

RESUELVE

① Una papelería compra 6 paquetes de rotuladores con 6 cajas cada uno conteniendo cada caja 6 rotuladores.

- a) ¿Cuántos rotuladores compra?
- b) ¿Cuánto paga si cada rotulador cuesta 50 céntimos de euro?

a) $6 \text{ paquetes} \times 6 \text{ cajas/paquete} \times 6 \text{ rotuladores/caja} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216 \text{ rotuladores.}$

b) Coste = $216 \text{ rotuladores} \times 0,5 \text{ €} = 108 \text{ €}$



② ¿Cuál será el lado de una cocina cuadrada cuya superficie mide 25 m^2 ?

Área = 25 m^2 , la longitud del lado $l = \sqrt{25} = 5 \text{ m.}$



③ El área de un cuadrado es 49 cm^2 .

- a) ¿Cuánto mide el lado?
- b) ¿Cuánto mide el perímetro?

a) $l = \sqrt{49 \text{ cm}^2} = 7 \text{ cm.}$

b) Perímetro = $4 \times 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm.}$



④ En un jardín, el número de macetas que hay en cada hilera es igual al número de hileras. Calcula ese número, sabiendo que en total hay 81 macetas

$n =$ número de filas.
 $n =$ número de macetas en cada fila.

$n \times n = n^2 = 81 \Rightarrow n = \sqrt{81} = 9 \text{ macetas.}$



⑤ Para la revista del colegio nos piden colocar las fotos individuales de los alumnos en forma de cuadrado. En los distintos cursos nos encontramos con grupos de 25, 30, 36, 49, 55 y 64 alumnos.

- a) ¿Con qué grupos de alumnos podemos colocar las fotos formando exactamente un cuadrado?
- b) En los que no podamos, ¿cuántos alumnos quedarán en otra línea fuera del cuadrado?

a) Aquellos cuyos números sean cuadrados exactos : $25 = 5^2$, $36 = 6^2$, $49 = 7^2$ y $64 = 8^2$.

b) Restamos los que sobran respecto del cuadrado perfecto más próximo por defecto:

$$30 - 25 = 5, 55 - 49 = 6.$$



PARA PRACTICAR

① Escribe en forma de potencia:

a) $2 \times 2 \times 2$

b) $12 \times 12 \times 12$

c) $8 \times 8 \times 8 \times 8$

d) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

a) $2 \times 2 \times 2 = 2^3$.

b) $12 \times 12 \times 12 = 12^3$.

c) $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$.

d) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$.



② Escribe y calcula el resultado de las siguientes [®] potencias:

a) Base 3 y exponente 5

b) Base 8 y exponente 2

c) Base 5 y exponente 4

d) Base 10 y exponente 6

a) $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$.

b) $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

c) $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

d) $10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$.



③ Responde a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántas veces hay que multiplicar 5 para que dé 25?
 b) ¿Cuántas veces hay que multiplicar 10 para que dé 1000?
 c) ¿Cuántas veces hay que multiplicar 3 para que dé 27?
 d) ¿Cuántas veces hay que multiplicar 2 para que de 64.
 Expresa las anteriores respuestas en forma de potencia.

- a) $5 \times 5 = 5^2 = 25$, dos veces.
 b) $10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1\ 000$, tres veces.
 c) $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$, tres veces.
 d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$, seis veces.



④ Indica cuáles de estos números son cuadrados. Justifica tu respuesta.

- a) 79 b) 121 c) 90 d) 144

- a) 79, no pues está entre $8^2 = 64$ y $9^2 = 81$.
 b) $121 = 11 \times 11 = 11^2$.
 c) 90, no es cuadrado perfecto pues está entre $9^2 = 81$ y $10^2 = 100$.
 d) $144 = 12 \times 12 = 12^2$.



⑤ Señala las respuestas verdaderas y desarróllalas en forma de producto.

- a) $5^2 = 10$ c) $3^2 = 9$
 b) $5^2 = 25$ d) $3^2 = 6$

- a) $5^2 = 5 \times 5 = 25 \neq 10$.
 b) $5^2 = 5 \times 5 = 25$.
 c) $3^2 = 3 \times 3 = 9$.
 d) $3^2 = 3 \times 3 = 9 \neq 6$.



7 Un trillón es un millón de billones. Exprésalo como potencia de 10.

$$1 \text{ trillón} = 10^6 \cdot 10^{12} = 10^{18}$$



8 Expresa los siguientes números como potencia de 10:

- a) 100 c) 100 000
b) 1000 d) 1000 000

a) $100 = 10^2$ b) $1\ 000 = 10^3$. c) $100\ 000 = 10^5$. d) $1\ 000\ 000 = 10^6$.



9 Expresa los siguientes números como producto de un número y una potencia de 10.

- a) 7 000 b) 50 000 c) 800 000 d) 12 000 000

- a) $7\ 000 = 7 \times 1\ 000 = 7 \times 10^3$.
b) $50\ 000 = 5 \times 10\ 000 = 5 \times 10^4$.
c) $800\ 000 = 8 \times 100\ 000 = 8 \times 10^5$.
d) $12\ 000\ 000 = 12 \times 1\ 000\ 000 = 12 \times 10^6$.



10 Calcula el área de un cuadrado que tiene por lado 20 centímetros.

$$\text{Área} = l^2 = 20^2 \text{ cm}^2 = 400 \text{ cm}^2.$$



11 La profesora de gimnasia, dice a sus alumnos que se coloquen para un juego en cinco filas de cinco alumnos cada una. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

$$5 \times 5 = 5^2 = 25 \text{ alumnos.}$$



12 En la granja del padre de Eduardo hay 5 conejas que han tenido 5 crías cada una. ¿Cuántos conejos hay ahora?

$$5 \times 5 = 5^2 = 25 \text{ conejos.}$$



13 Unas pastas se empaquetan en bolsas de una docena, y se ponen 12 bolsas en una caja. Para la distribución a las tiendas, se guardan 12 cajas pequeñas en una grande.

a) ¿Cuántas pastas contiene cada caja de bolsas y cada caja grande?

b) Un camión que transporta 12 cajas grandes, ¿cuántas pastas lleva?

a) Caja de bolsas = 12 pastas/bolsa x 12 bolsas/ caja = $12^2 = 144$ pastas.

Cajas grandes de bolsas = 12 pastas/bolsa x 12 bolsas/ caja x 12 cajas pequeñas/ caja grande = $12^3 = 1\ 728$ pastas en una caja grande.

b) 1 camión = 12 x $12^3 = 12^4 = 20\ 736$ pastas caben en un camión.



15 Expresa en forma de potencia de base 10 las distancias medias del Sol a los planetas:

a) Venus: 110 millones de kilómetros.

b) Júpiter: 780 millones de kilómetros.

c) Urano: 2 900 millones de kilómetros.

d) Plutón: 5 900 millones de kilómetros.

a) 110 millones de kilómetros = 110 000 000 km = 11×10^7 km = $1,1 \times 10^8$ km.

b) 780 millones de kilómetros = 780 000 000 km = 78×10^7 km = $7,9 \times 10^8$ km.

c) 2 900 millones de kilómetros = 2 900 000 000 km = 29×10^8 km = $2,9 \times 10^9$ km.

d) 5 900 millones de kilómetros = 5 900 000 000 km = 59×10^8 km = $5,9 \times 10^9$ km.



16 Expresa en forma de potencia de base 10 la superficie de los océanos:

a) Pacífico: 180 millones de km².

b) Atlántico: 110 millones de km².

c) Índico: 75 millones de km².

d) Ártico: 14 millones de km².

a) 180 millones de km² = 180 000 000 km² = 18×10^7 km² = $1,8 \times 10^8$ km².

b) 110 millones de km² = 110 000 000 km² = 11×10^7 km² = $1,1 \times 10^8$ km².

c) 75 millones de km² = 75 000 000 km² = 75×10^6 km² = $7,5 \times 10^7$ km².

d) 14 millones de km² = 14 000 000 km² = 14×10^6 km² = $1,4 \times 10^7$ km².



17 Calcula el número de cubitos de arista un centímetro, que caben en un cubo de arista 10 centímetros.

Caben $10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1\ 000$ cubos de 1cm^3 .



18 Escribe como una sola potencia:

a) $(8^3 \times 8^0) \times 8^4$

b) $(7^0 \times 7^5) \times (7^1 \times 7^2)$

a) $(8^3 \times 8^0) \times 8^4 = 8^{3+0} \times 8^4 = 8^3 \times 8^4 = 8^{3+4} = 8^7$.

b) $(7^0 \times 7^5) \times (7^1 \times 7^2) = 7^5 \times 7^3 = 7^{5+3} = 7^8$.



19 Calcula $3^5 : 3^2$ de dos formas:

① Utilizando la regla de los exponentes.

② Dividiendo el resultado 3^5 por el resultado de 3^2 .

¿Qué resultado obtienes con el primer procedimiento? ¿Y con el segundo? ¿Son iguales?

① $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3 = 27$

② $\frac{3^5}{3^2} = \frac{243}{9} = 27$

Los resultados son iguales.



20 Escribe en una sola potencia:

a) $3^2 \times 3^2$

b) $2^5 : 2^3$

c) $10^7 \times 10^2$

d) $10^3 : 10$

a) $3^2 \times 3^2 = 3^{2+2} = 3^4$.

b) $2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$.

c) $10^7 \times 10^2 = 10^{7+2} = 10^9$.

d) $10^3 : 10 = 10^{3-1} = 10^2$.



20 Calcula las siguientes potencias:

a) $(3 \times 4)^2$ **b)** $(16 : 2)^2$ **c)** $(27 : 3)^3$ **d)** $(36 : 9)^3$

a) $(3 \times 4)^2 = \left\{ \begin{array}{l} 12^2 = 12 \times 12 = 144 \\ 3^2 \times 4^2 = (3 \times 3) \times (4 \times 4) = 9 \times 16 = 144 \end{array} \right\}$

b) $(16 : 2)^2 = \left\{ \begin{array}{l} 8^2 = 64 \\ 16^2 : 2^2 = 256 : 4 = 64 \end{array} \right\}.$

c) $(27 : 3)^3 = \left\{ \begin{array}{l} 9^3 = 729 \\ 27^3 : 3^3 = 19683 : 27 = 729 \end{array} \right\}$

d) $(36 : 9)^3 = \left\{ \begin{array}{l} 4^3 = 64 \\ 36^3 : 9^3 = 46656 : 729 = 64 \end{array} \right\}$



21 Escribe como una sola potencia:

a) $(5^3 \times 5^4) \times 5^2$ **b)** $(2^6 : 2^4) \times 2^2$ **c)** $(6^8 : 6^4) \times 6^2$ **d)** $(9^6 : 9^4) \times 9^2$

a) $(5^3 \times 5^4) \times 5^2 = 5^{3+4} \times 5^2 = 5^7 \times 5^2 = 5^{7+2} = 5^9.$

b) $(2^6 : 2^4) \times 2^2 = 2^{6-4} \times 2^2 = 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4.$

c) $(6^8 : 6^4) \times 6^2 = 6^{8-4} \times 6^4 = 6^4 \times 6^2 = 6^{4+2} = 6^6.$

d) $(9^6 : 9^4) \times 9^2 = 9^{6-4} \times 9^2 = 9^2 \times 9^2 = 9^{2+2} = 9^4.$



24 Calcula las siguientes potencias:

a) $(4 + 6)^2$ **b)** $(3 + 12)^2$ **c)** $(5 - 2)^3$ **d)** $(4 + 6)^{10}$

a) $(4 + 6)^2 = 10^2 = 10 \times 10 = 100.$

b) $(3 + 12)^2 = 15^2 = 15 \times 15 = 225.$

c) $(5 - 2)^3 = 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27.$

d) $(4 + 6)^{10} = 10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000.$



25) Escribe como una sola potencia las siguientes expresiones:

a) $(12^2)^3$ **b)** $(18^3)^4$ **c)** $(20 : 5)^2$ **d)** $(4 \times 9)^2$

a) $(12^2)^3 = 12^{2 \cdot 3} = 12^6.$

b) $(18^3)^4 = 18^{3 \cdot 4} = 18^{12}.$

c) $(20 : 5)^2 = 4^2 = (2^2)^2 = 2^4.$

d) $(4 \times 9)^2.$



26) Calcula:

a) $(3 + 7)^2$ **b)** $(9 + 11)^2$ **c)** $(12 - 3)^2$ **d)** $(20 - 4)^2$

a) $(3 + 7)^2 = 10^2 = 10 \times 10 = 100.$

b) $(9 + 11)^2 = 20^2 = 20 \times 20 = 400.$

c) $(12 - 3)^2 = 9^2 = 9 \times 9 = 81.$

d) $(20 - 4)^2 = 16^2 = 16 \times 16 = 256.$



27) Expresa en forma de una sola potencia:

a) $(3^3)^3$ **b)** $(7^3)^4$ **c)** $(4^2)^4$ **d)** $(5^2)^2$

a) $(3^3)^3 = 3^{3 \times 3} = 3^9.$

b) $(7^3)^4 = 7^{3 \times 4} = 7^{12}.$

c) $(4^2)^4 = 4^{2 \times 4} = 4^8.$

d) $(5^2)^2 = 5^{2 \times 2} = 5^4.$



28) Completa la potencia que falta en cada caso:

a) $5^3 \times 5^\square = 5^7$ b) $11^\square : 11^5 = 11^0$ c) $(15^2)^\square = 15^2$ d) $(2^\square)^3 = 2^{12}$

a) $5^3 \times 5^\square = 5^7$; $5^3 \times 5^4 = 5^7$.

b) $11^\square : 11^5 = 11^0$; $11^5 : 11^5 = 11^0$.

c) $(15^2)^\square = 15^2 = (15^2)^1$.

d) $(2^\square)^3 = 2^{12}$; $(2^4)^3 = 2^{12}$.



29) Calcula las baldosas de una cocina cuadrada sabiendo que una fila tiene 22 baldosas.

Como cada fila tiene 22 baldosas y cada columna también (es cuadrada), luego el número total de baldosas es $22 \times 22 = 22^2 = 484$ baldosas.



30) Dos docenas de cajas contienen 12 rodamientos cada una, formados por 12 bolas cada uno. ¿Cuántas bolas hay? Expresa el resultado en forma de potencia.

2 docenas de cajas x 12 cajas / docena x 12 rodamientos/ caja x 12 bolas/ rodamiento = $2 \times 12^3 = 2 \times 1\,728 = 3\,456$ bolas.



31) En una mesa hay 70 libros de 70 páginas cada uno; cada página tiene 70 líneas escritas, cada línea mide 70 mm. ¿Cuántos metros medirían todas las líneas de todos los libros si las pusiéramos una a continuación de otra? Expresa el resultado en forma de potencia.

$70 \text{ libros} \times 70 \text{ páginas/ libro} \times 70 \text{ líneas/página} \times 70 \text{ mm/ línea} = 70^4 \text{ mm} = 70^4 : 10^3 \text{ m}$.

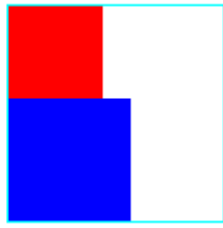
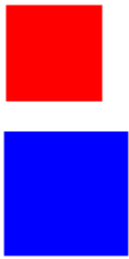


32) Un arquitecto proyecta un porche en un caserío de 400 m² de superficie. Al cliente le parece exagerado y decide que el lado sea la mitad. ¿Cuántos metros cuadrados tendrá el nuevo porche?

Si el porche cuadrado tiene una superficie de 400 m², su lado será de $\sqrt{400 \text{ m}^2} = 20 \text{ m}$ y si el lado se reduce a la mitad medirá 10 m, luego la nueva superficie es $(10 \text{ m})^2 = 100 \text{ m}^2$, es decir la **cuarta parte de la superficie de lado doble**.



34) Un alumno ha dibujado un cuadrado de 3 cm de lado y otro de 4 cm. Si dibuja otro cuyo lado es la suma de los dos anteriores, ¿qué superficie tiene el nuevo cuadrado?



Superficie del cuadrado de lado 3 cm = $3^2 = 9$ cm².
 Superficie del cuadrado de lado 4 cm = $4^2 = 16$ cm².
 Superficie del cuadrado de lado 7 cm = $7^2 = 49$ cm².



35) ¿Qué número multiplicado por sí mismo da como resultado:

- a) 100 b) 121 c) 225 d) 10 000
 a) $\sqrt{100} = 10$ b) $\sqrt{121} = 11$ c) $\sqrt{225} = 15$ d) $\sqrt{10000} = 100$



37) Calcula las raíces cuadradas exactas de los siguientes números.

- a) 81 b) 49 c) 169 d) 196
 a) $\sqrt{81} = 9$ b) $\sqrt{49} = 7$ c) $\sqrt{169} = 13$ d) $\sqrt{196} = 16$



38) Expresa los siguientes números en forma de potencia y calcula su raíz cuadrada.

- a) 100 b) 196 c) 10 000 d) 1000 000
 a) $100 = 10^2 \Rightarrow \sqrt{100} = 10$.
 b) $196 = 14^2 \Rightarrow \sqrt{196} = 14$.
 c) $10000 = 100^2 \Rightarrow \sqrt{10000} = 100$.
 d) $1000000 = 1000^2 \Rightarrow \sqrt{1000000} = 1000$.



39 Calcula, por tanteo, las siguientes raíces.

- a)** 36 **b)** 676 **c)** 1156 **d)** 1681

a) $\sqrt{36} = 6$ ya que $6^2 = 36$.

b) $\sqrt{676}$

⇒ Como $10^2 = 100 < 676 < 10\,000 = 100^2$ tendrá dos cifras.

⇒ Como $20^2 = 400 < 676 < 900 = 30^2$ estará comprendido entre 20 y 30.

⇒ Como $20^2 = 400 < 676 > 625 = 25^2$ estará comprendido entre 25 y 30.

$$26^2 = 676, \text{ luego } \sqrt{676} = 26$$

c) $\sqrt{1156}$

⇒ Como $10^2 = 100 < 1\,156 < 10\,000 = 100^2$ tendrá dos cifras.

⇒ Como $30^2 = 900 < 1\,156 < 1600 = 40^2$ estará comprendido entre 30 y 40.

⇒ Como $30^2 = 900 < 1\,156 < 1\,225 = 35^2$ estará comprendido entre 30 y 35.

$$34^2 = 1\,156, \text{ luego } \sqrt{1156} = 34$$

d) $\sqrt{1681}$

⇒ Como $10^2 = 100 < 1\,681 < 10\,000 = 100^2$ tendrá dos cifras.

⇒ Como $40^2 = 1\,600 < 1\,681 < 2\,500 = 50^2$ estará comprendido entre 40 y 50.

⇒ Como $40^2 = 1\,600 < 1\,681 < 2\,025 = 45^2$ estará comprendido entre 40 y 45.

$$41^2 = 1\,681, \text{ luego } \sqrt{1681} = 41$$



40 Calcula, en cada caso, el valor del radicando:

a) $\sqrt{?} = 5 \Rightarrow ? = 5^2 = 25$

b) $\sqrt{?} = 7 \Rightarrow ? = 7^2 = 49$

c) $\sqrt{?} = 11 \Rightarrow ? = 11^2 = 121$

d) $\sqrt{?} = 30 \Rightarrow ? = 30^2 = 900$



11 Realiza las siguientes operaciones:

a) $2 + 5^2 - 2^3$

b) $100 - (\sqrt{81} + 4^2)$

c) $6^2 + 8^2 \times 2^3 - 100$

d) $5^2 + 12^2 - 13^2$

a) $2 + 5^2 - 2^3 = 2 + 25 - 8 = 27 - 8 = 19.$

b) $100 - (\sqrt{81} + 4^2) = 100 - (9 + 16) = 100 - 25 = 75$

c) $6^2 + 8^2 \times 2^3 - 100 = 36 + 64 \times 8 - 100 = 36 + 72 - 100 = 108 - 100 = 8.$

d) $5^2 + 12^2 - 13^2 = 25 + 144 - 169 = 169 - 169 = 0.$



13 El aula de 1º mide 64 m² de área. Calcula el lado si el aula es cuadrada

El área de un cuadrado es $A = l^2$, luego el lado es la raíz cuadrada del área:

$$l = \sqrt{A} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$



14 El salón de casa de Ana es cuadrado y tiene 25 m² de área. Se quiere colocar una moldura de escayola alrededor del techo. ¿Qué longitud de moldura se necesita?

Conocido el área hallamos el lado y después el perímetro:

$$l = \sqrt{A} = \sqrt{25 \text{ m}^2} = 5 \text{ m} \Rightarrow \text{Perímetro} = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 \text{ m} = 20 \text{ m}$$



15 Elena tiene en su cuarto una mesa plegable. Cuando se abre se forma un cuadrado de 8100 cm². ¿Cuánto mide la longitud del lado de la mesa abierta?

$$l = \sqrt{A} = \sqrt{8100 \text{ cm}^2} = 90 \text{ cm mide el lado de la mesa abierta}$$



16 Para recubrir una pared cuadrada con láminas cuadradas de corcho, Gema empleó 361 láminas. ¿Cuántas filas tuvo que formar?

El problema es equivalente al anterior pues al ser una cuadrado el nº de filas es igual al nº de columnas, es decir, el cuadrado de las filas es 361, luego:

$$\text{nº de filas} = \sqrt{361} = 19 \text{ filas}$$



17 Un parque cuadrado tiene una extensión de 10 000 m². Si para entrenarte das 5 vueltas a su alrededor, ¿cuántos metros recorrerás?

Hallamos el lado del parque cuadrado, después su perímetro que es la alongitud de una vuelta en derredor y por último el recorrido de 5 vueltas:

◆ Lado del parque: $l = \sqrt{A} = \sqrt{10000 \text{ m}^2} = 100 \text{ m}$

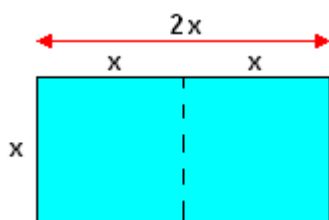
◆ Perímetro del parque = $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 100 \text{ m} = 400 \text{ m}$.

◆ Distancia recorrida en 5 vueltas = $5 \cdot \text{distancia de una vuelta} = 5 \cdot 400 \text{ m} = 2 000 \text{ m} = 2 \text{ km}$.



18 El rectángulo de la figura tiene una superficie de 72 cm², y un lado es el doble del otro.

- a) ¿ Se puede dividir la figura en dos cuadrados?
- b) Si es así, ¿cuánto mide la superficie de cada cuadrado?
- c) ¿Cuánto miden los lados del cuadrado?
- d) ¿Y los del rectángulo?



- a) Sí ya el lado mayor, como puede verse en la figura, es el doble del menor.
- b) Como el área del rectángulo es de 72 cm², el área de cada cuadrado será la mitad, $72 / 2 = 36 \text{ cm}^2$ que es la superficie de uno de los cuadrados.
- c) El lado mide $l = \sqrt{A} = \sqrt{36\text{cm}^2} = 6 \text{ cm}$.

d) Lado menor $x = 6$ cm, lado mayor $2x = 2 \cdot 6$ cm = 12 cm.



49) Cada uno de los triángulos de la figura tienen una superficie de 18 cm². Calcula el lado del cuadrado que forman.

☐ Superficie del cuadrado = A = Doble de la superficie del triángulo = $2 \cdot 18$ cm² = 36 cm².

☐ Lado del cuadrado: $l = \sqrt{A} = \sqrt{36$ cm² = 6 cm .



50) Calcula la raíz cuadrada entera de los números desde el 1 hasta el 10.

$$\sqrt{1} = 1; \sqrt{2} = 1; \sqrt{3} = 1; \sqrt{4} = 2; \sqrt{5} = 2; \sqrt{6} = 2; \sqrt{7} = 2; \sqrt{8} = 2; \sqrt{9} = 3; \sqrt{10} = 3$$



51) Calcula la raíz entera y el resto de los siguientes números:

- a) 560 b) 950 c) 275 d) 2 525

a) $\sqrt{560}$

- ☉ Como $10^2 = 100 < 560 < 100^2 = 10\,000$, la raíz entera está entre 10 y 100.
- ☉ Como $20^2 = 400 < 560 < 30^2 = 900$, la raíz entera está comprendida entre 20 y 30.
- ☉ Como $25^2 = 625 > 560$, la raíz está entre 20 y 25.
- ☉ Como $23^2 = 529 < 560 < 24^2 = 576$, la **raíz entera** es **23** y el **resto** es $560 - 529 = 31$.

b) $\sqrt{950}$

- ☉ Como $10^2 = 100 < 950 < 100^2 = 10\,000$, la raíz entera está entre 10 y 100.
- ☉ Como $30^2 = 900 < 950 < 40^2 = 1600$, la raíz entera está comprendida entre 30 y 40.
- ☉ Como $31^2 = 961 > 950$, la **raíz entera** es **30** y el **resto** es $950 - 900 = 50$.

c) $\sqrt{275}$

- ☉ Como $10^2 = 100 < 275 < 100^2 = 10\,000$, la raíz entera está entre 10 y 100.
- ☉ Como $10^2 = 100 < 275 < 20^2 = 400$, la raíz entera está comprendida entre 10 y 20.

- ⊙ Como $15^2 = 225 < 275$, la raíz esta entre 15 y 20.
- ⊙ Como $16^2 = 256 < 275 < 17^2 = 289$, la **raíz entera** es **16** y el **resto** es $275 - 256 = 19$.

d) $\sqrt{2525}$

- ⊙ Como $10^2 = 100 < 2\,525 < 100^2 = 10\,000$, la raíz entera está entre 10 y 100.
- ⊙ Como $50^2 = 2\,500 < 2\,525 < 60^2 = 3\,600$, la raíz entera está comprendida entre 50 y 60.
- ⊙ Como $51^2 = 2\,601 > 2\,525$, la **raíz entera** es **50** y el **resto** es $2\,525 - 2\,500 = 25$.



52 Calcula la raíz entera y el resto de los siguientes números:

- a)** 52 **b)** 99 **c)** 115 **d)** 232

a) $\sqrt{52}$

- ⊙ Como $1^2 = 1 < 52 < 10^2 = 100$, la raíz es menor de 10.
- ⊙ Como $7^2 = 49 < 52 < 8^2 = 64$, la **raíz entera** es **7** y su **resto** es $52 - 49 = 3$.

b) $\sqrt{99}$

- ⊙ Como $1^2 = 1 < 99 < 10^2 = 100$, la raíz es menor de 10.
- ⊙ Como $9^2 = 81 < 99$, la **raíz entera** es **9** y su **resto** es $100 - 81 = 19$.

c) $\sqrt{115}$

- ⊙ Como $10^2 = 100 < 115 < 100^2 = 10\,000$, la raíz está comprendida entre 10 y 100.
- ⊙ Como $11^2 = 121 > 115$, la **raíz entera** es **10** y su **resto** es $115 - 100 = 15$.

d) $\sqrt{232}$

- ⊙ Como $10^2 = 100 < 232 < 100^2 = 10\,000$, la raíz está comprendida entre 10 y 100.
- ⊙ Como $15^2 = 225 < 232 < 16^2 < 256$, la **raíz entera** es **15** y su **resto** es $232 - 225 = 7$.



53) Calcula la raíz entera y el resto de los siguientes números:

a) 1923 b) 6 522 c) 5 737 d) 9 218

a) $\sqrt{1923}$

⊙ Como $10^2 = 100 < 1\,923 < 100^2 = 10\,000$, la raíz está comprendida entre 10 y 100.

⊙ Como $40^2 = 1\,600 < 1923 < 50^2 = 2\,500$, la raíz está comprendida entre 40 y 50.

⊙ Como $43^2 = 1849 < 1923 < 44^2 = 1936$, la **raíz entera** es **43** y su **resto** es $1923 - 1849 = 74$.

b) $\sqrt{6522}$

⊙ Como $10^2 = 100 < 6\,522 < 100^2 = 10\,000$, la raíz está comprendida entre 10 y 100.

⊙ Como $80^2 = 6\,400 < 6\,522 < 90^2 = 8\,100$, la raíz está comprendida entre 80 y 90.

⊙ Como $81^2 = 6561 > 6522$, la **raíz entera** es **80** y su **resto** es $6522 - 6400 = 122$.

c) $\sqrt{5737}$

⊙ Como $10^2 = 100 < 5737 < 100^2 = 10\,000$, la raíz está comprendida entre 10 y 100.

⊙ Como $70^2 = 4\,900 < 5737 < 80^2 = 6\,400$, la raíz está comprendida entre 70 y 80.

⊙ Como $75^2 = 5\,625 < 5737 < 76^2 = 5776$, la **raíz entera** es **75** y su **resto** es $5737 - 5625 = 112$.

d) $\sqrt{9218}$

⊙ Como $10^2 = 100 < 9218 < 100^2 = 10\,000$, la raíz está comprendida entre 10 y 100.

⊙ Como $90^2 = 81\,00 < 9218$, la raíz está comprendida entre 90 y 100.

⊙ Como $96^2 = 9\,216 < 9218 < 97^2 = 9409$, la **raíz entera** es **96** y su **resto** es $9\,218 - 9\,216 = 2$.



54) Calcula el número que falta:

- a) $17 = \square$, y resto = 1
- b) $72 = \square$, y resto = 8
- c) $175 = \square$, y resto = 6
- d) $636 = 25$, y resto = \square

a) $\sqrt{17}$

Como $4^2 = 16$, $\sqrt{17} = 4$ y resto $17 - 16 = 1$.

b) $\sqrt{72}$

Como $6^2 = 64$, $\sqrt{64} = 8$ y resto $72 - 64 = 8$.

c) $\sqrt{175}$

Como $13^2 = 169 < 175 < 14^2 = 196$, $\sqrt{175} = 13$ y resto $175 - 169 = 6$.

d) $\sqrt{636} = 25$, luego el resto es $636 - 25^2 = 636 - 625 = 11$.



55) Calcula un número sabiendo que la raíz cuadrada y el resto son, respectivamente:

- a) 5 y 2
- b) 7y1
- c) 10 y 7
- d) 20y19

a) Número = $5^2 + 2 = 25 + 2 = 27$.

b) Número = $7^2 + 1 = 49 + 1 = 50$.

c) Número = $10^2 + 7 = 100 + 7 = 107$.

d) Número = $20^2 + 19 = 400 + 19 = 419$.



57) Javier quiere colocar los 30 vasos de la cocina formando un cuadrado. ¿Puede hacerlo? ¿Por qué?

No, pues el cuadrado perfecto más próximo por defecto es $25 = 5^2$ (le sobrarían $30 - 25 = 5$ vasos) y por exceso $36 = 6^2$ (le faltarían $36 - 30 = 6$).



58 Para la noche de Reyes, Alicia quiere colocar 4 pares de zapatos formando un cuadrado. ¿cuántos problemas tiene?

$$4 \text{ pares de zapatos} = 4 \cdot 2 = 8.$$

Que, como no es cuadrado perfecto ya que $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$, no se pueden colocar formando un cuadrado.



59 La profesora quiere que 51 alumnos se coloquen formando una tabla con igual número de filas que de columnas. ¿Es posible? En caso contrario, ¿cuántos alumnos quedarían fuera de la tabla?

No, el problema es el mismo que en los ejercicios anteriores, 51 no es cuadrado perfecto ya que $7^2 = 49$, $8^2 = 64$.



60 Mario es un coleccionista de sellos. Tiene ya 130 y quiere colocarlos formando un cuadrado. ¿Es posible? En caso negativo, ¿cuántos le sobran?

No, pues 130 no es cuadrado perfecto.

Como el cuadrado perfecto más próximo por defecto es $11^2 = 121$, le **sobran** $130 - 121 = 9$ sellos.



61 Una contratista tiene 600 azulejos cuadrados para cubrir una pared cuadrada. ¿Cuántos azulejos emplea? ¿Cuántos le sobran?

El cuadrado perfecto más próximo a 600 por defecto es $24^2 = 576$, luego **coloca 576** azulejos y le **sobran** $600 - 576 = 24$ azulejos.



62 Con 3 527 piedras de río se quiere formar un cuadrado. ¿Cuántas piedras habrá en cada fila y en cada columna? ¿Cuántas piedras sobrarán?

El cuadrado perfecto más próximo a 3 527 es $59^2 = 3 481$, luego en cada fila y columna se pueden colocar 59 piedras y **sobran** $3 527 - 3 481 = 46$ piedras.



63 ¿Cómo podemos formar un cuadrado con 172 macetas de forma que sobre el menor número posible?

Si buscamos el cuadrado perfecto más próximo por defecto a 172 es $13^2 = 169$, luego habrá que colocar filas y columnas de 13 macetas con lo que sobrarán $172 - 169 = 3$ macetas.



64 Divide una hoja de papel en dos. Pon una parte sobre la otra y vuelve a dividir en dos. Coloca los trozos obtenidos unos sobre otros y vuelve a partirlos en dos. Haz lo mismo otra vez más. ¿Cuántos trozos obtienes? Escríbelo en forma de potencia.

Primera división = $2^1 = 2$ trozos.
 Segunda división = $2^2 = 4$ trozos.
 Tercera división = $2^3 = 8$ trozos.
 Cuarta división = $2^4 = 16$ trozos.

n-ésima división = 2^n trozos.



65 Podéis hacer un juego en tu clase: el primer jugador escribe una carta a tres compañeros distintos; cada uno que la reciba tiene que escribir a otros tres distintos a los anteriores cada uno de estos, al recibirla, tiene que escribir a otros tres diferentes de todos los anteriores. ¿Cuántos alumnos recibirán esta última carta? Puedes servirte de un diagrama como el anterior.

Cartas escritas:

La primera ronda = $3^1 = 3$ cartas.
 La segunda ronda = $3^2 = 9$ cartas.
 La tercera ronda = $3^3 = 27$ cartas.

La n-ésima ronda = 3^n cartas.



CÁLCULO MENTAL

Para realizar el cálculo de potencias o de raíces es conveniente basarse en el cálculo de potencias sencillas y seguir por tanteo hacia las más complicadas.

66 Indica cuál de las siguientes potencias es igual a un millón:

- a) 10^4 b) 10^8 c) 10^6 d) 10^3

$1\ 000\ 000 = 10^6$.



67 ¿Verdadero o falso?

- a) $4^2 > 8$
 b) $9^2 \times 9^3 = 9^6$
 c) $(5^3)^2 = 5^5$

d) $7^5 : 7^3 = 7^2$

Verdadero =

Falso =

a) $4^2 = 16 > 8$

b) $9^2 \times 9^3 = 9^{2+3} = 9^5 \neq 9^6$

c) $(5^3)^2 = 5^{3 \times 2} = 5^6 \neq 5^5$

d) $7^5 : 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$



68 Indica qué número multiplicado por si mismo da:

a) 81

b) 900

c) 121

d) 1600

$n \times n = n^2$, luego el ejercicio se reduce a calcula la raíz cuadrada

a) $\sqrt{81} = 9 \Leftrightarrow 9^2 = 81$

b) $\sqrt{900} = 30 \Leftrightarrow 30^2 = 900$

c) $\sqrt{121} = 11 \Leftrightarrow 11^2 = 121$

d) $\sqrt{1600} = 40 \Leftrightarrow 40^2 = 1600$



69 Calcula mentalmente las raíces exactas enteras de estos números.

a) 144

b) 127

c) 400

d) 1607

a) $\sqrt{144} = 12 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

b) $\sqrt{127} = 11$, ya que $11^2 = 121$ y $12^2 = 144$.

c) $\sqrt{400} = 20 \Leftrightarrow 20^2 = 400$

d) $\sqrt{1607} = 40^2$ ya que $40^2 = 1600$ y $41^2 = 1681$.



DE SÍNTESIS

PARA PRACTICAR

70 Señala verdadero o falso:

a) $2^2 = 4$ b) $3^2 = 9$ c) $3^2 = 6$ d) $5^2 = 10$ e) $4^2 = 16$ f) $6^2 = 36$

a) $2^2 = 2 \times 2 = 4$, verdadero.

b) $3^2 = 3 \times 3 = 9$, verdadero.

c) $3^2 = 6$, falso, pues como hemos visto es $3 \times 3 = 9$

d) $5^2 = 10$, falso ya que $5^2 = 5 \times 5 = 25$

e) $4^2 = 4 \times 4 = 16$, verdadero.

f) $6^2 = 6 \times 6 = 36$, verdadero.



71 Expresa el resultado de las siguientes expresiones en forma de potencia.

a) $(5 \times 2)^5$ b) $4^2 \times 4^5 \times 4^3$ c) $(5^2)^3$ d) $12^7 : 12^5$

a) $(5 \times 2)^5 = 10^5 = 5^2 \times 2^5$.

b) $4^2 \times 4^5 \times 4^3 = 4^{2+5+3} = 4^{13}$.

c) $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$.

d) $12^7 : 12^5 = 12^{7-5} = 12^2$.



72 Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $3^0 + 3^3$ b) $2^2 \times 2^0$ c) $4^3 - 4^1$ d) $7^2 : 7^0$

a) $3^0 + 3^3 = 1 + 27 = 28$

b) $2^2 \times 2^0 = 2^{2+0} = 2^2 = 2 \times 2 = 4$.

c) $4^3 - 4^1 = 64 - 4 = 60$.

d) $7^2 : 7^0 = 7^{2-0} = 7^2 = 7 \times 7 = 49$.



73 Expresa en una sola potencia:

- a)** $3^3 \times 3^4$ **b)** $5^5 : 5^2$ **c)** $9^4 \times 9^5$ **d)** $12^4 : 12^2$

- a)** $3^3 \times 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$.
b) $5^5 : 5^2 = 5^{5-2} = 5^3$.
c) $9^4 \times 9^5 = 9^{4+5} = 9^9 = (3^2)^9 = 3^{2 \times 9} = 3^{18}$.
d) $12^4 : 12^2 = 12^{4-2} = 12^2$.



74 Expresa en una sola potencia:

- a)** $(3^3)^2$ **b)** $(5^5)^2$ **c)** $(9^4)^5$ **d)** $(12^2)^3$

- a)** $(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6$.
b) $(5^5)^2 = 5^{5 \times 2} = 5^{10}$.
c) $(9^4)^5 = 9^{4 \times 5} = 9^{20} = (3^2)^{20} = 3^{2 \times 20} = 3^{40}$.
d) $(12^2)^3 = 12^{2 \times 3} = 12^6$.



75 Calcula el valor de las siguientes raíces:

- a)** 256 **b)** 265 **c)** 1024 **d)** 1042

- a)** $\sqrt{256} = 16 \Leftrightarrow 16^2 = 256$
b) $\sqrt{265} = 16$, ya que $16^2 = 256$ y $17^2 = 289$.
c) $\sqrt{1024} = 32 \Leftrightarrow 32^2 = 1024$
d) $\sqrt{1042} = 32$, pues $32^2 = 1024$ y $33^2 = 1089$.



76 En los dos estanques del parque hay dos patos en cada uno. ¿Cuántas alas habrá en total?

$2 \text{ estanques} \times 2 \text{ patos/ estanque} \times 2 \text{ alas/ pato} = 2^3 \text{ alas} = 8 \text{ alas}$.



77 En una vaquería hay 4 terneros. ¿Cuánta patas tendrán entre todos los terneros de vaquerías iguales a la primera? Expresa también este resultado en forma de potencia.

$4 \text{ vaquerías} \times 4 \text{ terneros/ vaquería} \times 4 \text{ patas/ ternero} = 4^3 \text{ patas} = 64 \text{ patas}$.



78 En cada una de las tres sillas del comedo hay tres libros. Dentro de cada libro ha, tres cromos. ¿Cuántos cromos habrá?

$$3 \text{ sillas} \times 3 \text{ libros / silla} \times 3 \text{ cromos / libro} = 3^3 \text{ cromos.}$$



79 Las palmeras de una plantación se siembran a distancias regulares para favorece su crecimiento, de forma que hay igual ni mero de filas que de columnas.

a) Si tenemos 400 palmeras, ¿cuántas fila hay?

b) Y si fueran 1 600 palmeras, ¿cuántas habría en cada fila?

a) $\sqrt{400} = 20$ filas y columnas.

b) $\sqrt{1600} = 40$ filas y columnas.



80 Para hacer que su hijo se esfuerce en matemáticas, Marta le hace estas dos propuesta

✿ Por el primer problema que haga bien l da un céntimo de euro, por el segundo por el tercero 4, por el cuarto 8, por el quinto 16 céntimos... y así sucesivamente.

✿ Por cada problema bien hecho le da euro.

✿ Al final, Luis ha resuelto bien 10 problemas. ¿,Qué le conviene elegir?

Primera propuesta

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 513 \times 5 = 2\ 565 \text{ céntimos} = 25,65 \text{ €.}$$

Segunda propuesta

$$1 \times 10 = 10 \text{ €.}$$



81 Expresa como potencia y calcula el resultado de:

- a)** 3 elevado a 4 **b)** 5 elevado a 3 **c)** 8 elevado a 2 **d)** 5 elevado a 1.

a) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81.$

b) $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125.$

c) $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

d) $5^1 = 5$.

82) ¿Cuál es el resultado de 8^2 ?

a) 16

b) 64

$8^2 = 8 \times 8 = 64$, opción **b).**

83) Calcula el resultado de las siguientes potencias:

a) 2^6

b) 6^2

c) 2^4

d) 4^2

a) $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$.

b) $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

c) $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$.

d) $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

84) Calcula los cuadrados que hay entre 60 y 150.

$$60 < 8^2 = 64 < 9^2 = 81 < 10^2 = 100 < 11^2 = 121 < 12^2 = 144 < 150$$

85) Escribe los siguientes productos en forma de potencia e indica la base y el exponente:

a) $5 \times 5 \times 5 \times 5$

b) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

c) $123 \times 123 \times 123$

d) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$; Base = 5 Exponente = 4

b) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$. La base es 2 y el exponente 5.

c) $123 \times 123 \times 123 = 123^3$. La base es 123 y el exponente es 3.

d) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6$. La base es 7 y el exponente 6.

86) Indica cuántos números de dos cifras son cuadrados.

Como el cuadrado de 10 es 100, los números de 2 cifras que son cuadrados son:

$1 = 1^2$.

$4 = 2^2$.

$9 = 3^2$.

$16 = 4^2$.

$25 = 5^2$.

$36 = 6^2$.

$49 = 7^2$

$64 = 8^2$

$81 = 9^2$.

87 Expresa en forma de potencia:

- a) 100 b) 10 000 c) 1 000 000 d) 100 000 000

a) $100 = 10 \times 10 = 10^2$.

b) $10\ 000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$.

c) $1\ 000\ 000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$.

d) $100\ 000\ 000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^8$.

88 Reduce a una potencia y calcula luego el resultado:

- a) $(12 : 4)^3$ b) $(3 \cdot 5)^2$ c) $(2 + 3)^2$ d) $(15 - 5)^2$

a) $(12 : 4)^3 = 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) $(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 15 \times 15 = 225$.

c) $(2 + 3)^2 = 5^2 = 5 \times 5 = 25$.

d) $(15 - 5)^2 = 10^2 = 10 \times 10 = 100$.

89 Di cuáles de las siguientes expresiones se pueden escribir en forma de potencia con una sola base:

- a) $3 \times 3 \times 3$ b) $5 \times 5 \times 5 \times 6$ c) $4 \times 7 \times 4 \times 7$ d) $9 + 9 + 9 + 9$

a) $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$.

b) $5 \times 5 \times 5 \times 6 = 5^3 \times 6$, no se puede escribir como potencia de una sola base.

c) $4 \times 7 \times 4 \times 7 = 4 \times 4 \times 7 \times 7 = 4^2 \times 7^2$, no.

d) $9 + 9 + 9 + 9 = 4 \times 9$, no se puede poner como potencia de una única base.

90 Calcula el valor del signo 0 para que sean ciertas las siguientes igualdades:

- a) $\square^3 = 27$ b) $(\square + 2)^3 = 25$ c) $2^\square = 64$ d) $(6 - \square)^2 = 16$

a) $x^3 = 27 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \\ x^3 = 3^3 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$

$$\text{b) } (x+2)^3 = 125 \Rightarrow \begin{cases} x+2 = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5 \Rightarrow x = 5 - 2 = 3 \\ (x+2)^3 = 5^3 \Leftrightarrow x+2 = 5 \Leftrightarrow x = 5 - 2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } 2^x = 64 \Leftrightarrow 2^x = 2^6 \Leftrightarrow x = 6$$

$$\text{d) } (6-x)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} 6-x = \pm\sqrt{16} = \pm 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6+4 = 10 \\ x = 6-4 = 2 \end{cases} \\ (6-x)^2 = (\pm 4)^2 \Leftrightarrow 6-x = \pm 4 \end{cases}$$

Propiedades de las potencias

91 Reduce a una sola potencia:

$$\text{a) } 2^3 \times 2^6 \quad \text{b) } 8^4 \times 8^3 \quad \text{c) } 7^2 \times 7^3 \times 7^4 \quad \text{d) } (9^3)^5$$

$$\text{a) } 2^3 \times 2^6 = 2^{3+6} = 2^9.$$

$$\text{b) } 8^4 \times 8^3 = 8^{4+3} = 8^7.$$

$$\text{c) } 7^2 \times 7^3 \times 7^4 = 7^{2+3+4} = 7^9.$$

$$\text{d) } (9^3)^6 = 9^{3 \cdot 6} = 9^{18}.$$

92 Reduce a una sola potencia:

$$\text{a) } 6^3 \times 6^5 \quad \text{b) } 8^8 : 8^6 \quad \text{c) } 3^3 \times 3^5 \quad \text{d) } (9^{10} : 9^6) : 9^2$$

$$\text{a) } 6^3 \times 6^5 = 6^{3+5} = 6^8.$$

$$\text{b) } 8^8 : 8^6 = 8^{8-6} = 8^2.$$

$$\text{c) } 3^3 \times 3^5 = 3^{3+5} = 3^8.$$

$$\text{d) } (9^{10} : 9^6) : 9^2 = 9^{10-6} : 9^2 = 9^4 : 9^2 = 9^{4-2} = 9^2.$$

93 Calcula:

$$\text{a) } 3^2 + 7^3 : 7^2 + 5^2$$

$$\text{b) } 2^2 + 4^2 : 4^0 - 2^3$$

$$\text{c) } 2^5 + 3^3 - 3^2 - 3$$

d) $8^2 : 2^3 + 4^2 : 2^2$

a) $3^2 + 7^3 : 7^2 + 5^2 = 3 \times 3 + 7^{3-2} + 5 \times 5 = 9 + 7 + 25 = 41.$

b) $2^2 + 4^2 : 4^0 - 2^3 = 4 + 4^{2-0} - 8 = 4 + 4 - 8 = 8 - 8 = 0.$

c) $2^5 + 3^3 - 3^2 - 3 = 32 + 27 - 9 - 3 = 59 - 12 = 47.$

d) $8^2 : 2^3 + 4^2 : 2^2 = 64 : 8 + 16 : 4 = 8 + 4 = 12.$

Raíces cuadradas

94) Calcula la raíz cuadrada exacta de los números siguientes:

a) 256

b) 529

c) 144

d) 441

a) $\sqrt{256} = 16$

b) $\sqrt{529} = 23$

c) $\sqrt{144} = 12$

d) $\sqrt{441} = 21$

95) Calcula el lado de los cuadrados cuya área es la siguiente:

a) 64 cm^2

b) 121 cm^2

c) 169 cm^2

d) $10\,000 \text{ cm}^2$

Como el área de un cuadrado es $A = l^2$, el lado (l) será la raíz cuadrada del área:

a) $l = \sqrt{A} = \sqrt{64 \text{ cm}^2} = 8 \text{ cm}$

b) $l = \sqrt{A} = \sqrt{121 \text{ cm}^2} = 11 \text{ cm}$

c) $l = \sqrt{A} = \sqrt{169 \text{ cm}^2} = 13 \text{ cm}$

d) $l = \sqrt{A} = \sqrt{10000 \text{ cm}^2} = 100 \text{ cm}$

96) Ester quiere colocar 576 baldosas cuadradas formando el mayor cuadrado posible sin romper ninguna. ¿Cuántas baldosas debe colocar en cada lado? ¿Le sobrará alguna?

Hemos de hallar la raíz cuadrada de 576.

Como $\sqrt{576} = 24$ es exacta, deben colocarse 24 baldosas en cada lado y no sobra ninguna porque $24^2 = 576$.

97) Jaime tiene 39 bombones y los quiere colocar en una caja con soporte de igual número de filas que de columnas. ¿Cuántos le sobrarán?

Hallamos $\sqrt{39}$, que como $6^2 = 36 < 39 < 7^2 = 49$, $\sqrt{39} = 6$, debe colocar 6 bombones por fila o columna y le sobran $39 - 36 = 3$ bombones.

98 Halla la raíz cuadrada entera y el resto de:

- a)** 92 **b)** 560 **c)** 1 132 **d)** 2 420

a) $\sqrt{92}$ Como $9^2 = 81 < 92 < 10^2 = 100$, $\sqrt{92} = 9$ y el resto es $92 - 81 = 11$.

b) $\sqrt{560}$ Como $23^2 = 529 < 560 < 24^2 = 576$, $\sqrt{560} = 23$ y el resto es $560 - 529 = 31$.

c) $\sqrt{1132}$ Como $33^2 = 1089 < 1132 < 34^2 = 1\ 156$, $\sqrt{1132} = 33$ y el resto es $1132 - 1089 = 43$.

d) $\sqrt{2420}$ Como $49^2 = 2\ 401 < 2\ 420 < 50^2 = 2\ 500$, $\sqrt{2420} = 49$ y el resto es $2420 - 2\ 401 = 19$.

99 Calcula la raíz cuadrada entera de los números siguientes:

- a)** 85 **b)** 126 **c)** 1300 **d)** 1700

a) $\sqrt{85}$ Como $9^2 = 81 < 85 < 10^2 = 100$, $\sqrt{85} = 9$.

b) $\sqrt{126}$ Como $11^2 = 121 < 126 < 12^2 = 144$, $\sqrt{126} = 11$.

c) $\sqrt{1300}$ Como $36^2 = 1\ 296 < 1\ 300 < 37^2 = 1369$, $\sqrt{1300} = 36$.

d) $\sqrt{1700}$ Como $41^2 = 1\ 681 < 1\ 700 < 42^2 = 1\ 764$, $\sqrt{1700} = 41$

DE AMPLIACIÓN

100 Expresa como cantidad única las siguientes potencias:

a) $3 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$

b) $4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10 + 2$

c) $7 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 10^2 + 8 \times 10^1 + 4$

d) $6 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 10^3 + 5 \times 10^2 + 10 + 7$

a) $3 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6 = 300 + 50 + 6 = 356$.

b) $4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 5 \times 10 + 2 = 4\ 000 + 300 + 50 + 2 = 4\ 352$.

c) $7 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 = 70\ 000 + 5\ 000 + 100 + 80 + 4 = 75\ 184$.

d) $6 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 10^3 + 5 \times 10^2 + 10 + 7 = 600\ 000 + 30\ 000 + 1\ 000 + 500 + 10 + 7 = 631\ 517$.

100 Divide cada uno de los siguientes números de modo que la división sea exacta y que el divisor y el cociente sean iguales:

- a)** 36 **b)** 64 **c)** 81 **d)** 121

¿Qué condición tienen que cumplir estos números?

$D = d \cdot C + R$; $D = d \cdot d + R$, si es exacta $R = 0$, luego $D = d^2$ y por tanto $d = \sqrt{D}$

a) $d = C = \sqrt{36} = 6$.

b) $d = C = \sqrt{64} = 8$.

c) $d = C = \sqrt{81} = 9$.

d) $d = C = \sqrt{121} = 11$.

Han de ser iguales.

102 Escribe las siguientes longitudes utilizando las potencias de 10.

- a)** La distancia de Madrid a Sevilla (500 km) en metros.
- b)** El radio de la Tierra (6 370 km) en metros.
- c)** Un meridiano de la Tierra (40 000 km) en metros.
- d)** La distancia que hay desde la Tierra hasta el Sol (150 000 000 km) en metros.

a) $500 \text{ km} = 500\,000 \text{ m} = 5 \times 10^5 \text{ m}$.

b) $6\,370 \text{ km} = 6\,370\,000 = 6 \times 10^6 + 3 \times 10^5 + 7 \times 10^4 \text{ m}$.

c) $40\,000 \text{ km} = 40\,000\,000 \text{ m} = 4 \times 10^7 \text{ m}$.

d) $150\,000\,000 \text{ km} = 150\,000\,000\,000 \text{ m} = 1 \times 10^{11} + 5 \times 10^{10} \text{ m}$.

103 Los posibles resultados de un partido de fútbol son que gane el equipo de casa, que empaten, o que gane el equipo de fuera. Halla los resultados para 2, 3, 4... partidos y busca una relación entre ellos.

Dos partidos = $3^2 = 9$ resultados posibles.

Tres partidos = $3^3 = 27$ resultados posibles.

Cuatro partidos = $3^4 = 81$ resultados posibles.

.....

N partidos = 3^N resultados posibles.

1001 Halla los metros de cuerda que se necesitan para rodear 7 veces un cuadrado de 289 m² de área.

Como sabemos el área, calculamos la longitud del lado:

$$A = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{A} = \sqrt{289\text{m}^2} = 17 \text{ m}$$

el perímetro = 4 x 17 = 68 m de cuerda se necesitan para rodear el cuadrado y para rodearlo 7 veces se necesitarán 68 x 7 = 476 m de cuerda.

AUTOEVALUACIÓN

 Expresa como potencia, señalando exponente y base, los siguientes productos:

a) $2 \times 2 \times 2$

b) $7 \times 7 \times 7$

c) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

d) $10 \times 10 \times 10 \times 10$

Base ^{Exponente}

a) $2 \times 2 \times 2 = 2^3$.

b) $7 \times 7 \times 7 = 7^3$.

c) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

d) $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$



 Calcula las potencias siguientes:

a) 2^5

b) 9^2

c) 5^4

d) 10^5

a) $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$.

b) $9^2 = 9 \times 9 = 81$.

c) $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.

d) $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$.



3 Expresa en forma de potencia los siguientes números:

a) 64

b) 225

c) 1 369

d) 10 000

a) $64 = 2^6$.

b) $225 = 15^2$.

c) $1\,369 = 37^2$.

d) $10\,000 = 10^5$.



4 Señala cuál es el resultado verdadero de 5^2 :

a) 10

b) 25

c) 3

d) 7

$5^2 = 5 \times 5 = 25$, opción b).



5 Calcula los siguientes resultados:

a) $7^3 \times 7^2$

b) $7^3 : 7^0$

c) $(7^5)^3$

d) 7^1

a) $7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5 = 16\,807$.

b) $7^3 : 7^0 = 7^{3-0} = 7^3 = 343$.

c) $(7^5)^3 = 7^{5 \cdot 3} = 7^{15}$

d) $7^1 = 7$.



6 Calcula las operaciones combinadas:

a) $36 - (5^2 - \sqrt{81})$

b) $(45 - 42) + 23$

c) $5^2 \times (3^2 + 2^3) - \sqrt{36}$

d) $100 - 4^2 : 8 + 4^3$

a) $36 - (5^2 - \sqrt{81}) = 36 - (25 - 9) = 36 - 16 = 20.$

b) $(45 - 42) + 23 = 3 + 23 = 26.$

c) $5^2 \times (3^2 + 2^3) - \sqrt{36} = 25 \times (9 + 8) = 25 \times 17 = 425.$

d) $100 - 4^2 : 8 + 4^3 = 100 - 16 : 8 + 64 = 100 - 2 + 64 = 98 + 64 = 162.$



7 Calcula en cada caso la raíz cuadrada de:

a) 25

b) 121

c) 225

d) 625

a) Como $25 = 5^2 \Rightarrow \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5.$

b) Como $121 = 11^2 \Rightarrow \sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11.$

c) Como $225 = 15^2 \Rightarrow \sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15.$

d) Como $625 = 25^2 \Rightarrow \sqrt{625} = \sqrt{25^2} = 25.$



8 Calcula en cada caso la raíz cuadrada y el resto de:

a) 23

b) 50

c) 40

d) 85

a) El cuadrado más próximo a 23 (por defecto) es $16 = 4^2$ y $23 - 16 = 7$, $\sqrt{23} = 4$ y resto 7.

b) El cuadrado más próximo a 50 (por defecto) es $49 = 7^2$ y $50 - 49 = 1$, $\sqrt{50} = 7$ y resto 1.

c) El cuadrado más próximo a 40 (por defecto) es $36 = 6^2$ y $40 - 36 = 4$, $\sqrt{40} = 6$ y resto 4.

d) El cuadrado más próximo a 85 (por defecto) es $81 = 9^2$ y $85 - 81 = 4$, $\sqrt{85} = 9$ y resto 4.



◊ El área de un cuadrado es de 144 m^2 . ¿Cuánto mide el lado?

$$\text{Como } A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{A} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12 \text{ m.}$$



◊◊ Yolanda quiere cercar un campo cuadrado de $3\,249 \text{ m}^2$ de área. ¿Cuántos metros de cerca necesitará?

$$\text{Como } A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{A} = \sqrt{3249} = \sqrt{57^2} = 57 \text{ m, luego perímetro} = p\ 4 \cdot l = 4 \cdot 57 = 228 \text{ m.}$$

