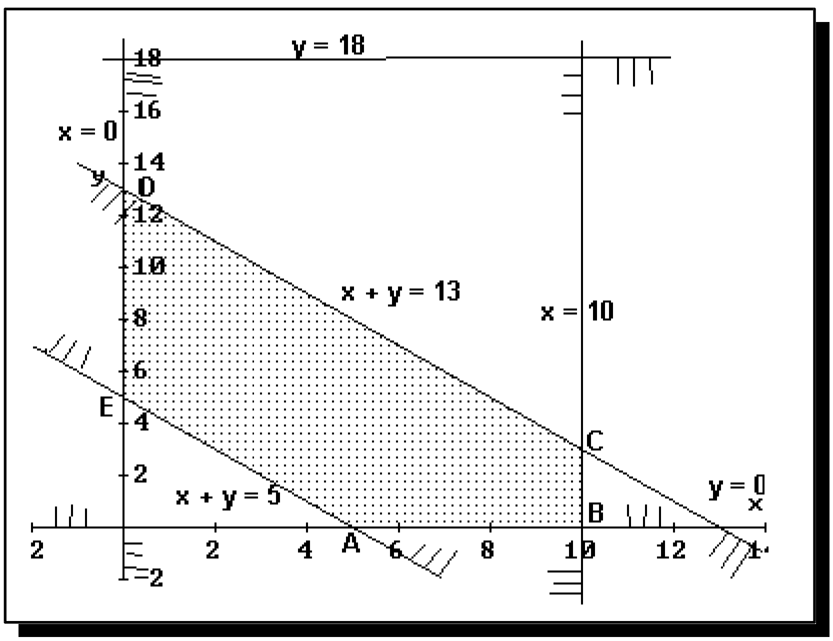
❶❷ Minimiza la función *f*(x, y) = x + y + 74, teniendo en cuenta las restricciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{ll}(10-x)+(10-y) & \leq 15\\ x+y & \leq 13\\ 0\leq x & \leq 10\\ 0\leq y & \leq 18\end{array}\right\}$$

---oo0oo---

La primera inecuación equivale a ⇨ x + y ≥ 5, teniéndolo en cuenta hallamos:

◈ **Región factible**



◈ **Cálculo de los vértices .**

A $\left.\begin{array}{l}x+y=5\\ y=0\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=5-y=5\\ y=0\end{array}\right\}\Rightarrow$ A (5 , 0)

B $\left.\begin{array}{l}x=10\\ y=0\end{array}\right\}\Rightarrow$ B (10 , 0)

C $\left.\begin{array}{l}x=10\\ x+y=13\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=10\\ y=13-y=13-10=3\end{array}\right\}\Rightarrow$ C (10 , 3)

$$D \quad \left.\begin{array}{l} x \quad = 0 \\ x+y = 13 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \quad = 0 \\ y = 13 - x = 13 \end{array}\right\} \Rightarrow D\,(\,0,\,13\,)$$

$$E \quad \left.\begin{array}{l} x \quad = 0 \\ x+y = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \quad = 0 \\ y = 5 - x = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow E\,(\,0,\,5\,)$$

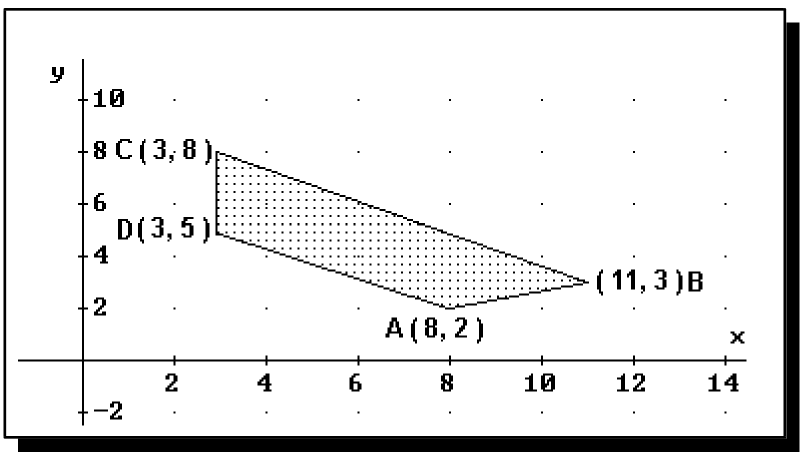
◈ **Mínimo de la función objetivo.**

Vértices	*f* (x, y) = x + y +74
A (5, 0)	*f* (5, 0) = 5 + 74 = 79
B (10, 0)	*f* (10, 0) = 10 +74 = 84
C (10, 3)	*f* (10, 3) = 10 + 3 + 74 = 87
D (0 , 13)	*f* (0, 13) = 13 + 74 = 87
E (0, 5)	*f* (0, 5) = 5 + 74 = 79

Como el mínimo se alcanza en dos vértices consecutivos también se alcanzará en los infinitos puntos que los unen, luego este problema tiene infinitos mínimos: los puntos del segmento AE.

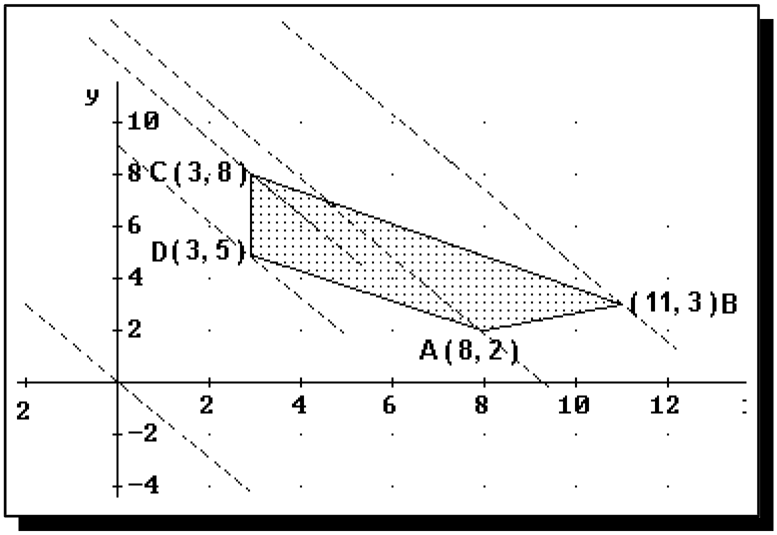
✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❶❸ Dada la región factible de la figura, determina el punto donde la función objetivo z = ax + by se hace máxima, si la recta ax + by = 0 pasa por el punto (-2, 3).



---oo0oo---

Trazamos la recta de nivel ax + by = 0 pues sabemos que pasa por el (-2, 3) y el (0, 0) , después las rectas de nivel por los cuatro vértices y, ver la figura siguiente, se observa que de estas las de menor ordenada es la que pasa por el vértice D (3, 5) y la de mayor ordenada es la que pasa por el vértice B (11, 3) .



- **Si b > 0 , el máximo se alcanza en el punto B (11, 3)** .
- **Si b < 0, el máximo se alcanza en el vértice D (3, 5) .**

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❶❹ En un problema de programación lineal, la región factible es el pentágono convexo cuyos vértices son los puntos:

O (0, 0), **P** (0, 4) ; **Q** (3/2, 3), **R (** 5/2, 2) ; **S** (7/2, 0)

y la función objetivo que hay que maximizar es F(x, y) = 2x + ay, a $\in \Re$, a$\in$ (0,∞)

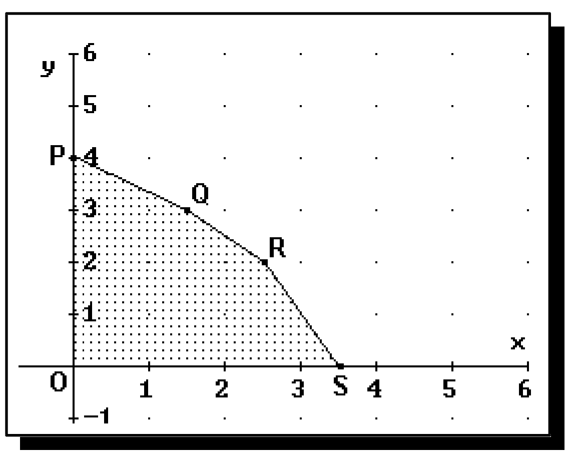
a) Dibuja la región factible.

b) Halla el vértice en que la función objetivo alcanza el máximo para a = ½ .

c) Encuentra un valor de a para que el máximo se alcance en el punto (0, 4).

---oo0oo---

a) Representamos los cinco vértices y trazamos los segmentos que les unen :



b) Si a = 1/ 2 LA FUNCIÓN OBJETIVO QUEDA F (x, y) = 2x + y/2 :

Vértices	*f* (x, y) = 2x + y/2
O (0, 0)	*f* (0, 0) = 0
P (0, 4)	*f* (0, 4) = 4/2 = 2
Q (3/2, 3)	*f* (3/2, 3) = 2·3/2 + 3/2 = 9/2
R (5/2 , 2)	*f* (5/2, 2) = 2·5/2 + 2/2 = 6
S (7/2, 0)	*f* (7/2, 0) = 2·7/2 = **7; Máximo**

c) Si el máximo ha de alcanzarse en el (0, 4), el valor de la función objetivo para este punto debe ser superior al valor de la función objetivo en todos los demás (lo otros 4) :

$$\left.\begin{array}{l} f(0,4) > f(0,0) \Rightarrow 2\cdot 0 + a\cdot 4 > 2\cdot 0 + a\cdot 0 \Rightarrow a > 0 \\ f(0,4) > f(\frac{3}{2},3) \Rightarrow 2\cdot 0 + a\cdot 4 > 2\cdot \frac{3}{2} + a\cdot 3 \Rightarrow a > 3 \\ f(0,4) > f(\frac{5}{2},2) \Rightarrow 2\cdot 0 + a\cdot 4 > 2\cdot \frac{5}{2} + a\cdot 2 \Rightarrow a > \frac{5}{2} \\ f(0,4) > f(\frac{7}{2},0) \Rightarrow 2\cdot 0 + a\cdot 4 > 2\cdot \frac{7}{2} + a\cdot 0 \Rightarrow a > \frac{7}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow a > 3$$

Luego para que se alcance el máximo en P (0, 4), ha de ser **a > 3** que cumple las cuatro inecuaciones anteriores.

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❶❺ Un fabricante construye dos tipos de vehículos especiales: *Micro* y *Macro* . Un *Micro* se *monta* en **6** h, mientras que un *Macro* necesita **10** h. Ambos tipos de vehículos necesitan además **3** h de *acabado*.

En una semana, la nave de *montaje* funciona durante **300** h, mientras que la de *acabados* lo hace durante **120** h. Si la *ganancia* es de **1000** euros por vehículo *Micro* y de **1300** euros por vehículo *Macro* ¿cuántas unidades de cada tipo es conveniente fabricar para obtener el máximo beneficio?

---oo0oo---

◈ **Datos e incógnitas**.

Vehículos	Cantidad o nº	Hr. montaje	Hr. acabado	Ganancia
Micro	x	6x	3x	1000x
Macro	y	10y	3y	1300y
		300	120	G (x , y)

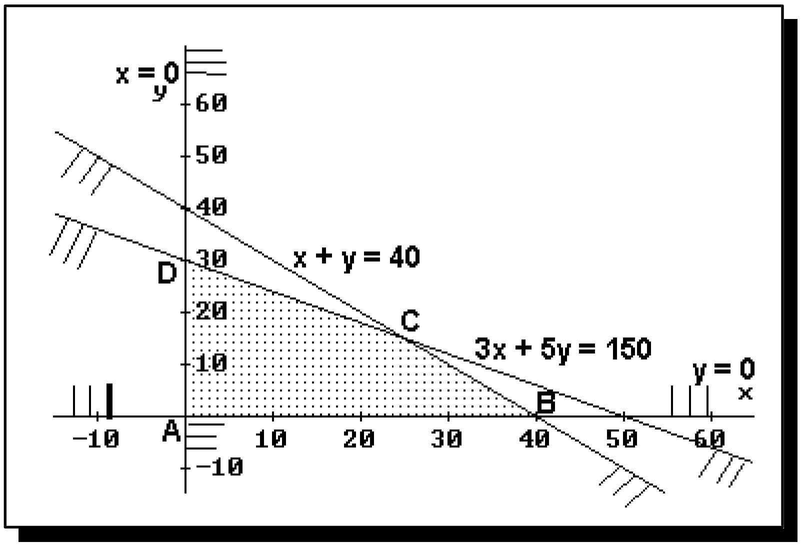
◈ **Restricciones .**

- ✦ Las horas de montaje no deben rebasar las 300 ≡ 6x + 10y ≤ 300 ⇒ **3 x + 5y ≤ 150**
- ✦ Las horas de acabado no deben superar las 120 ≡ 3x + 3y ≤ 120 ⇒ **x + y ≤ 40**
- ✦ El nº de vehículos fabricados ha de ser números naturales ≡ **x ≥ 0**; **y ≥ 0** .

El sistema de restricciones es, pues :

$$\left.\begin{array}{ll} 3x+5y & \leq 150 \\ x+y & \leq 40 \\ x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \end{array}\right\}$$

◈ **Región factible.**



◈ **Cálculo de las coordenadas de los vértices.**

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones de las rectas que se cortan en cada vértice :

A $\left.\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (0, 0)

B $\left.\begin{array}{r} x+y=40 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=40-y=40 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ B (40, 0)

C $\left.\begin{array}{ll} x+y & =40 \\ 3x+5y & =150 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \rightarrow \\ F_2-3F_1 \end{array} \left.\begin{array}{ll} x+y & =40 \\ 2y & =30 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=40-15=25 \\ y=\frac{30}{2}=15 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (25, 15)

D $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ 3x+5y=150 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=\frac{150-3x}{5}=\frac{150}{5}=30 \end{array}\right\} \Rightarrow$ D (0, 30)

◈ **Función objetivo y cálculo del máximo.**

Vértices	G (x, y) = 1 000x + 13200y
A (0, 0)	G(0, 0) = 0
B (40, 0)	G (40, 0) = 1 000 · 40 = 40 000 euros
C (25, 15)	G (**25, 15**) = 1 000 · 25+ 1 300 · 15 =**44 500** euros
D (0 , 30)	G (0, 30) = 1 300 · 30 = 39 000 euros

✳✳✳◈◈⦿◈◈✳✳✳

❶❻ Una tienda de electrodomésticos pone en oferta *lavadoras* a **500** euros cada una y *televisores* a **450** euros a través de Internet. La venta de una *lavadora* supone para la tienda un gasto horario de **diez minutos** de *venta virtual* y de **cinco minutos** de *teleinstalación*; la de un *televisor* supone el gasto horario de **ocho** minutos de *venta virtual* y **doce** de *teleinstalación*.

Si la tienda dispone de **cuatro** *vendedores virtuales* y de, **tres** *teleinstaladores* que funcionan cada uno durante **4** horas al día de lunes a viernes, determina cuántos televisores y lavadoras interesa poner a la venta en las **4** semanas que dura la oferta.

---oo0oo---

◈ **Datos e incógnitas**.

El beneficio será máximo al cabo de 4 semanas si lo es en una y lo será en una, si lo es a diario, luego plantemos el problema por día :

Artículos	Cantidad o nº	T. venta	T. montaje	Ganancia
Televisores	x	8x	12x	450x
Lavadoras	y	10y	5y	500y
		4·4·60	3·4·60 min.	G (x , y)

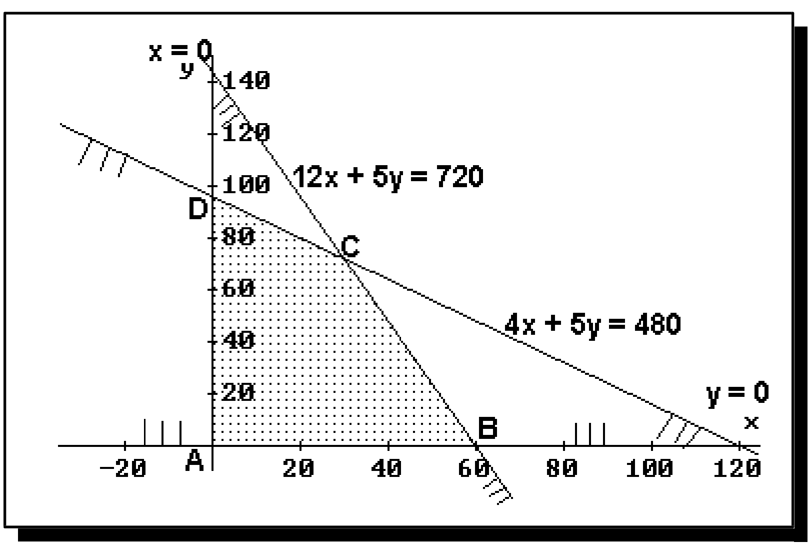
◈ **Restricciones .**

✦ El tiempo de venta no puede ser superior al disponible y se dispone de 4 vendedores · 4 horas· 60 min = 960 min ≡ $8x + 10y \leq 960$ ⇨ $\mathbf{4x + 5y \leq 480}$

✦ El tiempo de montaje no puede ser mayor que el disponible que es 3 montadores · 4 horas· 60 = 720≡ $\mathbf{12x + 5y \leq 720}$.

✦ El número de aparatos ha de ser un entero no negativo ≡ $\mathbf{x \geq 0}$; $\mathbf{y \geq 0}$.

◈ **Región factible.**



◇ Cálculo de las coordenadas de los vértices.

A $\left.\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (0, 0)

B $\left.\begin{array}{r} 12x+5y=720 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=\frac{720-5y}{12}=\frac{720}{12}=60 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ B (60, 0)

C $\left.\begin{array}{r} 4x+5y\ =480 \\ 12x+5y\ =720 \end{array}\right\} \xrightarrow[F_2-F_1]{} \left.\begin{array}{r} 4x+5y\ =480 \\ 8x\ \ =240 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} y=\frac{480-4x}{5}=72 \\ x=\frac{240}{8}=30 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (30, 72)

D $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ 4x+5y=480 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=\frac{480-4x}{5}=\frac{480}{5}=96 \end{array}\right\} \Rightarrow$ D (0, 96)

◇ Función objetivo y cálculo del máximo.

Vértices	G (x, y) = 450x + 500y
A (0, 0)	G(0, 0) = 0
B (60, 0)	G (60, 0) = 450 · 60 = 27 000 euros
C (30, 72)	G (**30, 72**) = 450 · 30+ 500 · 72 = **49 500** euros
D (0 , 96)	G (0, 96) = 500 · 96 = 48 000 euros

El máximo diario se corresponde con x = 30 televisores , y = 72 lavadoras.
Al cabo de 4 semanas deberá poner en venta :
4 semanas · 5 días / semana · 30 televisores/día = **600 televisores**.
4 semanas · 5 días / semana · 72 lavadoras/día = **1 440 lavadoras**.

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❶❼ Una empresa fabrica dos clases de tornillos, **A** y **B**. En la producción diaria, el número **total** de tornillos de ambas clases **no supera** las **3000** unidades. Además, los tornillos de la clase **B** siempre **alcanzan** las **1000** unidades pero su **número** es **inferior** al **número** de tornillos de la clase **A más 1000** unidades.

Si los tornillos de la clase **A** valen **5** céntimos de euro cada uno y los de la clase **B** valen **4** céntimos de euro la unidad, calcula el coste **máximo** y el coste **mínimo** de la producción diaria, y di cuántos tornillos de cada clase deben fabricarse para alcanzar este máximo y este mínimo.

---oo0oo---

◇ Datos e incógnitas.

Tipo	Cantidad o nº	Coste
A	x	5x
B	y	4y
	3.000	C (x , y)

◇ Restricciones .

✦ El nº total no debe exceder los 3 000 ≡ $x + y \leq 3000$.

✦ Los de clase **B** siempre alcanzan las 1 000 unidades ≡ $y \geq 1000$.

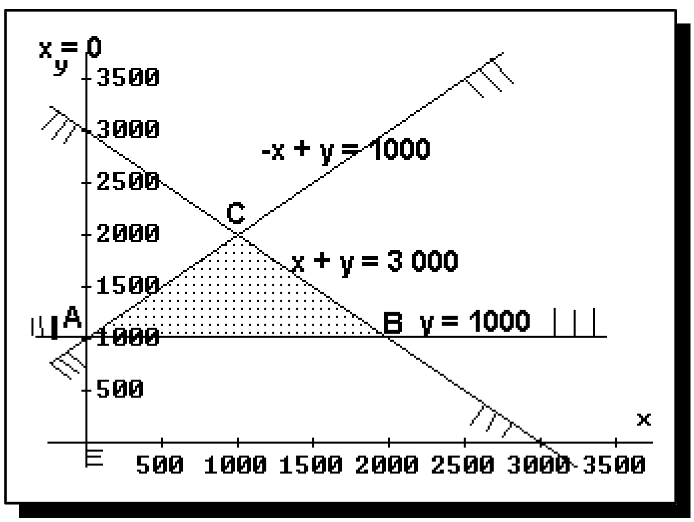
✦ El nº de los de **B** es inferior a los de la clase **A** más 1 000 ≡ $y \leq x + 1000$.

✦ El nº de tornillos de cada clase debe ser entero no negativo≡ $x \geq 0$; $y \geq 0$

$$\left.\begin{array}{c} x+y\leq 3000 \\ y\geq 1000 \\ -x+y\leq 1000 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

La segunda engloba la última

◇ Región factible.



◇ Calculo de las coordenadas de los vértices y los óptimos.

A $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (0 , 1 000)

B $\left.\begin{array}{c} x+y=3000 \\ y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=3000-y=2000 \\ y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow$ B (2 000, 1 000)

C $\left.\begin{array}{c} x+y=3000 \\ -x+y=1000 \end{array}\right\} \xrightarrow[F_2+F_1]{} \left.\begin{array}{c} x+y=3000 \\ 2y=4000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=3000-y=1000 \\ y=\frac{4000}{2}=2000 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (1 000, 2 000)

◇ Función objetivo y cálculo del máximo.

Vértices	C (x, y) = 5x + 4y
A (0, 1 000)	C(0, 1 000) = 4· 1 000 = 4 000 céntimos = 40 euros
B (2 000, 1 000)	C (2000, 1000) = 5·2000+4·1000 = 14 000 =140 euros
C (1 000, 2 000)	C (1000, 2000) = 5·1000+4·2000 = 13 000= 130 euros

⦿ El **máximo** se alcanza para **2 000** tornillos del tipo **A** y **1 000** del tipo **B y** su **coste** es de **140 euros**.

⦿ El **mínimo** se alcanza para **cero** tornillos del tipo **A y 1 000** del tipo **B y** su **coste** es de **40 euros**.

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❶❽ Una empresa tiene dos fábricas de componentes, **FC 1** y **FC 2**. Allí se fabrican, respectivamente, **8000** y **15000** piezas mensuales de un componente para tres modelos de automóviles. Estos modelos se ensamblan en tres fábricas de componentes, **FM 1**, **FM 2** y **FM 3,** que necesitan **10000**, **7000** y **6000** piezas mensuales, respectivamente. Los costes de envío desde las fábricas de componentes a las de montaje son los que aparecen en la siguiente tabla, expresados en céntimos de euro.

Fábricas	FM 1	FM 2	FM 3
FC 1	12	26	4
FC 2	8	8	24

Averigua cuántas unidades deben enviarse desde cada fábrica de componentes a cada fábrica de montaje para que el transporte sea lo más económico posible.

---oo0oo---

◈ **Datos e incógnitas**.

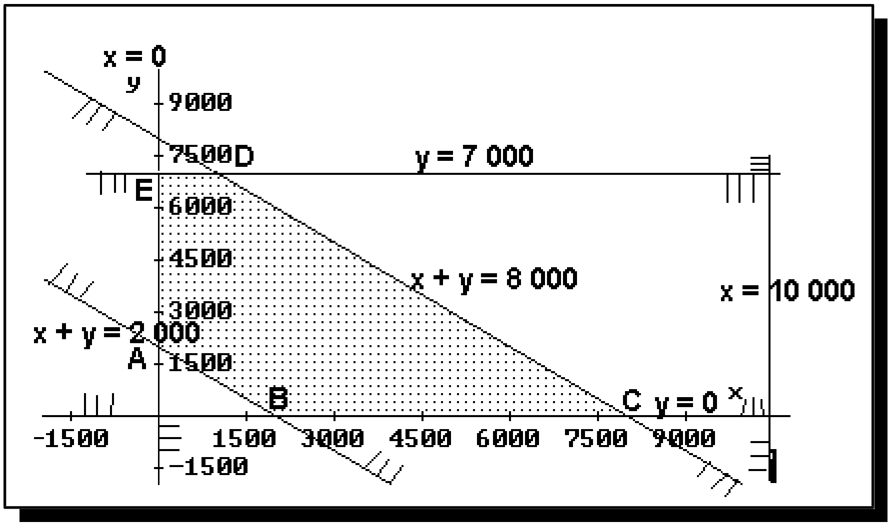
Fábricas	FM 1	FM 2	FM 3	Total
FC 1	x	y	8000- x - y	8 000
FC 2	10000 - x	7000- y	15000 -(10000-x)-(7000 -y) = x + y - 2000	15 000
Suma	10 000	7 000	6 000	23 000

◈ **Restricciones**.

Las cantidades transportadas no pueden ser negativas ;

$$\left.\begin{array}{c} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8000 - x - y \geq 0 \\ 10000 - x \geq 0 \\ 7000 - y \geq 0 \\ x + y - 2000 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x \geq 0 \\ y \geq o \\ x + y \leq 8000 \\ x \leq 10000 \\ y \leq 7000 \\ x + y \geq 2000 \end{array}\right\}$$

◈ **Región factible .**



◇ **Cálculo de las coordenadas de los vértices.**

A $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ x+y=2000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=2000-x=2000 \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (0, 2 000)

B $\left.\begin{array}{c} x+y=2000 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=2000-y=2000 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ B (2 000, 0)

C $\left.\begin{array}{c} x+y=8000 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=8000-y=8000 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (8 000, 0)

D $\left.\begin{array}{c} x+y=8000 \\ y=7000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=8000-y=8000-7000=1000 \\ y=7000 \end{array}\right\} \Rightarrow$ D (1 000, 7 000)

E $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=7000 \end{array}\right\} \Rightarrow$ E (0 , 7 000)

◇ **Función objetivo y cálculo del mínimo.**

La función objetivo es el coste de transporte que se obtiene multiplicando las cantidades transportadas por su coste y sumando :

C (x, y) = 12x + 26 y + 4 (8 000 - x - y) + 8 (10 000 - x) + 8 (7 000 - y) + 24 (x + y 2 000) = **24x + 38y + 120 000**

Luego el mínimo será :

Vértices	C (x, y) = 24x + 38y + 120 000
A (0, 2 000)	C(0, 2 000) = 38· 2 000 + 120000 = 196 000
B (2 000, 0)	C (**2000, 0**) = 24·2000 + 120 000 = **168 000 Mín**
C (8 000, 0)	C (8000, 0) = 24·8000+120 000 = 312 000
D (1 000, 7 000)	C (1000, 7000) = 24·1000+38·7000+120 000 = 410 000
E (0, 7 000)	C(0, 7 000) = 38· 7 000 + 120000 = 386 000

Por tanto el transporte ha de distribuirse :

Fábricas	FM 1	FM 2	FM 3	Total
FC 1	2 000	0	6 000	8 000
FC 2	8 000	7.000	0	15 000
Suma	10 000	7 000	6 000	23 000

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❶❾ Acaban de salir al mercado dos piensos compuestos diferentes, *Porky* y *Cerdy*, cuyos costes son de **20** euros y **10** euros el saco, respectivamente. Ambos contienen una dieta basada en los nutrientes **P** y **C**. Un saco de *Porky* proporciona **3** unidades de **P** y **1** unidad de **C**. Por su parte, un saco de *Cerdy* proporciona **1** unidad de **P** y **2** de **C**. Si las necesidades nutritivas de una piara son de **300** unidades de **P** y **200** de **C** a la semana, determina la cantidad de cada compuesto que hay que comprar para que el gasto sea mínimo.

---oo0oo---

◈ **Datos e incógnitas**.

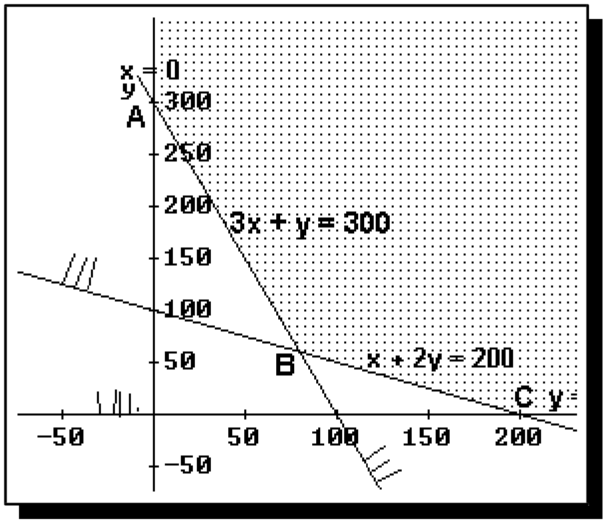
Piensos	Sacos	Coste	P	C
Porky	x	20x	3x	x
Cerdy	y	10y	y	2y
		C (x , y)	300	200

◈ **Restricciones**.

⁂ Se necesitan al menos 300 unidades del compuesto P ≡ $3x + y \geq 300$.
⁂ Se necesitan al menos 200 unidades del compuesto C ≡ $x + 2y \geq 200$
⁂ El nº de sacos es un entero no negativo ≡ $x \geq 0$ y ≥ 0 .

$$\left.\begin{array}{r} 3x+y\geq 300 \\ x+2y\geq 200 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

◈ **Región factible .**



◈ Coordenadas de los vértices.

A $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ 3x+y=300 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=300-3x=300 \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (0 , 300)

B $\left.\begin{array}{c} x+2y=200 \\ 3x+y=300 \end{array}\right\} \underset{F_2-3F_1}{\rightarrow} \left.\begin{array}{c} x+2y=200 \\ -5y=-300 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=200-2\cdot 60=80 \\ y=\frac{-300}{-5}=60 \end{array}\right\}$ B (80, 60)

C $\left.\begin{array}{c} x+2y=200 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=200-2\cdot 0=200 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (200, 0)

◈ Función objetivo y cálculo del mínimo.

La función a minimizar es el gasto o coste C (x, y) = 20x + 10 y, que, como tiene el coeficiente de la y positivo, se alcanzará en el vértice de menor ordenada de la región factible, luego a pesar de ser no acotada sí tiene mínimo :

Vértices	C (x, y) = 20x + 10y
A (0, 300)	C(0, 300) = 10· 300 = 3 000 euros
B (80, 60)	C (**80, 60**) = 20·80 + 10·60 = **2 200 euros ; Mín**
C (200, 0)	C (200, 0) = 20 · 200 = 4 000 euros

Se han de comprar 80 sacos de Porky y 60 de Cerdy

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

20 En un muelle hay almacenados **100** contenedores de *uva*, con una **masa** de **1** t, una **capacidad** de **300** dm^3 y un **valor** de **750** euros cada uno, y **100** contenedores de *espárragos*, con una **masa** de **2** t, una **capacidad** de **400** dm^3 y un **valor** de **1250** euros cada uno. Si un barco puede cargar como máximo **100** t y **24 · 10³** dm³, ¿cuántos contenedores de cada tipo debe cargar dicho barco para que el importe de los productos que transporta sea máximo?

---oo0oo---

◇ **Datos e incógnitas.**

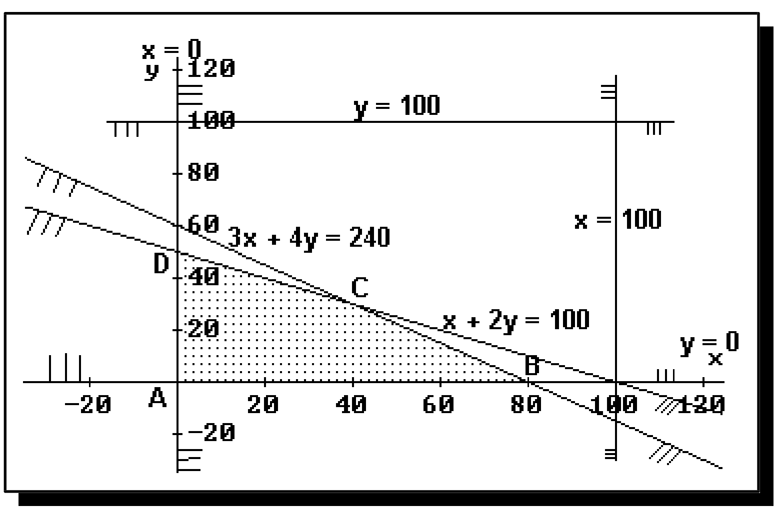
Contenedores	Cantidad	Masa(t)	Capacidad (dm^3)	Valor (Euros)
Uva	x	x	300x	750x
Espárragos	y	2y	400y	1250y
		100	$24\cdot10^3$	C (x , y)

◇ **Restricciones.**

⁂ Cómo máximo el barco carga 100 t $\equiv x + 2y \le 100$.
⁂ La capacidad máxima es de 24 000 dm^3 $\equiv 300x + 400y \le 24\,000$ $3x + 4y \le 240$
⁂ Cómo máximo se pueden embarcar los contenedores de cada tipo almacenados $x \le 100$ $y \le 100$.
⁂ El nº de contenedores es un entero no negativo $\equiv x \ge 0$ $y \ge 0$.

$$\left.\begin{array}{c} x+2y\le 100 \\ 3x+4y\le 240 \\ x\le 100 \\ y\le 100 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

◇ **Región factible**



◇ **Cálculo de las coordenadas de los vértices.**

A $\left.\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (0, 0)

B $\left.\begin{array}{r} 3x+4y=240 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=\frac{240-0}{3}=80 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ B (80, 0)

C $\left.\begin{array}{r} x+2y=100 \\ 3x+4y=240 \end{array}\right\} \xrightarrow[F_2-3F_1]{} \left.\begin{array}{r} x+2y=100 \\ -2y=-60 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} x=100-2\cdot 30=40 \\ y=30 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (40, 30)

D $\left.\begin{array}{r} x=0 \\ x+2y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=0 \\ y=\frac{100}{2}=50 \end{array}\right\} \Rightarrow$ D (0, 50)

◈ **Función objetivo y cálculo del máximo.**

Vértices	C (x, y) = 750x + 1 250y
A (0, 0)	C(0, 0) = 0
B (80, 0)	C (80, 0) = 750·80 = 60 000 euros
C (40, 30)	C (40, 30) = 750·40+1 250·30 = **67 500 euros**
D (0, 50)	C (0, 50) = 1 250·50 = 62 500 euros

40 contenedores de uva y 30 de espárragos es el máximo número de contenedores de cada tipo que han de llevar para que el importe sea máximo.

✳✳✳◈◈⦿◈◈✳✳✳

❷❶ Una tienda especializada en artículos deportivos solicita dos tipos de prendas ligeras, *Gekko* y *Hayate*. El fabricante dispone para su confección de **1,5** km de tejido *natural* y **1** km de tejido *sintético*. Ambos artículos se confeccionan con **4** m de tejido, pero cada *Gekko* precisa un **50** % de tejido *natural*, mientras que cada *Hayate* utiliza un **75** % de tejido *natural*. Si el precio de venta del *Gekko* es de **100** euros y el del *Hayate* es de **80** euros, ¿qué número de prendas de cada tipo debe suministrar el fabricante a la tienda para conseguir que el importe de la venta sea máximo?

---oo0oo---

◈ **Datos e incógnitas.**

Prendas	Cantidad	Natural	Sintético	Valor (Euros)
Gekko	x	0’5·4x	0’5·4x	100x
Hayate	y	0’75·4y	0’25·4y	80y
		1 500	1 000	V (x , y)

◈ **Restricciones.**

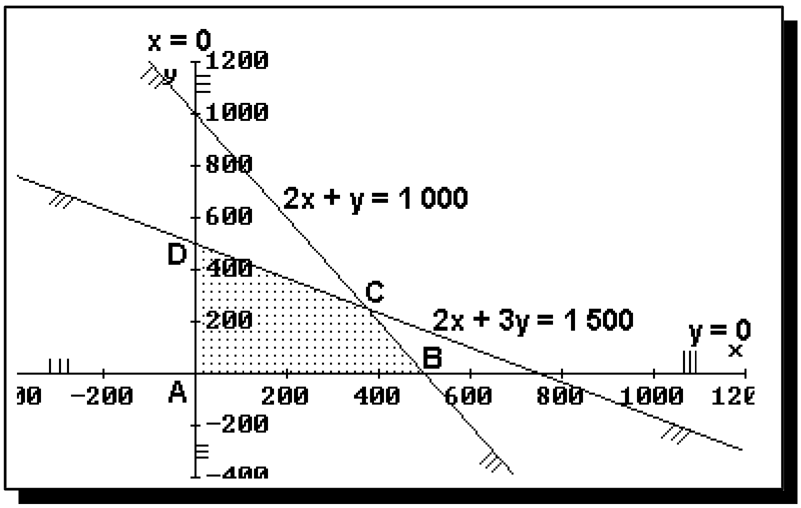
⁂ Cómo máximo podemos usar 1 500 m de tejido natural $\equiv 2x + 3y \leq 1\,500$. Pues en El Gekko hay el 50 % ($0'5 \cdot 4 = 2$)y en el otro un 75 % ($0'75 \cdot 4 = 3$)

⁂ Cómo máximo podemos usar 1 000 m de tejido sintético $\equiv 2x + y \leq 1\,000$. Pues en El Gekko hay el 50 % ($0'5 \cdot 4 = 2$)y en el otro un 25 % ($0'25 \cdot 4 = 1$).

⁂ El nº de prendas es un entero no negativo $\equiv x \geq 0$ $y \geq 0$.

$$\left.\begin{array}{c} 2x+3y\leq 1500 \\ 2x+y\leq 1000 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

◇ Región factible



◇ Cálculo de las coordenadas de los vértices.

A $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow A\ (\ 0,\ 0\ )$

B $\left.\begin{array}{c} 2x+y=1000 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=\frac{1000-0}{2}=500 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow B\ (\ 500,\ 0\ )$

C $\left.\begin{array}{c} 2x+3y=1500 \\ 2x+y=1000 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \to \\ F_2-F_1 \end{array} \left.\begin{array}{c} 2x+3y=1500 \\ -2y=-500 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{c} x=\frac{1500-3y}{2}=375 \\ y=250 \end{array}\right\} \Rightarrow C\ (\ 375,\ 250\ )$

D $\left.\begin{array}{c} x=0 \\ 2x+3y=1500 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x=0 \\ y=\frac{1500}{3}=500 \end{array}\right\} \Rightarrow D\ (\ 0,\ 500\ )$

◇ Función objetivo y cálculo del máximo.

Vértices	C (x, y) = 100x + 80y
A (0, 0)	C(0, 0) = 0
B (500, 0)	C (500, 0) = 100·500 = 50 000 euros
C (375, 250)	C (375, 250) = 100·375 + 80·250 = **57 500 euros**
D (0, 500)	C (0, 500) = 80·500 = 40 000 euros

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳

❷❷ Un trabajador dedica parte de su jornada laboral al reparto de revistas especializadas. La empresa **BOOK** le paga **0,1** euros por cada ejemplar repartido, mientras que la empresa **WARGAMER** le paga a **0,05** euros el ejemplar. El trabajador debe repartir **por lo menos 30** ejemplares de **BOOK**, pero el número **total** de ejemplares de esta revista **nunca** debe **ser superior** al **doble** de los **ejemplares** de la **otra**. Si puede repartir un máximo de **148** ejemplares cada día, averigua cuántas revistas de cada empresa debe repartir para que el **beneficio** sea **máximo**.

---oo0oo---

◈ **Datos e incógnitas.**

Revistas	Cantidad	Ingresos (Euros)
Book	x	0'1x
Wargamer	y	0'05y
	148	B (x , y)

◈ **Restricciones.**

✦ Cómo mínimo debe repartir 30 de Book ≡ $x \geq 30$.

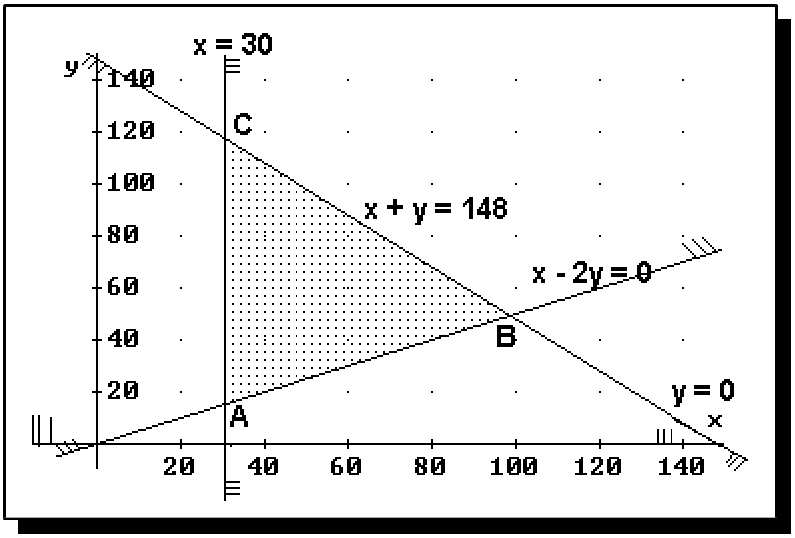
✦ El nº de Book no debe ser superior al doble del nº de las de la otra empresa ≡ $x \leq 2y$.

✦ El máximo de ejemplares que puede repartir es de 148 ≡ $x + y \leq 148$.

✦ El nº de ejemplares repartidos ha de ser un entero no negativo ≡ $x \geq 0$ y ≥ 0 .

$$\left.\begin{array}{c} x+y\leq 148 \\ x-2y\leq 0 \\ x\geq 30 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

◈ **Región factible**



◇ Cálculo de las coordenadas de los vértices.

A $\left.\begin{array}{l} x = 30 \\ x = 2y \end{array}\right\} \Rightarrow$ A (30, 15)

B $\left.\begin{array}{r} x + y = 148 \\ x = 2y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2y + y = 148 \\ x = 2y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = \frac{148}{3} \\ x = \frac{296}{3} \end{array}\right\}$ B (296/3, 148/3)

C $\left.\begin{array}{r} x + y = 148 \\ x = 30 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} y = 148 - x = 118 \\ x = 30 \end{array}\right\} \Rightarrow$ C (30, 118)

◇ Función objetivo y cálculo del máximo.

Vértices	C (x, y) = 0’1x + 0’05y
A (30, 15)	C(30, 15) = 0’1 · 30 + 0’05·15 = 3’75 euros
B (296/3, 148/3)	C (296/3, 148/3) =0’1 · 296/3 + 0’05·148/3 = 12’3...
C (30, 118)	C (30, 118) =0’1 · 30 + 0’05·118 = 8’9 euros

El máximo correspondería al punto C (98’6..., 49’3...) pero como ha de ser un número entero debemos buscar los puntos enteros más próximos de la región factible :

Puntos	C (x, y) = 0’1x + 0’05y
(98, 49)	C(98, 49) = 0’1 · 98 + 0’05·49 = 12’25 euros
(98, 50)	C (**98, 50**) = 0’1 · 98 + 0’05·50 =**12’3 euros, Máx**
(97, 51)	C (97, 51) =0’1 · 97 + 0’05·51 = 12’25 euros
(96, 52)	C (96, 52) =0’1 · 96 + 0’05·52 = 12’2 euros

✳✳✳◈◈◉◈◈✳✳✳