❽ *Determina las dimensiones de una ventana rectangular que permita pasar la máxima cantidad de luz, sabiendo que su marco debe medir 4 m.*

---oo0oo---

La ventana dejará pasar la máxima luz si su superficie es máxima.

Sean x e y las longitudes de los lados del rectángulo.

La función a maximizar es el área a(x,y) = x·y, sujeta a la condición de que su perímetro sea de 4 m , es decir 2x + 2y = 4⇔ x + y = 2, despejando de esta última y sustituyendo, convertimos la función área en una función de una sola variable:

$$a(x) = x\cdot (2 - x) = 2x - x^2$$

Hallamos los ceros de la primera derivada : a'(x) = 2 - 2x ⇨ 2 - 2x = 0 ⇔ x = 1.

Comprobamos la condición suficiente de máximo sustituyendo en la derivada segunda : a''(x) = -2 ⇨ a''(1) = -2 < 0 , luego máximo.

x = 1 y = 2 - x = 1 y el área máxima a(1,1) = 1 · 1 = 1 m^2

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❾ *La evolución de la población de un país viene dada por la función siguiente :*

$$P(t)=\frac{18(t-1)}{2+(t-1)^2}+32;\ t\geq 0$$

Calcula cuándo se alcanzará la población máxima.

---oo0oo---

➲ Ceros de la derivada primera:

$$P'(t)=\frac{18[2+t^2-2t+1]-2(t-1)\cdot 18(t-1)}{\left(2+(t-1)^2\right)^2}=\frac{36+18t^2-36t+18-36t^2+72t-36}{\left(2+(t-1)^2\right)^2}=\frac{-18(t^2-2t-1)}{\left(2+(t-1)^2\right)^2}$$

$$\frac{-18(t^2-2t-1)}{\left(2+(t-1)^2\right)^2}=0\Rightarrow t^2-2t-1=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} x=\frac{2-\sqrt{4+4}}{2}=\frac{2-2\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{2} \\ x=\frac{2+\sqrt{4+4}}{2}=\frac{2+2\sqrt{2}}{2}=1+\sqrt{2}\end{array}\right\}$$

Como t ha de ser positivo la solución es la segunda t = 2'41 años

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❿ *Dada la función f(x) =* $x^3 - x^2$, *averigua si cumple las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo* (0, 1) *y, en caso afirmativo, halla el valor de* ***c****.*

- *¿Cumple las hipótesis del teorema del valor medio de Lagrange ? En caso afirmativo, halla el valor de **c**.*

---oo0oo---

Comprobemos las hipótesis del teorema de Rolle :

- Función continua en [0, 1]

Es una función polinómica luego continua en R y por tanto en [0, 1].

- Función derivable en (0, 1)

Es derivable pues polinómica, su derivada es f '(x) = $3x^2 - 2x$.

- $f(0) = 0^3 - 0^2 = 0$ y $f(1) = 1^3 - 1^2 = 0 \Rightarrow f(0) = f(1) = 0$

Si se cumplen las hipótesis del teorema de Rolle luego $\exists\, c \in (0,1) \mid f'(c) = 0$

Para hallar ese valor sustituimos x por c en la derivada primera e igualamos a cero : $3c^2 - 2c = 0 \Rightarrow c = 0$ y $c = 2/3$, como c = 0 no pertenece a (0,1), el valor buscado es **c = 2/3**

Como cumple las hipótesis del teorema de Rolle, también cumple las del valor medio de Lagrange y, por tanto se cumple que :

$$\exists c \in (0,1) \mid f'(c) = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{0-0}{1} = 0, \text{ que es } c = \frac{2}{3}, \text{ calculado antes.}$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❶❶ *Sabiendo que la derivada segunda de una función f es cero en un intervalo, ¿qué podemos decir de la gráfica de la función f en ese intervalo?*

---oo0oo---

Si la derivada segunda es cero, es por que la derivada primera es constante y por la tanto la función sea lineal de la forma f(x) = ax + b en ese intervalo luego será una línea recta en ese intervalo.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

❶ *Halla una función polinómica de tercer grado que pase por el origen de coordenadas y por el punto (-2, 0) y que presente extremos relativos en x = -2/3 y x = -2 .*

---oo0oo---

Será de la forma $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, en donde hemos de hallar cuatro incógnitas a, b, c y d, necesitamos un mínimo de cuatro ecuaciones:

◈ Pasa por el origen de coordenadas : f(0) = 0 ⇨ d = 0 ①

◈ Pasa por el punto (-2, 0) : f(-2) = 0 ⇨ $a(-2)^3 + b(-2)^2 + c(-2) + d = 0$ ⬄

-8a + 4b -2c + d = 0 ②

◈ Presenta extremos relativos en x = -2/3 y x = -2 : f '(-2/3) = 0 y f'(-2) = 0. Como $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ ⇨ $3a(-2/3)^2 + 2b(-2/3) + c = 0$ ⇨12a/9 -4b/3 + c = 0 y suprimiendo denominadores :

12a - 12b + 9c = 0 ③

$f'(-2) = 3a(-2)^2 + 2b(-2) + c = 0$ ⇨12a - 4b + c = 0 ④

Las cuatro ecuaciones forman el sistema :

$$\begin{array}{rl} d & = 0 \\ -8a+4b-2c+d & = 0 \\ 12a-12b+9c & = 0 \\ 12a-4b+c & = 0 \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{rl} -8a+4b-2c & = 0 \\ 12a-12b+9c & = 0 \\ 12a-4b+c & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{rl} -4a+2b-c & = 0 \\ 4a-4b+3c & = 0 \\ 12a-4b+c & = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \rightarrow \\ F_2+F_1 \\ F_3+3F_1 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} -4a+2b-c=0 \\ -2b+2c=0 \\ +2b-2c=0 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \rightarrow \\ \\ F_3+F_2 \end{array} \left.\begin{array}{rl} -4a+2b-c & = 0 \\ -2b+2c & = 0 \\ 0 & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{ll} 4a & = 2b-c=b \\ b & = c \end{array}\right\}$$

Infinitas soluciones, por ejemplo si:

❍ a = 1⇨ b = 4, c = 4 d = 0 y la función sería $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$

❍ a = -1⇨ b = -4, c = - 4 d = 0 y la función sería $f(x) = -x^3 - 4x^2 - 4x$

en conclusión : **$f(x) = ax^3 + 4ax^2 + 4ax$, $a \in R$**

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❷ *Halla una función polinómica de tercer grado que pase por el punto* (0, 1), *tenga un punto de inflexión en* (1, 0) *y en ese punto la recta tangente sea horizontal.*

---oo0oo---

Función : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Necesitamos, como en el anterior, cuatro ecuaciones :

- Pasa por el punto (0, 1)⇨ f(0) = 1 ⇨ d = 1 **(1)**
- Tiene un punto de inflexión en (1, 0) :
  - Por ser punto de la función f(1) = 0 ⇨ a + b + c +d = 0 **(2)**
  - Por ser punto de inflexión, como la condición necesaria para que una función tenga un punto de inflexión en un punto es que se anule la derivada segunda en ese punto f ''(1) = 0.

  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ ⇨ $f''(x) = 6ax + 2b$ ⇨ $f''(1) = 0$ ⇨ $6a + 2b = 0$ **(3)**
- Tiene un punto de tangencia horizontal en x = 1.

  Si la tangente es horizontal, la pendiente es nula y por tanto la derivada primera en ese punto es cero f'(1) = 0 ⇨ 3a + 2b + c = 0 **(4)**

Las ecuaciones **(1), (2), (3)** y **(4)** forman el sistema :

$$\begin{array}{rl} d & =1 \\ a+b+c+d & =0 \\ 6a+2b & =0 \\ 3a+2b+c & =0 \end{array} \quad \text{y sustituyendo d = 1 en la } 2^a \quad \left.\begin{array}{rl} a+b+c & =-1 \\ 6a+2b & =0 \\ 3a+2b+c & =0 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \rightarrow \\ F_2-6F_1 \\ F_3-3F_1 \end{array} \left.\begin{array}{rl} a+b+c & =-1 \\ -4b-6c & =6 \\ -b-2c & =3 \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{c} \\ \rightarrow \\ 4F_3-F_2 \end{array} \left.\begin{array}{rl} a+b+c & =-1 \\ -4b-6c & =6 \\ -2c & =6 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} a = -1-b-c=-1 \\ b = \frac{-6-6c}{4} = \frac{12}{4} = 3 \\ c \qquad = -3 \end{array}\right\}$$

Como a = -1, b = 3, c = -3 y d = 1 la función es **$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$**

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❸ *Comprueba que la ecuación x3 - 4 x + 2 = 0 tiene una única solución en el intervalo (0. 1).*

---oo0oo---

Consideramos la función $f(x) = x^3 - 4x + 2$ y veamos si cumple las condiciones del teorema de Bolzano en el intervalo (0,1) :

☒La función es continua en [0,1] ya que por ser polinómica es continua en R

☒La función tiene signo opuesto en los extremos del intervalo :

$f(0) = 2$ y $f(1) = 1 - 4 + 2 = -1$.

Luego al cumplirse las hipótesis se cumple la tesis :

$$\exists c \in (0,1) \mid f(c) = 0$$

Ahora se ha de comprobar que ese cero es único, lo que se hace por reducción al absurdo :

◆ Supongamos que existe otro cero $d \neq c$ en el intervalo $(0,1)$, la función cumple las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo cerrado formado por los dos ceros $[d, c]$:

★La función es continua en $[d, c]$ al ser polinómica.

★La función es derivable en $[d, c]$ al ser polinómica.

★$f(d) = f(c) = 0$, según nuestra hipótesis

Por tanto $\exists\ e \in (d, c) \subset (0,1) \mid f'(e) = 0$, pero $f'(x) = 3x^2 - 4$ tiene por ceros $x = \pm 1'2$ y ninguno de ellos pertenece al intervalo, luego hemos llegado a una contradicción y por tanto no puede haber dos ceros distintos en el intervalo $(0,1)$, **c es único**.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❹ *Comprueba que la ecuación* $x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 0$ *tiene una única solución en el intervalo (-1, 0).*

---oo0oo---

Consideramos la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$, que tiene los mismos ceros que raíces la ecuación y veamos si cumple las condiciones del teorema de Bolzano en el intervalo $(-1,0)$:

☒ La función es continua en $[-1,0]$ ya que, al ser polinómica, es continua en R

☒La función tiene signo opuesto en los extremos del intervalo :

$f(0) = 2$ y $f(-1) = -1 - 3 - 2 + 2 = -4$.

Luego al cumplirse las hipótesis se cumple la tesis :

$$\exists c \in (-1,0) \mid f(c) = 0$$

Ahora se ha de comprobar que ese cero es único, lo que se hace por reducción al absurdo :

◆ Supongamos que existe otro cero d ≠ c en el intervalo (-1,0), la función cumple las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo cerrado formado por los dos ceros [d, c] :

★La función es continua en [d, c] al ser polinómica.

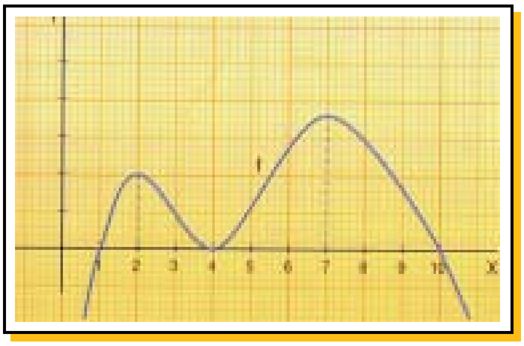
★La función es derivable en [d, c] al ser polinómica.

★f(d) = f(c) = 0, según nuestra hipótesis

Por tanto $\exists$ e$\in$ (d, c) $\subset$ (-1,0)$|$ f ’(e) = 0, pero f ’(x) = $3x^2$ - 6x+2 tiene por ceros x = 1’6 y x = 0’4, ninguno de ellos pertenece al intervalo, luego hemos llegado a una contradicción y por tanto no puede haber dos ceros distintos en el intervalo (-1, 0), **c es único**.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❺ *La figura muestra la gráfica de la función derivada **f'** de una función **f**. Determina, a partir de la gráfica, los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de **f**, y haz su representación aproximada.*



---oo0oo---

La gráfica representa la derivada primera de la función f, luego:

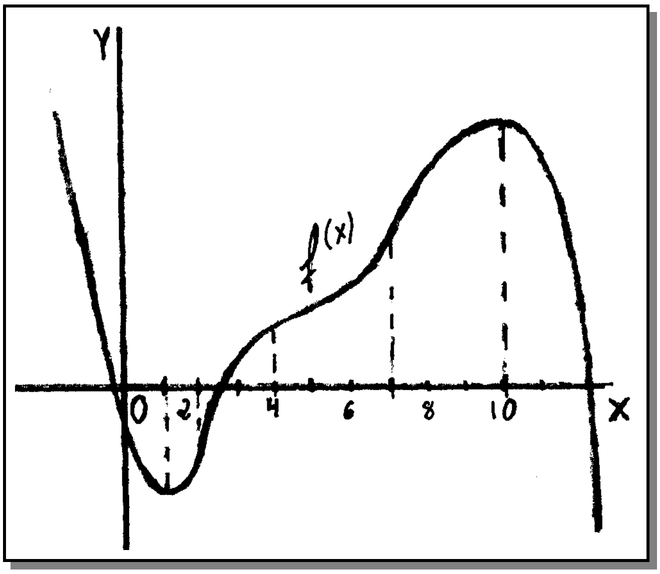
◻ Estudio de la monotonía :

f (x) será creciente en los intervalos en que f ‘(x) sea positiva (esté por encima del eje horizontal) en los intervalos (1, 4) y (4, 10) y decreciente en los que sea negativa (por debajo del eje de abscisas) (- ∞ , 1) y (10, ∞) y por tanto, en x = 1 al pasar de decreciente a la izquierda a creciente a la derecha y ser f’ (1) = 0 (corta al eje horizontal) habrá un mínimo, en x = 10 se cumple que f ‘(10) = 0 (corta al eje de abscisas) y además f ‘(10^-) > 0 y f ‘(10^+) < 0, luego tiene un máximo en x = 10.

◻ Estudio de la curvatura

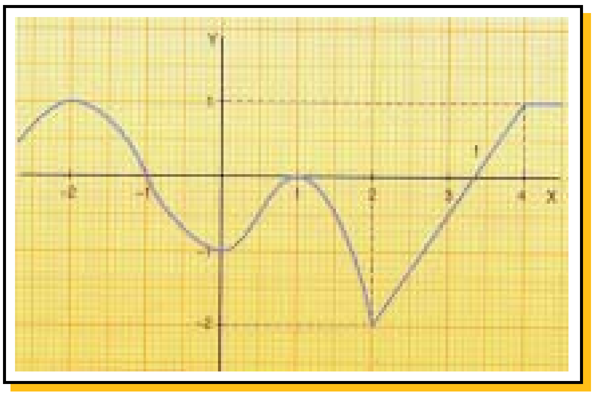
Como f ‘’(x) = (f ‘(x))’, será f ‘’(x) > 0 (convexa) en donde f ‘(x) sea creciente y viceversa f’’ (x) < 0 (cóncava) en donde f ‘(x) sea decreciente:

- ❖ En el intervalo (-∞, 2) f '(x) es creciente ⇨ f ''(x) > 0 (cx.)
- ❖ En el intervalo (2, 4) f'(x) es decreciente ⇨ f''(x) < 0 (cc.)
- ❖ En el intervalo (4, 7) f '(x) es creciente ⇨ f ''(x) > 0 (cx.)
- ❖ En el intervalo (7,∞) f'(x) es decreciente ⇨ f''(x) < 0 (cc.)
- ❖ En x = 2 hay un punto de inflexión cx-cc pues $f''(2^-) > 0$ y $f''(2^+) < 0$.
- ❖ En x = 4 hay un punto de inflexión cc-cx pues $f''(4^-) < 0$ y $f''(4^+) > 0$.
- ❖ En x = 7 hay un punto de inflexión cx-cc pues $f''(7^-) > 0$ y $f''(7^+) < 0$.



◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❻ *Representa de forma aproximada la gráfica de la función f ', sabiendo que la gráfica de f es la de la figura.*



---oo0oo---

Vamos a proceder por intervalos y sus puntos frontera :

- ❑ Intervalo (- ∞, -2) la función es creciente ⇨ f '(x) > 0.
- ❑ En x = -2 hay máximo relativo ⇨ f '(-2) = 0.
- ❑ Intervalo (-2, 0) la función es decreciente ⇨ f '(x) < 0.
- ❑ En x = 0 hay mínimo relativo ⇨ f '(0) = 0.

❑ Intervalo (0, 1) la función es creciente ⇨ f ‘(x) > 0.

❑ En x = 1 hay máximo relativo ⇨ f ’(1) = 0.

❑ Intervalo (1, 2) la función es decreciente ⇨ f ‘(x) < 0.

❑ En x = 2 , las derivadas por la izquierda y la derecha no son iguales, la función es no derivable.

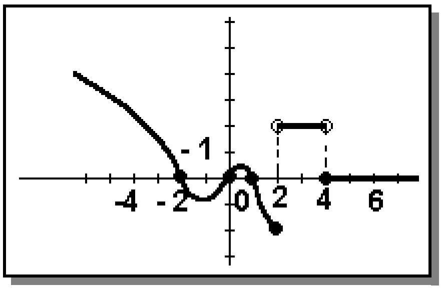
❑ Intervalo (2, 4) la función es una línea recta que pasa por los puntos **A** (2, -2) y **B** (4, 1) , de ecuación :

$$\frac{y-y_A}{x-x_A} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} \Rightarrow \frac{y+2}{x-2} = \frac{1+2}{4-2} \Leftrightarrow y+2 = \frac{3}{2}(x-2) \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x-5$$

Luego su derivada es constante, f ‘(x) = 2/3, en el intervalo

❑ Intervalo (4,- ∞) la función es constante f(x) = 1, su derivada f ’(x) = 0.

Con estos datos la gráfica de la f ’ (x) podría ser :



◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❼ *Representa gráficamente las siguientes funciones :*

a) f(x) = $\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}$

① **Dominio**

Por ser racional el denominador ha de ser distinto de cero, x $\neq$ 0.
Al ser irracional, el radicando no puede ser negativo x^2 - 4 ≥ 0, es decir :

$$x^2-4 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) \geq 0 \Leftrightarrow (-\infty,-2] \cup [2,\infty)$$

Como estos intervalos no incluyen el cero :

$$\text{Dom(f)} = (-\infty,-2] \cup [2,\infty)$$

② **Simetría**

$f(-x)=\frac{\sqrt{(-x)^2-4}}{-x}=\frac{\sqrt{x^2-4}}{-x}=-f(x)\Rightarrow$ Impar, simétrica respecto del origen.

③ **Periodicidad.**

No es periódica.

④ **Cortes con los ejes**.

◈ *Con el eje de abscisas, horizontal u* ***OX*** (f(x) = 0)

$\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Rightarrow x=\pm 2$

Luego los puntos de corte son : (-2, 0) y (2, 0).

◈ *Con el eje de ordenadas, vertical u* ***OY*** (x = 0).

f(0) no pertenece al domino de la función, no tiene, pues.

⑤ **Asíntotas y ramas infinitas**

▣ Verticales
x = 0 que como hemos visto no pertenece al dominio.

▣ Horizontales.

$$y=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}=\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}=\pm\sqrt{1}=\pm 1$$

▣Oblicuas

No tiene, pues tiene horizontales.

⑥ **Monotonía y extremos relativos.**

◉ *Ceros de la derivada primera.*

$f'(x)=\frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-4}}x-\sqrt{x^2-4}}{x^2}=\frac{\frac{x^2-x^2+4}{\sqrt{x^2-4}}}{x^2}=\frac{4}{x^2\sqrt{x^2-4}}$ que es >0 luego ↗

⑦ **Curvatura y puntos de inflexión.**

No es necesario hallarla para no complicar la resolución.

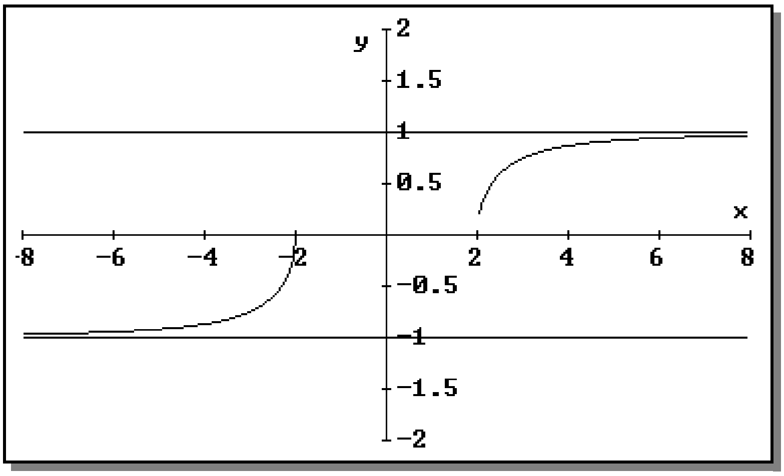
⑧ **Resumen de la información obtenida**:

x	(- ∞, -2)	-2	2	(2 , ∞)
f '(x)	> 0			> 0

f(x)	↗	0	0	↗

⑨ **Dibujo de la curva de la función:**

Con la información de la tabla anterior se traza la curva de la función :



b) f(x) = $\sqrt{x^2+4x-5}$

① **Dominio**

Al ser irracional, el radicando no puede ser negativo $x^2 + 4x-5 \geq 0$, es decir :

$$x^2+4x-5\geq 0 \Rightarrow (x-1)(x+5)\geq 0 \Leftrightarrow (-\infty,-5]\cup[1,\infty)$$

② **Simetría**

$f(-x)=\sqrt{(-x)^2+4(-x)-5} = \sqrt{x^2-4x-5} \neq f(x) \Rightarrow$ No tiene.

③ **Periodicidad.**

No es periódica.

④ **Cortes con los ejes**.

◈ *Con el eje de abscisas, horizontal u* ***OX*** (f(x) = 0)

$$\sqrt{x^2+4x-5} = 0 \Leftrightarrow x^2+4x-5=0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\frac{-4-\sqrt{16+20}}{2}=\frac{-4-6}{2}=-5 \\ x=\frac{-4+\sqrt{16+20}}{2}=\frac{-4+6}{2}=1 \end{array} \right\}$$

Luego los puntos de corte son : (-5, 0) y (1, 0).

◈ *Con el eje de ordenadas, vertical u* ***OY*** (x = 0).

$$f(0)=\sqrt{0^2+4\cdot 0-5} = \sqrt{-5} \notin '$$

⑤ **Asíntotas y ramas infinitas**

▣ Verticales

No tiene pues no tiende a ∞ para ningún valor de x.

▣ Horizontales.

$$y = \lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \sqrt{x^2+4x-5} = +\infty, \text{ No tiene.}$$

▣ Oblicuas (y = mx + n)

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x-5}}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\pm\infty} \sqrt{1+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^2}} = \pm 1$$

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} (f(x)-mx) = \lim_{x\to\pm\infty} (\sqrt{x^2+4x-5} \pm x) = \infty-\infty \text{ ind.}$$

Resolvamos la indeterminación mediante el conjugado :

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(\sqrt{x^2+4x-5} \pm x)(\sqrt{x^2+4x-5} \mp x)}{(\sqrt{x^2+4x-5} \mp x)} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+4x-5-x^2}{(\sqrt{x^2+4x-5} \mp x)} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{4x-5}{(\sqrt{x^2+4x-5} \mp x)} = \frac{\infty}{\infty}\text{Ind}$$

Resolvamos esta nueva indeterminación, dividiendo numerador y denominador por x :

$$n = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{4x}{x}-\frac{5}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}} \mp \frac{x}{x}} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{4-\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^2}} \mp 1} = \frac{4}{\pm 2} = \pm 2$$

Luego las asíntotas oblicuas son :

y = x + 2 por la derecha.

y = -x - 2 por la izquierda.

⑥ **Monotonía y extremos relativos.**

⦿ *Ceros de la derivada primera.*

$$f'(x) = \frac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x-5}} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x-5}} = 0 \Leftrightarrow x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$$

Pero x = -2 no pertenece al dominio, luego no tiene extremos relativos.

En cuanto a la monotonía :

x	(- ∞, -5)	(1 , ∞)

f '(x)	< 0	> 0
f(x)	↘	↗

ya que :

$$f'(-5)=\frac{-6+2}{\sqrt{(-6)^2+4(-6)-5}}=\frac{-4}{\sqrt{36-24-5}}=\frac{-4}{\sqrt{7}}<0$$

$$f'(2)=\frac{2+2}{\sqrt{2^2+4\cdot 2-5}}=\frac{4}{\sqrt{7}}>0$$

⑦ **Curvatura y puntos de inflexión.**
No la estudiamos para no complicar la resolución.

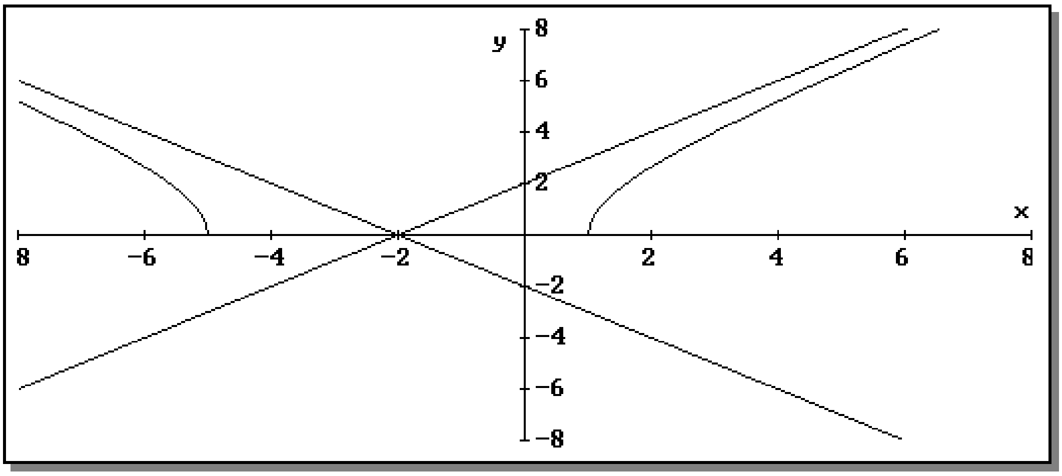
⑧ **Resumen de la información obtenida**:

x	–∞	(- ∞, -5)	-5	1	(1 , ∞)	∞
f '(x)		< 0			> 0	
f(x)	∞	↘	0	0	↗	∞

Y las dos asíntotas oblicuas.

⑨ **Dibujo de la curva de la función:**

Con la información de la tabla anterior se traza la curva de la función :



c) f(x) = $\sqrt{5-x^2}$

① **Dominio**

Al ser irracional, el radicando no puede ser negativo 5 - $x^2 \geq 0$, es decir :

$$5-x^2\geq 0 \Rightarrow (5+x)(5-x)\geq 0 \Leftrightarrow [-\sqrt{5}\,,\sqrt{5}\,]$$

② **Simetría**

$f(-x)=\sqrt{5-(-x)^2}=\sqrt{5-x^2}=f(x) \Rightarrow$ Par, simétrica respecto del eje OY.

③ **Periodicidad.**

No es periódica.

④ **Cortes con los ejes**.

◈ *Con el eje de abscisas, horizontal u* ***OX*** (f(x) = 0)

$$\sqrt{5-x^2}=0 \Leftrightarrow 5-x^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{5} & =-2'236 \\ x=\sqrt{5} & =2'236 \end{cases}$$

Luego los puntos de corte son : (-2’236, 0) y (2’236, 0).

◈ *Con el eje de ordenadas, vertical u* ***OY*** (x = 0).

$$f(0)=\sqrt{5-0^2}=\sqrt{5}=2'236 \Rightarrow (0,2'236)$$

⑤ **Asíntotas y ramas infinitas**

▣ Verticales

No tiene pues no tiende a ∞ para ningún valor de x.

▣ Horizontales.

No tiene pues el dominio va desde -2’236 a 2’236.

▣ Oblicuas (y = mx + n)

No tiene pues el dominio va desde -2’236 a 2’236.

⑥ **Monotonía y extremos relativos.**

⦿ *Ceros de la derivada primera.*

$$f'(x)=\frac{-2x}{2\sqrt{5-x^2}}=\frac{-x}{\sqrt{5-x^2}}=0 \Leftrightarrow -x=0 \Leftrightarrow x=0$$

Luego:

$$f'(-1)=\frac{-(-1)}{\sqrt{5-1}}=\frac{1}{2}>0 \text{ y } f'(1)=\frac{-1}{\sqrt{5-1}}=-\frac{1}{2}<0$$

x	(- 2’236, 0)	0	(0 , 2'236)
f ‘(x)	> 0	0	< 0
f(x)	⬀	**Máx**	⬂

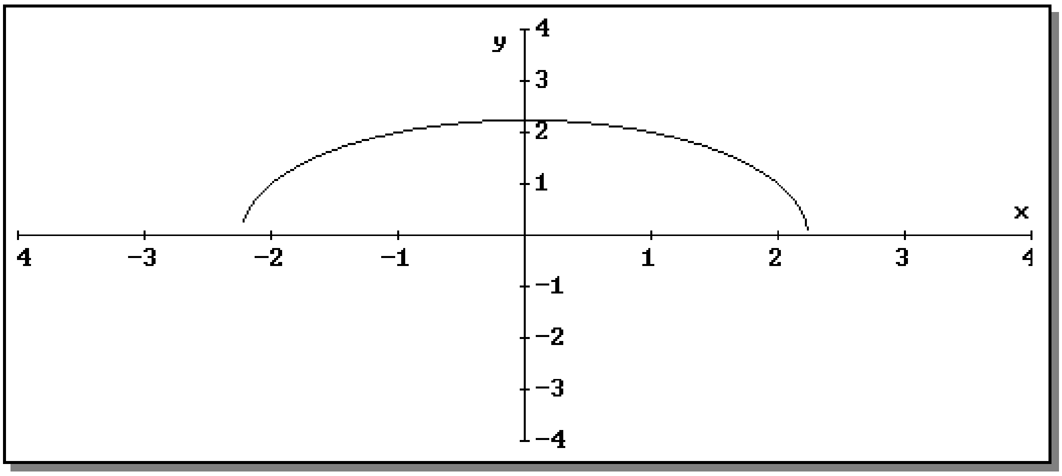
⑦ **Curvatura y puntos de inflexión.**
No la estudiamos para no complicar la resolución.

⑧ **Resumen de la información obtenida**:

x	-2'236	(- 2'236, 0)	0	(0 , 2'236)	2'236
f '(x)		> 0	0	< 0	
f(x)	0	⬀	**Máx**	⬂	0

⑨ **Dibujo de la curva de la función:**

Con la información de la tabla anterior se traza la curva de la función :



◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈