⑩ *Utiliza la fórmula de la derivada de la función f(x) = x" para calcular la derivada de las siguientes funciones:*

Si $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n\,x^{n-1}$

a) $f(x) = \frac{1}{x^5} = x^{-5} \Rightarrow f'(x) = -5x^{-6} = \frac{-5}{x^6}$

b) $f(x) = 10\sqrt{x} = 10x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = 10\cdot\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}$

$= 5x^{-\frac{1}{2}} = \frac{5}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{x}$

c) $f(x) = \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$

$f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

d) $f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$

$f'(x) = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$

e) $f(x) = \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}}$

$f'(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{-\frac{3}{2}}$

$f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-1} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} = -\frac{3}{2\sqrt{x^5}} = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}} =$

$= -\frac{3\sqrt{x}}{2x^3}$

✧✧✧❉❉◎❉❉✧✧✧

⓫ *Aplica la fórmula de la derivada de un producto para calcular la función derivada de f en cada caso.*

si **$f(x) = u\cdot v \Rightarrow f'(x) = u'\cdot v + u\cdot v'$**

a) $f(x) = x^2$ sen x

f '(x) = D(x^2)·senx + x^2 · D(senx) = **2xsenx + x^2 cosx .**

b) f(x) = x lnx

f '(x) = D(x) · lnx + x·D(lnx) = 1·lnx + x·(1/x) =

= **lnx+1**

✧✧✧❉❉◎❉❉✧✧✧

⓬ *Aplica la fórmula de la derivada de un cociente para calcular la función derivada de f en cada caso.*

$$\text{Si } f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}$$

a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$

$f'(x) = \frac{D(x^2)\cdot(x^2-4) - x^2\cdot D(x^2-4)}{(x^2-4)^2} = \frac{2x\cdot(x^2-4) - x^2\cdot 2x}{(x^2-4)^2} =$

$= \frac{2x^3-8x-2x^3}{(x^2-4)^2} = -\frac{8x}{(x^2-4)^2}$

b) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

$f'(x) = \frac{D(\sqrt{x})\cdot e^x - \sqrt{x}\cdot D(e^x)}{(e^x)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}e^x - \sqrt{x}\,e^x}{e^{2x}} =$

$= \frac{\frac{e^x-2xe^x}{2\sqrt{x}}}{e^{2x}} = \frac{e^x(1-2x)}{2e^{2x}\sqrt{x}} = \frac{1-2x}{2e^x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}\,(1-2x)}{2xe^x}$

✧✧✧❉❉◎❉❉✧✧✧

⓭ *Calcula la derivada de las funciones siguientes:*

a) *f(x)* = $3x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 3x + 4$

Como es la derivada de una suma, será la suma de las derivadas :

$f'(x) = D(3x^4) + D(5x^3) - D(12x^2) + D(3x) + D(4) =$

$= \left\{\begin{array}{l} f = kv \\ f' = kv' \end{array}\right. = 3(x^4)' + 5(x^3)' - 12(x^2)' + 3(x)' =$

$= 3\cdot 4x^3 + 5\cdot 3x^2 - 12\cdot 2x + 3 =$

$= 12x^3 + 15x^2 - 24x + 3$

b) f(x) = 4lnx -x

$f'(x) = (4\ln x)' - (x)' = 4(\ln x)' - 1 = 4\frac{1}{x} - 1$

c) $f(x) = e^x \operatorname{sen}x$

Aplicamos la fórmula de la derivada de un producto:

$$f'(x) = (e^x)'\operatorname{sen}x + e^x(\operatorname{sen}x)' = e^x(\operatorname{sen}x + \cos x)$$

d) $f(x) = 4\cos x - x\ln x$

$f'(x) = 4(\cos x)' - (x\ln x)' = -4\operatorname{sen}x - (x'\ln x + x(\ln x)') = -4\cos x - (\ln x + x \cdot (1/x)) =$ **$-4\cos x - \ln x - 1$**

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❶❹ *Utiliza las reglas de derivación para calcular la derivada de las funciones siguientes*:

a) $f(x) = x^4 \ln x$

$$f'(x) = \left\{ \begin{array}{l} D(u \cdot v) = \\ (u)'v + u(v)' \end{array} \right\} = (x^4)'\ln x + x^4(\ln x)' =$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} (x^n)' = & nx^{n-1} \\ (\ln x)' & = \frac{1}{x} \end{array} \right\} = 4x^3\ln x + x^4\frac{1}{x} = x^3(\ln x^4 + 1)$$

b) $f(x) = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$

$$f'(x) = \left\{ \begin{array}{l} D(u \cdot v) = \\ (u)'v + u(v)' \end{array} \right\} = x'(\ln x - 1) + x(\ln x - 1)' =$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} (x^n)' = & nx^{n-1} \\ (\ln x)' & = \frac{1}{x} \end{array} \right\} = \ln x - 1 + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x$$

c) $f(x) = (1+x)/(1-x)$

$$f'(x) = \left\{ \begin{array}{l} D(\frac{u}{v}) = \\ \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \end{array} \right\} = \frac{(1+x)' \cdot (1-x) - (1+x) \cdot (1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{1-x+1+x}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{2}{(1-x)^2}$$

d) $f(x) = e^x \operatorname{sen}x$

$$f'(x) = \left\{ \begin{array}{l} D(u \cdot v) = \\ (u)'v + u(v)' \end{array} \right\} = (e^x)'\operatorname{sen}x + e^x(\operatorname{sen}x)'$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} D(e^x) = & e^x \\ D(\operatorname{sen}x) & = \cos x \end{array} \right\} = e^x\operatorname{sen}x + e^x\cos x =$$

$= e^x(\operatorname{sen}x + \cos x)$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❶❺ *Aplica la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones*:

a) $f(x) = (2x+3)^2$

$$f'(x) = 2(2x+3)(2x+3)' = 2(2x+3) \cdot 2 =$$

$= 4(2x+3) = 4x + 12$

b) $g(x) = \operatorname{sen}5x$

$g'(x) = \cos 5x \cdot (5x)' = 5\cos 5x$

c) $h(x) = e^{\cos x}$

$h'(x) = e^{\cos x}(\cos x)' = e^{\cos x}(-\operatorname{sen}x) = -\operatorname{sen}x\, e^{\cos x}$

d) $i(x) = \ln(\operatorname{sen}x^2)$

$$i'(x) = \frac{1}{\operatorname{sen}x^2} \cdot (\operatorname{sen}x^2)' = \frac{1}{\operatorname{sen}x^2} \cdot \cos x^2 \cdot (x^2)' =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{sen}x^2} \cdot \cos x^2 \cdot 2x = 2x\frac{\cos x^2}{\operatorname{sen}x^2} = 2x\operatorname{cotg}x^2$$

e) $j(x) = \cos^2 x^3$

$j'(x) = 2\cos x^3(\cos x^3)' = 2\cos x^3(-\operatorname{sen}x^3)(x^3)' =$

$= 2\cos x^3(-\operatorname{sen}x^3)(3x^2) = -6x^2\cos x^3\operatorname{sen}x^3 =$

$= -3x^2\operatorname{sen}2x^3$

f) $k(x) = \sqrt{\operatorname{sen}x}$

$$k'(x) = \frac{(\operatorname{sen}x)'}{2\sqrt{\operatorname{sen}x}} = \frac{\cos x}{2\sqrt{\operatorname{sen}x}} = \frac{\cos x\sqrt{\operatorname{sen}x}}{2\operatorname{sen}x} =$$

$$= \frac{1}{2}\operatorname{cotg}x\sqrt{\operatorname{sen}x}$$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❶❻ *Calcula la función derivada de cada una de las funciones siguientes:*

a) f(x) = tg 3x

$$D(\operatorname{tg} u)=\frac{u'}{\cos^2 u}=u'\sec^2 u=u'(1+\operatorname{tg}^2 u)$$

$$f'(x)=\frac{3}{\cos^2 3x}=3\sec^2 3x=3(1+\operatorname{tg}^2 3x)$$

b) $f(x)=e^{x^2}\operatorname{sen}3x$

$$f'(x)=(e^{x^2})'\operatorname{sen}3x+e^{x^2}(\operatorname{sen}3x)'=$$

$$=e^{x^2}(x^2)'\operatorname{sen}3x+e^{x^2}(\cos 3x)(3x)'=$$

$$=2xe^{x^2}\operatorname{sen}3x+3e^{x^2}\cos 3x=$$

$$=e^{x^2}(2x\operatorname{sen}3x+3\cos x)$$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❶❼ *Dada la función f(x) = sen x cos x, comprueba que la función derivada se anula en el punto de abscisa* x = π / 4

- ¿Cómo será la tangente en dicho punto, con respecto al eje de abscisas?

---oo0oo---

Hallemos la derivada :

f '(x) = (senx)'cosx + senx(cosx)' = cosx · cosx + sen x(-senx) = $\cos^2$x - sen^2x= cos2x

y ahora sustituimos x por su valor :

f '(π / 4)= cos2·(π / 4)= cos π / 2 = 0

Si la derivada en un punto es nula la pendiente de la recta tangente en ese punto también lo es y por tanto **es horizontal y paralela al eje de abscisas.**

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❶❽ *Averigua la ecuación de la recta tangente a la curva de ecuación* y = x *ln x en el punto de abscisas* x = 1.

---oo0oo---

La ecuación de la recta tangente a la curva de una función f(x) en un punto x_0 es :

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

⌧ $x_0 = 1$

⌧ $f(x_0) = f(1) = 1 \ln 1 = 0$

⌧ f '(x) = lnx + x·(1/x) = lnx + 1 luego f '(x_0)= f '(1) = ln1 + 1 = 0 + 1 = 1.

Sustituyendo :

y - 0 = 1 (x - 1) ; y = x - 1 la ecuación explícita ó x - y - 1 = 0 la implícita o general.

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❶❾ *Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada una de las siguientes funciones en los puntos que se indican.*

a) f(x) = x^3+ 2x + 10, en x = - 2.

Como antes necesitamos :

⌧ $x_0 = -2$

⌧ f(x_0)= f(-2) = $(-2)^3$ + 2· (-2) + 10 = -2

⌧ f '(x) = $3x^2$ + 2 ⇒ f '(x_0) = f '(-2) = $3(-2)^2$ + 2 = 12 + 2 = 14.

Luego la ecuación queda :

y - (-2) = 14 (x - (-2))⇒ y + 2 = 14x + 28 ⇒ **y = 14x + 26 , la explícita; 14x - y + 26 = 0 la general**

b) $f(x) = e^x$,en $x = 0$.

⌧ $x_0 = 0$

⌧ $f(x_0) = f(0) = e^0 = 1$

⌧ $f'(x) = e^x \Rightarrow f'(x_0) = f'(0) = e^0 = 1$

$y - 1 = 1 (x - 0) \Rightarrow y = x + 1$ ó $x - y +1 = 0$

c) $f(x) = \sqrt{x}$, en $x = 4$

⌧ $x_0 = 4$

⌧ $f(x_0) = f(4) = \sqrt{4} = 2$

⌧ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$

$y - 2 = (1/4)(x - 4) \Rightarrow$ **$y = x/4 + 1$ ó $x/4 - y + 1 = 0$**

d) $f(x)= \ln x$, en el punto en que la gráfica corta al eje de abscisas.

◆ Cálculo del punto de corte con el eje de abscisas :

$$\ln x = 0 \Rightarrow x = e^0 = 1$$

◆ $x_0 = 1$

◆ $f(x_0) = f(1) = \ln 1 = 0$

◆ $f'(x) = 1/x \Rightarrow f'(x_0) = f'(1) = 1$

$y - 0 = 1 (x -1) \Rightarrow$ **$y = x -1$ ó $x - y -1 = 0$**

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷⓿ *Determina los puntos de la curva de ecuación $y = x^3 - 12x$ en los que la recta tangente es paralela al eje de abscisas.*

---oo0oo---

Si la recta tangente ha de ser paralela al eje horizontal su pendiente será nula y, por tanto :

$$m = f'(x) = 0$$

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

Y los valores de la función para estos valores de x :

$f(-2) = (-2)^3 - 12\cdot(-2) = - 8 + 24 = 16$

$f(2) = 2^3 - 12\cdot 2 = 8 - 24 = - 16$

Los puntos pedidos son :

P (- 2, 16) y Q (2, -16)

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❶ *Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = x^2/(x^2 + 1)$ en el punto de abscisas $x = 1$.*

- ¿En qué punto la tangente es paralela al eje de abscisas?

---oo0oo---

◈ $x_0 = 1$

◈ $f(x_0) = f(1) = 1^2/(1^2 +1) = ½$

◈ $f'(x) = \frac{2x(x^2+1)-x^2(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^3+2x-2x^3}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$

$$f'(1) = \frac{2\cdot 1}{(1^2+1)^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Luego :

$$y - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow y = \frac{x}{2} \text{ ó } x - y = 0$$

Si ha de ser paralela al eje horizontal $m = f'(x) = 0$:

$$\frac{2x}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ y } f(0) = 0$$

Luego el punto pedido es el **O(0, 0)**

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❷ *Dada la función* $f(x) = \mathbf{m}x^3 + 2x^2 + 3x - 1$, *¿ cuál debe ser el valor de* **m** *para que la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa* $x = -1$ *sea* 11?

---oo0oo---

Pendiente = f '(-1) = 11

$f'(x) = 3mx^2 + 4x + 3 = 11.$

$f'(-1) = 3m(-1)^2 + 4(-1) + 3 = 11$

$3m - 4+3 = 11 \Leftrightarrow 3m = 12 \Leftrightarrow$ **m = 12/3 = 4**

.

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❸ *Halla la derivada segunda de las funciones*:

a) $f(x) = 5x^3 + 2x^2 - x + 1$

▣ $f'(x) = 15x^2 + 4x - 1$

▣ $f''(x) = 30x + 4$

b) $f(x) = e^{2x}$

▣ $f'(x) = 2e^{2x}$

▣ $f''(x) = 4e^{2x}$

c) f(x) = ln(senx)

▣ f '(x) = cosx / sen x = cotg x

▣ $f''(x) = \frac{-\text{senx}\cdot \text{senx} - \text{cosx}\cdot \text{cosx}}{\text{sen}^2x} = \frac{-(\text{sen}^2x + \cos^2x)}{\text{sen}^2x} =$

$= \frac{-1}{\text{sen}^2x}$

d) f(x) = tg x

▣ $f'(x) = \frac{1}{\cos^2x} = \sec^2x = 1 + \text{tg}^2x$

▣ $f''(x) = 2\text{tgx}\,(1 + \text{tg}^2x) = 2\text{tgx} + 2\text{tg}^3x$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❹ *La concentración en la sangre de un determinado medicamento disminuye a lo largo del tiempo según la función:*

$$C(t) = 1'25 \cdot e^{-0'22t}$$

donde t *se mide en horas y* C(t) *en* $g\cdot l^{-1}$.

a) *Calcula la concentración al cabo de una hora y al cabo de dos.*

b) *¿Cuánto vale la tasa de variación media de la función C(t) en el intervalo* [1, 2] *y por qué es negativa?*

c) *Calcula la tasa instantánea de variación al cabo de tres horas.*

---oo0oo---

a) $C(1) = 1'25\cdot e^{-0'22\cdot 1} =$ **1'003 gr / l**

$C(2) = 1'25\cdot e^{-0'22\cdot 2} =$ **0'805 gr / l**

b) $\text{TVM}[1,2] = \frac{C(2)-C(1)}{2-1} = \frac{0'805-1'001}{1} \simeq -0'2$

Es negativa porque la función es decreciente (exponencial negativa) con el tiempo.

c) La TVI de la función es la derivada primera :

$C'(t) = 1'25e^{-0'22t}\,(-0'22t)' = -0'275e^{-0'22t}$

Luego para t = 3

$C'(3) = -0'275e^{-0'22\cdot 3} = -0'275\,e^{-0'66} = -0'14$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❺ *La población de un Estado, expresada en millones de habitantes, evolucionará según la función:*

$$P(t) = \frac{25(t-2)}{5+(t-2)^2} + 20$$

donde t *es el tiempo en años.*

a) *Calcula la población actual* (t = 0).

b) *¿Hacia qué valor tiende la población cuando el tiempo tiende a infinito?*

c) *Calcula la tasa de variación media de la población en los próximos diez años.*

d) *¿Cuál será la tasa instantánea de variación de la población dentro de dos años?*

---oo0oo---

a)

$$P(0)=\frac{25(0-2)}{5+(0-2)^2}+20=\frac{-50}{9}+20=\frac{130}{9}=14'\widehat{4}$$

b)

$$\lim_{t\to+\infty}P(t)=\lim_{t\to+\infty}\frac{25(t-2)}{5+(t-2)^2}+20=\lim_{t\to+\infty}\frac{25t-50}{t^2-4t+9}+\lim_{t\to+\infty}20=$$

$$=\lim_{t\to+\infty}\frac{\frac{25}{t}-\frac{50}{t^2}}{1-\frac{4}{t}+\frac{9}{t^2}}+\lim_{t\to+\infty}20=\frac{\frac{25}{\infty}-\frac{50}{\infty}}{1-\frac{4}{\infty}+\frac{9}{\infty}}+20=20$$

c)

$$TVM[0,10]=\frac{P(10)-P(0)}{10-0}=\frac{\frac{25(10-2)}{5+(10-2)^2}+20-14'\widehat{4}}{10}=0'85$$

d)

$$P'(t)=\frac{25[5+(t-2)^2]-25(t-2)\cdot 2(t-2)}{(5+(t-2)^2)^2}$$

$$P'(2)=\frac{25[5+(2-2)^2]-25(2-2)\cdot 2(2-2)}{(5+(2-2)^2)^2}=\frac{25\cdot 5}{25}=5 \text{ millones}$$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❻ *Utiliza la diferencial de una función para calcular:*

a) *El volumen de chapa necesario para construir una esfera hueca de 40 cm de diámetro exterior y espesor 0,2 cm.*

b) *El valor aproximado de* $\sqrt{25'12}$.

---oo0oo---

a) El volumen de la chapa será la diferencia entre el volumen exterior y el interior.

Los radios son:

El externo R = D/2 = 40/2 = 20 cm.

El espesor es de 0'2 cm, luego h = - 0'2 cm.

El radio interno será de r = 20cm - 0'2 cm = 19'8 cm

La fórmula del volumen de una esfera es:

$$V(R)=\frac{4}{3}\pi R^3$$

Si aproximamos el incremento a la diferencial :

$$\Delta V \approx dV = V'(R)\cdot h$$

Como la derivada es :

$$V'(R)=\frac{4}{3}3\pi R^2=4\pi R^2$$

Sustituyendo:

$\Delta V \approx dV = V'(R)\cdot h = 4\cdot\pi\cdot 20^2\cdot(-0'2)= -1005'31$ cm^3.

El volumen de chapa es de 1005'31 cm^3

b) Teniendo en cuenta la aproximación a hallar tenemos:

⊙ $f(x)=\sqrt{x}$

⊙ $x_0 = 25$

⊙ h = 25'12 - 25 = 0'12

Utilizando la fórmula del incremento de una función aproximada a la diferencial:

$$f(x_0 + h) = f(25'12) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot h$$

y teniendo en cuenta que la derivada es :

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Sustituyendo:

$$f(25'12)=\sqrt{25}+\frac{1}{2\sqrt{25}}\cdot 0'12=5'012$$

Que es una buena aproximación de :

$$\sqrt{25'12}=5'011985634...$$

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧

❷❼ La producción de x unidades de un producto determinado tiene un coste que viene dado por la función siguiente:

$$C(x) = 6x^2 + 840x + 6\,000\,000$$

a) Calcula el coste marginal de la unidad 15 mediante una aproximación por derivadas.

b) Determina la función I(x), ingresos obtenidos por la venta de x unidades, y la función B (x), beneficios obtenidos por la venta de x unidades, si el precio de venta de cada una de las unidades producidas viene dado por la función:

$$p(x) = 20\,000 - x$$

c) ¿Cuántas unidades hay que producir para no tener pérdidas?

d) Determina I'(x) y B'(x).

e) Calcula el ingreso y el beneficio marginales de las unidades 251 y 1001.

f) Calcula el coste, el ingreso y el beneficio marginales para la última unidad que produce beneficios.

---oo0oo---

a) Sabemos que CMg(x + 1) ≈ C'(x)
Es decir C(15)≈ C'(14).

Como C'(x) = 12x + 840, tendremos:

C(15)≈ C'(14) = 12·14 + 840 = **1 008**

b) Los Ingresos se obtiene multiplicando las unidades vendidas (x) por el precio de venta por unidad :

I(x) = x p(x) = x (20 000 - x) = **20 000x - x^2**

Y la función beneficios por diferencia entre la de ingresos (I(x)) y la de costes (C(x)) :

B(x) = I(x) - C(x) = 20 000x - x^2 - (6x^2 + 840x + 6 000 000) **= - 7x^2 + 19 160x - 6 000 000**.

c) No tener pérdidas presupone que los beneficios sean nulos o positivos : B(x)≥ 0, para resolver esta inecuación, resolvemos primero la ecuación :

$$-7x^2+19160-6000000=0 \Leftrightarrow$$

$$x=\frac{-19160\pm\sqrt{19160^2-4(-7)(-6000000)}}{-14}=\begin{cases} x=360'68 \\ x=2376'5 \end{cases}$$

Para ver cual de los tres intervalos es el positivo damos un valor:

B(0) = - 6 000 000 < 0 , luego el intervalo válido será [360'68, 2376'5] es decir han de fabricarse un número de unidades comprendido entre esos valores :

$$\mathbf{361 \le x \le 2376}$$

d) I'(x) = (20 000 x - x^2)' = **20 000 - 2x**

B'(x) = (- 7x^2 + 19 160x - 6 000 000)' = **-14x + 19 160**

e) IMg(251) ≈ I'(250) = 20 000 - 2· 250 = 20 000 - 500 = **19 500**.

IMg(1001) ≈ I'(1000) = 20 000 - 2·1000 = 20 000 - 2 000 = **18 000**.

BMg(251) ≈ B'(250) = -14·250 + 19160 = - 3 500 + 19 160 = **15 660**.

BMg(1 001) ≈ B'(1 000) = -14·1 000 + 19160 = - 14 000 + 19 160 = **5 160**

✧✧✧❄❄◎❄❄✧✧✧