

Ejercicios propuestos (Pág 266)

① Una ganadería tiene 3 000 vacas. Se quiere extraer una muestra de 120. Explica cómo se obtiene la muestra:

- a) Mediante muestreo aleatorio simple.
- b) Mediante muestreo aleatorio sistemático.



a)

- \* Se numeran las 3 000 vacas.
- \* Se extraen al azar 120 números de entre los 3 000.
- \* La muestra estará formada por las 120 vacas a las que correspondan los números obtenidos.

b)

- \* Se halla el coeficiente de elevación:  $h = \frac{3000}{120} = 25$ .
- \* Se sortea un número del 1 al 25. Supongamos que sale el 5.
- \* Las vacas seleccionadas para la muestra serían las que correspondieran a los números 5,  $5 + 25 = 30$ ,  $30 + 25 = 55$ ,  $55 + 25 = 80$ ,  $80 + 25 = 105$ , ..., 2980.



Ejercicios propuestos (Pág 267)

② Una ganadería tiene 2 000 vacas. Son de distintas razas: 853 de A, 512 de B, 321 de C, 204 de D y 110 de E. Queremos extraer una muestra de 120:

- a) ¿Cuántas hay que elegir de cada raza para que el muestreo sea estratificado con reparto proporcional?
- b) ¿Cómo ha de ser la elección dentro de cada estrato?



a)

Llamamos  $n_A$  al número de vacas que debemos elegir de raza A,  $n_B$  al de raza B,  $n_C$  al de C,  $n_D$  al de D y  $n_E$  al de E.

Como el reparto por estratos es proporcional ha de cumplirse:

$$\frac{n}{N} = \frac{120}{2000} = \frac{n_A}{N_A} = \frac{n_A}{853} = \frac{n_B}{N_B} = \frac{n_B}{512} = \frac{n_C}{N_C} = \frac{n_C}{321} = \frac{n_D}{N_D} = \frac{n_D}{204} = \frac{n_E}{N_E} = \frac{n_E}{110} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} n_A = N_A \cdot \frac{n}{N} = 853 \cdot \frac{120}{2000} = 51,18 \\ n_B = N_B \cdot \frac{n}{N} = 512 \cdot \frac{120}{2000} = 30,72 \\ n_C = N_C \cdot \frac{n}{N} = 321 \cdot \frac{120}{2000} = 19,26 \\ n_D = N_D \cdot \frac{n}{N} = 204 \cdot \frac{120}{2000} = 12,24 \\ n_E = N_E \cdot \frac{n}{N} = 110 \cdot \frac{120}{2000} = 6,6 \end{cases}$$

Como se trata de individuos estadísticos, han de ser valores enteros, por tanto, debemos elegir: 51 vacas de raza A, 31 vacas de B, 19 de C, 12 de D y 7 de E.

**b)** Dentro de cada estrato el muestreo ha de ser aleatorio simple.



**Ejercicios propuestos (Pág 268)**

①. Obtén aleatoriamente cuatro números enteros al azar entre 1 y 95.



Usamos la tecla RAN#

$$\begin{cases} \text{RAN#} \quad 0,853 \times 95 + 1 = 82,035 \Rightarrow 82 \\ 0,465 \times 95 + 1 = 85,175 \Rightarrow 85 \\ 0,027 \times 95 + 1 = 3,565 \Rightarrow 3 \\ 0,598 \times 95 + 1 = 57,81 \Rightarrow 57 \end{cases}$$



②. Obtén cinco números enteros elegidos aleatoriamente entre 1 y 800.



Usamos de nuevo la tecla de la calculadora de obtención de números aleatorios



$$\begin{cases} 0,951 \times 800 + 1 = 761,8 \Rightarrow 761 \\ 0,285 \times 800 + 1 = 229 \Rightarrow 229 \\ 0,003 \times 800 + 1 = 3,4 \Rightarrow 3 \\ 0,220 \times 800 + 1 = 177 \Rightarrow 177 \\ 0,812 \times 800 + 1 = 650,6 \Rightarrow 650 \end{cases}$$



Ejercicios propuestos (Pág 269)

③. De una población de  $N = 856$  elementos, deseamos extraer una muestra de tamaño  $n = 10$ . Mediante el uso de números aleatorios, designa cuáles son los 10 individuos que componen la muestra.



Usamos la calculadora multiplicando los 10 números aleatorios obtenidos (tecla **RAN#**) por 856, lo que hacemos pulsando primero **856 x x** :

400, 702, 816, 506, 202, 668, 623, 278, 718, 618



④. De una población de 543 individuos, queremos extraer una muestra de tamaño 40 mediante números aleatorios. Obtén los cinco primeros elementos de dicha muestra.



Usamos la técnica del ejercicio anterior, hacemos, en la calculadora, primero **543 x x**, después obtenemos el número aleatorio ( tecla **RAN#**) y por último la tecla **=**, cinco veces:

445, 151, 513, 381, 36,..... hasta cuarenta veces.



Ejercicios y problemas propuestos (Pág 272)

PARA PRACTICAR

① En cada uno de los casos que se mencionan a continuación, el colectivo ¿es población o es muestra? Explica por qué.

a) Un campesino tiene 87 gallinas. Para probar la eficacia de un nuevo tipo de alimentación, las pesa a todas antes y después de los 30 días que dura el tratamiento.

b) Un granjero prueba con 100 de sus gallinas la eficacia de un nuevo tipo de alimentación.



a) Es **población**, porque pesa a todas las gallinas.

b) Es **muestra**, porque no pesa a todas las gallinas, sino solo a una parte de ellas.



2) Para preparar un folleto, un fabricante de elásticos quiere estudiar su resistencia a la rotura. Para ello, los estira hasta que se rompen y anota el grado de estiramiento que alcanzan sin romperse. ¿Puede realizar dicho estiramiento sobre la población o es imprescindible realizarlo sobre la muestra? ¿Por qué?



Bueno, si está dispuesto a ir rompiendo los elásticos que vaya fabricando para estudiar sus resistencia a la rotura, pero ¿qué vendería?, debe pues una muestra lo más pequeña posible que sea representativa del total de la población.



3) Solo uno de los siguientes procedimientos nos permite obtener una muestra representativa. Di cuál es y, en los otros, estudia el sentido del sesgo y su importancia:

a) Para estudiar las frecuencias relativas de las letras, se toman al azar 20 libros de la biblioteca de un centro escolar y se cuenta las veces que aparece cada letra en la página 20 de los libros seleccionados.

b) Para conocer la opinión de sus clientes sobre el servicio ofrecido por unos grandes almacenes, se selecciona al azar, entre los que poseen tarjeta de compra, a 100 personas entre las que han gastado menos de 1 000 € el último año, otras 100 entre las que han gastado entre 1000 € y 5 000 € y 100 más entre las que han gastado más de 5 000 €.

c) Para calcular el número medio de personas por cartilla en un Centro de Salud de la Seguridad Social, los médicos toman nota de las cartillas de las personas que acuden a las consultas durante un mes.



a) Si es representativa pues no hay sesgo.

b) El número de clientes en cada intervalo es constante(100) y debería ser proporcional al número de clientes en cada intervalo o estrato. Por otra parte hay estratos no representados. No es representativa.

c) La muestra está sesgada pues las familias numerosas acudirán más veces a la consulta (tienen más posibilidades de estar enfermas pues son más) y el número promedio de una unidad familiar saldrá sesgada hacia arriba.



5) De un colectivo de 500 personas elige una muestra de 20 mediante:

a) Un muestreo aleatorio sistemático.

b) Un muestreo aleatorio simple. Utiliza la tecla RAN# de la calculadora.



a)

☀ Coeficiente de elevación =  $h = \frac{500}{20} = 25$

☀ Seleccionamos con la calculadora un número entre 1 y 25: **SHIFT RAN# x 25 + 1 =** 25,05. Empezamos en el número 25.

☀ Para hallar el resto vamos sumando  $h = 25$ , al primero ( que en nuestro caso ha salido también 25:

25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375, 400, 425, 450, 475, 500

**b)** Usamos la calculadora. Primero hacemos **500 x x** después con la tecla **RAN#** vamos obteniendo los 20 números aleatorios y pulsamos la tecla **=**

45, 400, 52, 351, 108, 249, 88, 309, 93, 419, 68, 213, 293, 97, 256, 485, 406, 287, 123, 373



5 En un conjunto de 1000 conductores hay:

- ☀ 50 taxistas.
- ☀ 75 camioneros.
- ☀ 25 conductores de autobús.

El resto son conductores de vehículos corrientes y se reparten así:

- ☀ 250 con más de 20 años de experiencia.
- ☀ 425 con una experiencia de entre 5 y 20 años.
- ☀ 175 con una experiencia de 0 a 5 años.

Para confeccionar una muestra de 40 individuos mediante muestreo aleatorio estratificado proporcional, ¿cuántos hay que seleccionar de cada uno de los seis estratos?



Llamamos  $n_1$  al número de *taxistas* que tendríamos que seleccionar,  $n_2$  al número de *camioneros*,  $n_3$  al número de *conductores de autobuses*,  $n_4$  al número de *conductores* con más de 20 años de experiencia,  $n_5$  al de *conductores* con una experiencia entre 5 y 20 años y  $n_6$  al de *conductores* con una experiencia de 0 a 5 años.

$$\frac{n}{N} = \frac{40}{1000} = \frac{n_1}{50} = \frac{n_2}{75} = \frac{n_3}{25} = \frac{n_4}{250} = \frac{n_5}{425} = \frac{n_6}{175}$$

Despejando, obtenemos:

- $n_1 = 2$  taxistas
- $n_2 = 3$  camioneros
- $n_3 = 1$  conductor de autobús
- $n_4 = 10$  conductores con más de 20 años de experiencia
- $n_5 = 17$  con experiencia entre 5 y 20 años
- $n_6 = 7$  con experiencia entre 0 y 5 años



⑥ En determinada provincia hay cuatro comarcas,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$ , con un total de 1 500 000 personas censadas. De ellas, 300 000 residen en  $C_1$ , 450 000 en  $C_2$  y 550 000 en  $C_3$ . Se quiere realizar un estudio sobre las costumbres alimenticias en esa provincia basado en una muestra de 3 000 personas.

- a) ¿Qué tipo de muestreo deberíamos realizar si queremos que en la muestra resultante haya representación de todas las comarcas?
- b) ¿Qué número de personas habría que seleccionar en cada comarca, atendiendo a razones de proporcionalidad?
- c) ¿Cómo seleccionarías las personas en cada comarca? Justifica las respuestas.



- a) Deberíamos realizar un muestreo aleatorio estratificado.
- b) El número de personas que residen en  $C_4$  es el resto hasta 1 500 000:

$$C_4 = 1\,500\,000 - (300\,000 + 450\,000 + 550\,000) = 200\,000$$

Llamamos  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  y  $n_4$  al número de personas que tendríamos que seleccionar en cada comarca ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$ , respectivamente) tenemos:

$$\frac{3000}{1500000} = \frac{n_1}{300000} = \frac{n_2}{450000} = \frac{n_3}{550000} = \frac{n_4}{200000}$$

Resolviendo las proporciones, tenemos:

- $n_1 = 600$  personas de  $C_1$
- $n_2 = 900$  personas de  $C_2$
- $n_3 = 1\,100$  personas de  $C_3$
- $n_4 = 400$  personas de  $C_4$

- c) Dentro de cada comarca, podríamos seleccionarlos mediante un muestreo aleatorio simple, o mediante un muestreo sistemático.



⑦ En un centro de enseñanza con 981 alumnos y alumnas, se va a hacer un sondeo sobre tendencias políticas. Se va a escoger una muestra de 84 estudiantes. En el centro hay 5 cursos (1º, 2º, 3º, 4º y 5º) con un número de alumnos y alumnas en cada uno de ellos de 345, 234, 190, 140 y 72. ¿Cuántos alumnos deberemos escoger de cada curso si deseamos que el muestreo sea estratificado con reparto proporcional?



$$\frac{84}{981} = \frac{n_1}{345} = \frac{n_2}{234} = \frac{n_3}{190} = \frac{n_4}{140} = \frac{n_5}{72} \text{ hallamos } n_i :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 = 345 \cdot \frac{84}{981} = 29,54 \approx 30 \\ n_2 = 234 \cdot \frac{84}{981} = 20,03 \approx 20 \\ n_3 = 190 \cdot \frac{84}{981} = 16,27 \approx 16 \\ n_4 = 140 \cdot \frac{84}{981} = 11,99 \approx 12 \\ n_5 = 72 \cdot \frac{84}{981} = 6,17 \approx 6 \end{array} \right.$$



① Queremos seleccionar una muestra de 50 alumnos de 2-º de Bachillerato. En cada uno de los siguientes casos debes decidir si el muestreo debe ser aleatorio simple o estratificado por sexos (chicos-chicas) para estudiar las variables indicadas:

- a) Estatura.
- b) Tiempo que emplean los alumnos en ir de su casa al instituto.
- c) Agudeza visual (porcentaje de alumnado con gafas).
- d) Incidencia de caries dental.
- e) Práctica de fútbol.
- f) Lectura de algún periódico.



- a) En la estatura de chicos y chicas de esa edad suele haber diferencias significativas. El muestreo debe ser estratificado en este caso.
- b) No, en principio la velocidad en acudir al instituto no depende del sexo.
- c) No.
- d) No.
- e) Sí, hay una gran diferencia entre el porcentaje de chicos y chicas que juegan al fútbol.
- f) No.



### PARA PROFUNDIZAR

② Si cuentas el número de personas y el número de perros que viven en tu portal y todos los compañeros y compañeras hacéis lo mismo, obtendréis una muestra con la que podréis estimar el número de perros que hay en vuestra población.

- a) ¿Cómo es de fiable esta estimación?
- b) ¿Es aleatoria la muestra que has utilizado?
- c) ¿Se te ocurre un procedimiento mejor para seleccionar la muestra?



- a) Es poco fiable, la muestra puede no ser representativa para poblaciones grandes o puede que las condiciones económico sociales de tu barrio hagan que no podáis tener perros o al contrario.
- b) La muestra no es aleatoria porque no la hemos elegido al azar entre los habitantes de la ciudad que se quiere estudiar. Si en ese portal hay muchas viviendas, pueden representar, en el mejor de los casos, a las familias de ese barrio, pero no a los otros barrios de la población.
- c) Utilizar una muestra de viviendas seleccionadas al azar entre las de esa población.



①① Para hacer un estudio sobre los hábitos ecológicos de las familias de una ciudad, se han seleccionado, por sorteo, las direcciones, calle y número que serán visitadas. Si en un portal vive más de una familia, se sorteará entre ellas la que será seleccionada. ¿Obtendremos con este procedimiento una muestra aleatoria?

(Piensa si tiene la misma probabilidad de ser incluida en la muestra una familia que vive en una vivienda unifamiliar, que otra que vive en un bloque de 32 viviendas).



No se obtiene una muestra aleatoria, pues las familias que vivan en edificios con muchos vecinos tienen menor probabilidad de ser seleccionados ( si en un portal viven sólo tres familias, la probabilidad de que sea seleccionada cada una de ellas es 1/3, pero si es un bloque con 30 familias, la probabilidad de cada una es 1/30, diez veces menor).



①① La validez de la información que nos proporciona una encuesta depende, en gran medida, de la cuidadosa elaboración del cuestionario. Algunas de las características que deben tener las preguntas, son:

- Ser cortas y con un lenguaje sencillo.
- Sus respuestas deben presentar opciones no ambiguas y equilibradas.
- Que no requieran esfuerzo de memoria.
- Que no levanten prejuicios en los encuestador.

Estudia si las siguientes preguntas son adecuadas para formar parte de una encuesta y corrige los errores que observes:

- a) ¿Cuánto tiempo sueles estudiar cada día?  
 Mucho       Poco       Según el día
- b) ¿Cuántas veces fuiste al cine a lo largo del año pasado?
- c) ¿Qué opinión tienes sobre la gestión del alcalde?  
 Muy buena       Buena       Indiferente
- d) ¿Pierden sus hijos el tiempo viendo la televisión?  
 Sí       No

e) ¿En qué grado cree usted que la instalación de la planta de reciclado afectaría al empleo y a las condiciones de salud de nuestra ciudad?



a) Adecuada.

b) Podemos preguntar mejor por la frecuencia (mucho, regular, poco), si queremos que las respuestas sean menos, pero perdemos exactitud y dejamos a los encuestados que interpreten que es para ellos poco o mucho. Para mí sería adecuada.

c) Pondría un ítem para que pudieran contestar los que pensarán que es “mala”.

d) Mejor preguntar por la frecuencia, o las horas diarias.

e) Tal vez la pregunta es poco clara en su formulación, podríamos poner algo como “¿Que le parece que se construya una planta de reciclado en su ciudad?”



①② Se quieren realizar los siguientes estudios:

a) Tipo de transporte que utilizan los vecinos de un barrio para acudir a su trabajo.

b) Estudios que piensan realizar los alumnos y alumnas de un centro escolar al terminar el Bachillerato.

c) Edad de las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.

d) Número de horas diarias que ven la televisión los niños y niñas españoles con edades comprendidas entre 5 y 10 años.

Di en cada uno de estos casos cuál es la población. ¿En cuáles de ellos es necesario recurrir a una muestra? ¿Por qué?



a) **Población:** personas de un barrio que trabajan fuera de su casa.

b) **Población:** alumnos de Bachillerato de un centro escolar.

c) **Población:** personas que han visto esa obra de teatro.

d) **Población:** niños españoles de entre 5 y 10 años de edad.

Tenemos que recurrir a una muestra en los siguientes casos:

a) Sí, porque, en general, la población es grande y difícil de elegir.

b) No es necesario.

c) Sí, porque la población es difícil de escoger.

d) Sí, porque la población es muy grande.

