,k} = V_{n,k}$?

---oo0oo---

$C_{n,k}=\frac{V_{n,k}}{P_k}$, para que sea igual a $V_{n,k}$, ha de ser P_k = k! = 1, es decir k =1.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❼ Demuestra que:

$$\frac{V_{n,k}\cdot V_{n,n-k}}{n!}=C_{n,k} \text{ teniendo en cuenta que } C_{n,k}=\frac{V_{n,k}}{p_k}$$

---oo0oo---

$$\frac{V_{n,k}\cdot V_{n,n-k}}{n!}=\frac{C_{n,k}\cdot k!\cdot C_{n,n-k}\cdot(n-k)!}{n!}=C_{n,k}\Leftrightarrow\frac{k!\cdot C_{n,n-k}\cdot(n-k)!}{n!}=1\Leftrightarrow k!\cdot C_{n,n-k}\cdot(n-k)!=n!\Leftrightarrow$$

$$k!\cdot\frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}=n! \text{ luego sí es verdadera.}$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

Ejercicios y problemas

❽ Calcula:

a) $\frac{(4!+5!)}{12^2}=\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1+5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{144}=\frac{24+120}{144}=\frac{144}{144}=1.$

b) $\frac{\binom{7}{4}\cdot\binom{8}{5}}{\binom{8}{4}}=\frac{\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4\cdot3\cdot2}\cdot\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4}{5\cdot4\cdot3\cdot2}}{\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2}}=\frac{(8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4)(7\cdot6\cdot5\cdot4)(4\cdot3\cdot2)}{(8\cdot7\cdot6\cdot5)(5\cdot4\cdot3\cdot2)(4\cdot3\cdot2)}=\frac{4\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4}{5\cdot4\cdot3\cdot2}=7\cdot4=28$

c) $\binom{12}{7}+\binom{12}{8}=\binom{13}{8}=\binom{13}{13-8}=\binom{13}{5}=\frac{13\cdot12\cdot11\cdot10\cdot9}{5\cdot4\cdot3\cdot2}=13\cdot11\cdot9=1287.$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❾ Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{(n+1)!}{n!-(n-1)!}=\frac{(n+1)\cdot n\cdot(n-1)!}{n\cdot(n-1)!-(n-1)!}=\frac{(n+1)\cdot n\cdot(n-1)!}{(n-1)!(n-1)}=\frac{(n+1)\cdot n}{n-1}=\frac{n^2+n}{n-1}$

b) $\frac{n!+(n-1)!-(n-2)!}{n!+(n-1)!+(n-2)!}=\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!+(n.-1)\cdot(n-2)!-(n-2)!}{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!+(n.-1)\cdot(n-2)!+(n-2)!}=\frac{(n-2)![n\cdot(n-1)+(n-1)-1]}{(n-2)![n\cdot(n-1)+(n-1)1]}=\frac{n^2-n+n-1-1}{n^2-n+n-1+1}=\frac{n^2-2}{n^2}$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❿ Indica para qué valoro valores de x se verifica la igualdad:

$$\binom{20}{2x}+\binom{20}{2x+1}=\binom{21}{3x}$$

---oo0oo---

$$\binom{20}{2x}+\binom{20}{2x+1}=\binom{21}{2x+1} \text{ por la propiedad P4, luego } \binom{21}{2x+1}=\binom{21}{3x}$$

Para que se cumpla la última igualdad hay dos posibilidades :

① 2x + 1 = 3x ⇔ 3x - 2x = 1 ⇔ **x = 1**.

② 21-(2x+1) = 3x ⇔ 21 - 2x - 1 = 3x ⇔ 3x + 2x = 21 - 1 = 20 ⇔ 5x = 20 ⇔ **x = 4**.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❶ Desarrolla el binomio:

---oo0oo---

$$\left(\tfrac{1}{2}x^2-2y\right)^5=\binom{5}{0}\left(\tfrac{1}{2}x^2\right)^5+\binom{5}{1}\left(\tfrac{1}{2}x^2\right)^4(-2y)+\binom{5}{2}\left(\tfrac{1}{2}x^2\right)^3(-2y)^2+\binom{5}{3}\left(\tfrac{1}{2}x^2\right)^2(-2y)^3+$$

$$+\binom{5}{4}\left(\tfrac{1}{2}x^2\right)(-2y)^4+\binom{5}{5}(-2y)^5=1\cdot\tfrac{1}{32}x^{10}-5\cdot\tfrac{1}{16}x^8\cdot 2y+10\cdot\tfrac{1}{8}x^6\cdot 4y^2-10\cdot\tfrac{1}{4}x^4\cdot 8y^3$$

$$+5\cdot\tfrac{1}{2}x^2\cdot 16y^4-1\cdot 32y^5=\tfrac{1}{32}x^{10}-\tfrac{5}{8}x^8y+5x^6y^2-20x^4y^3+40x^2y^4-32y^5$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❷ Calcula el término cuarto, el término central y el término que lleva y^{10} del desarrollo $(2y^2 + z)^{12}$.

---oo0oo---

Aplicamos la fórmula del término k - ésimo :

$$T_k=\binom{12}{k-1}(2y^2)^{12-(k-1)}z^{k-1}=\binom{12}{k-1}2^{13-k}y^{26-2k}z^{k-1}$$

⊙ El cuarto término es :

$$T_4=\binom{12}{4-1}2^{13-4}y^{26-2\cdot 4}z^{4-1}=\binom{12}{3}2^9y^{18}z^3=\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2}2^9y^{18}z^3=112640y^{18}z^3$$

⊙ El termino central : como es una potencia de 12, tendrá 13 términos y por tanto el término central es el séptimo.

$$T_7=\binom{12}{7-1}2^{13-7}y^{26-2\cdot 7}z^{7-1}=\binom{12}{6}2^6y^{12}z^6=\frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}2^6y^{12}z^6=59136y^{12}z^6$$

⊙ El término en y^{10} : debe cumplirse que el exponente de la y sea igual a 10, 26 - 2k = 10 ⇔ 26 - 10 = 2k ⇔ 16 = 2k ⇔ k = 16/2 = 8. Hay que hallar el octavo término :

$$T_8 = \binom{12}{8-1} 2^{13-8} y^{26-2\cdot 8} z^{8-1} = \binom{12}{7} 2^5 y^{10} z^7 = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2} 2^5 y^{10} z^7 = 25344 y^{10} z^7.$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❸ ¿ Cuánto vale x si el quinto término del desarrollo de $(x + 2)^7$ es 4 480?

---oo0oo---

El término quinto del desarrollo, según la fórmula, es :

$$T_5 = \binom{7}{4} x^{7-4} 2^4 = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} x^3 \cdot 16 = 7\cdot 5\cdot 16 x^3 = 560x^3 \text{ para que sea } 4480 \Rightarrow$$
$$560x^3 = 4480 \Leftrightarrow x^3 = \frac{4480}{560} = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2.$$

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❹ Calcula :

a) $V_{7,5} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2\,520.$

b) $VR_{7,5} = 7^5 = 16\,807.$

c) $P_7 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040.$

d) $PR_7^{3,2,1,1} = \frac{7!}{3!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 2} = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 2 = 420.$

e) $C_{7,5} = \binom{7}{5} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = \frac{7\cdot 6}{2} = 7\cdot 3 = 21.$

f) $CR_{7,5} = \binom{7+5-1}{5} = \binom{11}{5} = \frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 11\cdot 3\cdot 2\cdot 7 = 462.$

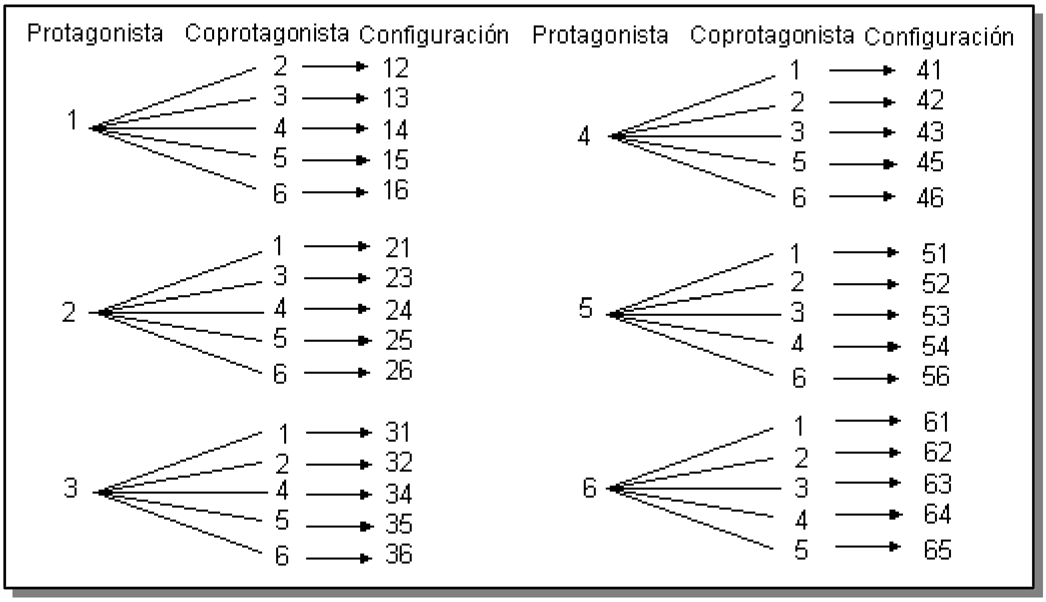
◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❺ Haz el diagrama en árbol correspondiente y escribe todas las configuraciones posibles en los siguientes casos:

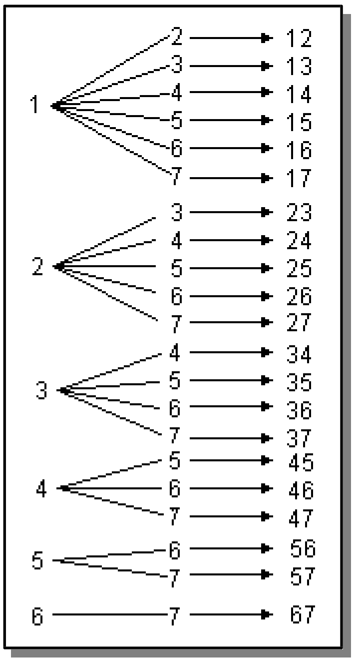
a) Reparto de los papeles de protagonista y coprotagonista en una obra teatral, entre seis candidatos posibles.
b) Elección de una comisión de dos personas, sin distinción de cargo, entre siete disponibles.

---oo0oo---

a) Influye el orden (no da igual ser protagonista que coprotagonista) y una misma persona no puede hacer los dos papeles.



b) No importa el orden (sin distinción de cargo) y no puede repetirse la misma personas en los dos cargos.



❶❻ Escribe todas las variaciones de las letras a, e, i,o, u, tomadas de 3 en 3.

---oo0oo---

$V_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ variaciones, que son :

aei aeo aeu aie aio aiu aoe aoi aou aue aui auo ⇨ eai eao eau eia eio eiu eoa eoi eou eua eui euo ⇨ iae iao iau iea ieo ieu ioa ioe iou iua iue iuo ⇨ oae oai oau oea oei oeu oia oie oiu oua oue oui ⇨ uae uai uae uea uei ueo uia uie uio uoa uoe uoi.

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❼ Escribe todas las combinaciones de las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, tomadas de 3 en 3.

---oo0oo---

$$C_{6,3} = \binom{6}{3} = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 5\cdot4 = 20 \text{ que son :}$$

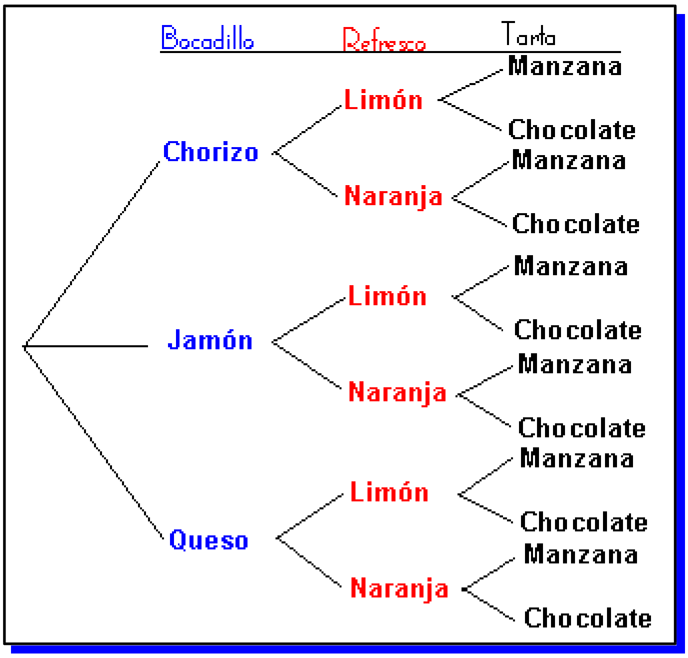
123 124 125 126 134 135 136 145 146 156 234 235 236 245 246 256 345 346 356 456

◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈

❶❽ En una merienda escolar se reparte un bocadillo, un refresco y un trozo de tarta a cada niño. Si el bocadillo puede ser de chorizo, de jamón o de queso; el refresco, de limón o de naranja; y la tarta, de manzana o de chocolate, ¿de cuántas maneras puede elegir su merienda cada niño?

- Haz el diagrama en árbol correspondiente.

---oo0oo---



◈◈◈▣▣⊙▣▣◈◈◈