

Resuelve tú (página 82)

En las elecciones de 6 de junio de 1993, el PSOE obtuvo 159 escaños de un total de 350, y el PP 141. Expresa en porcentajes esos resultados electorales respecto del total de escaños del Congreso.



$$\% \text{ de votantes al PSOE} = \frac{159}{350} \cdot 100 \approx 45'43\%$$

$$\% \text{ de votantes al PP} = \frac{141}{350} \cdot 100 \approx 40'29\%$$



Resuelve tú (página 83)

(1) Por demora en el pago, un recibo de 8 775 ptas. ha sufrido un recargo del 12 %. ¿ Cuánto tendrá que abonar el moroso.?



Si el recargo es del 12 %, el porcentaje a aplicar será del 112 % (100 + 12 %), luego basta con multiplicar por 1'12 para obtener el importe a pagar por el recibo :

$$8\,775 \cdot 1'12 = 9\,828 \text{ ptas.}$$



(2) En un concierto de rock el 12 % de los asistentes entró con invitaciones gratuitas y otro 2 % se coló. ¿ Qué tanto por ciento de asistentes pagó sus entrada.?



Los que entraron gratis fueron un $12 + 2 = 14$ %, luego pagaron un $100 - 14 = 86$ %



Resuelve tú (página 84)

El 60 % de los habitantes de una ciudad son mujeres, de las cuales un 12 % son viudas. ¿ Qué porcentaje de la población total constituyen las viudas.?



$$\% \text{ de viudas} = (\% \text{ de mujeres}) \cdot (\% \text{ de mujeres viudas}) = 0'6 \cdot 0'12 = 0'072 = 7'2 \%$$



Resuelve tú (página 85)

En un partido Real Madrid – Joventut de la liga ACB, la estadística de tiros triples encestandos ha sido : Real Madrid (7 de 10 en el primer tiempo y 3 de 8 en el 2º) y el Joventut (5 de 8 en el 1º y 3 de 10 en el 2º). ¿ Qué equipo ha tenido mejores porcentajes.?



		Real Madrid		Juventud		Mejor
Primer Tiempo	Triples	7	70%	5	62'5 %	Madrid
	Total	10	(7/10)	8	(5/8)	
Segundo Tiempo	Triples	3	37'5 %	3	30 %	Madrid
	Total	8	(3/8)	10	(3/10)	
Partido	Triples	7+3 = 10	55'56 %	5+3 = 8	44'4 %	Madrid, no hay sorpresa
	Total	10+8 = 18	(10/18)	8+10 = 18	(8 / 18)	



PROBLEMAS PROPUESTOS

1 Efectúa las siguientes operaciones:



$$(a) \frac{3}{7} + \frac{2}{5} + \frac{1}{35} = \left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 7 \\ 35 = 5 \cdot 7 \\ \text{mcm}(5,7,35) = 5 \cdot 7 = 35 \end{array} \right\} = \frac{15 + 14 + 1}{35} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

$$(b) \frac{4}{5} - \frac{5}{2} + \frac{15}{14} = \left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 2 \\ 14 = 2 \cdot 7 \\ \text{mcm}(2,5,14) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70 \end{array} \right\} = \frac{56 - 175 + 75}{70} = -\frac{44}{70} = -\frac{22}{35}$$

$$(c) \frac{2}{13} + 1 + \frac{12}{5} - \frac{8}{13} = \{ \text{mcm}(5,13) = 65 \} = \frac{10 + 65 + 156 - 40}{65} = \frac{191}{65}$$



2 Completa estas igualdades:



$$1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 + \frac{3}{1-x}}} = 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\frac{2-2x+3}{1-x}}} = 1 - \frac{1}{2 - \frac{1-x}{5-2x}} = 1 - \frac{1}{\frac{10-4x-1+x}{5-2x}} = \frac{5-2x}{9-3x}$$

Si $x = 5 \Rightarrow \frac{5-10}{9-15} = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}$



6 Completa los números que faltan en estas cadenas de variaciones porcentuales:



(a) $100 \xrightarrow{-20\%} 100 \cdot 0'8 = 80 \xrightarrow{+20\%} 80 \cdot 1'2 = 96$

(b) $\frac{210}{1'05} = 200 \xrightarrow{+5\%} 210 \xrightarrow{-50\%} 210 \cdot 0'5 = 105 \xrightarrow{-40\%} 105 \cdot 0'6 = 63$



7 Coloca en cada flecha el porcentaje de descuento (o recargo):



(a) Como ha pasado de 100 a 80, ha habido un descuento de 20 sobre 100, luego $x = -20\%$. Después pasamos de 80 a 100 luego ha habido un recargo de 20 sobre 80 es decir $y = 20/80 = 0'25$, $y = +25\%$:

$$100 \xrightarrow{-20\%} 100 \cdot 0'8 = 80 \xrightarrow{+25\%} 80 \cdot 1'25 = 100$$

(b) Primero ha habido un recargo de 300 sobre 300 es decir del 100% , $x = +100\%$, después un descuento de 100 sobre 600 es decir $100/600 = 0'16$, $y = -16'666... \%$ y, por último un recargo de 5 sobre 500, del $5/500 = 0'01$, $z = 1\%$:

$$300 \xrightarrow{+100\%} 300 \cdot 2 = 600 \xrightarrow{-16'6\%} 600 \cdot 83'3 = 500 \xrightarrow{+1\%} 500 \cdot 1'01 = 505$$



8 Compara el incremento total que sufre en diez años el IPC en dos países, si en el primero crece un 4 % anual y en el segundo un 10 %.



Primer país = $(1'04)^{10} = 1'48$, es decir un aumento del $(1'48 - 1 = 0'48)$ 48 %. al cabo de 10 años.

2º país = $(1'1)^{10} = 2'59$, es decir un aumento del $(2'59 - 1 = 1'59)$ del 159 %. Al cabo de 10 años.



9 En dos grupos de 1.º de Bachillerato de un instituto se ha hecho una encuesta para saber si las chicas están mejor preparadas' en Química que los chicos. En cada uno de los grupos han tenido mayor porcentaje de aprobados los varones. ¿Es posible, a pesar de ello, que tenga razón el director cuando afirma que en conjunto las chicas tienen mayor porcentaje de aprobados?



Sí es posible, si al sumar las aprobadas y los aprobados, las primeras representan un porcentaje total mayor, (ver ejercicio de aplicación N° 5 (pág 85) y el *Resuelve tú* de esa misma página).



10 Un pintor necesitaría 24 horas para pintar un piso y su ayudante 36 horas. ¿Cuánto tardarán trabajando los dos a la vez?



El pintor necesita 24 hr para pintar el piso, luego pinta $1/24$ partes del total a la hora. Su ayudante necesita 36 hr, luego pinta $1/36$ parte del piso a la hora, llamando t al tiempo que necesitan, trabajando juntos, para pintar el piso, se cumple :

$$(\text{Parte del trabajo común} / \text{cada hora}) \cdot (\text{horas de trabajo}) = 1 \text{ piso.}$$

$$\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{36} \right) \cdot t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{36}} = \frac{1}{\frac{3+2}{72}} = \frac{72}{5} = 14 \text{ hr } 24 \text{ min trabajando juntos}$$



11 En una ciudad de 240.000 habitantes, el 40 son hombres. Un 25 % de ellos no están casados. La mitad de los casados no bebe alcohol. ¿Cuántos casados son abstemios?



$$240000 \text{ habitantes} \xrightarrow{(40\%)240000 \cdot 0'4} 96000 \text{ hombres} \xrightarrow{(75\%)96000 \cdot 0'75} 72000 \text{ casados}$$

$$72000 \xrightarrow{(50\%)72000 \cdot 0'5} 36000 \text{ casados que no beben}$$



12 Una academia ha presentado a unas oposiciones al 80 % de sus alumnos, y el 80 % de ellos ha aprobado. ¿Qué porcentaje de aprobados ha habido sobre el total de los alumnos?



Porcentaje total = $0'8 \cdot 0'8 \cdot 100 = 64 \%$.



13 El Sr. X deposita un millón de pesetas en una supercuenta que paga un interés anual del 8 %. El banco le retiene, por impuestos, un 25 % de los intereses. Cuando el Sr. X haga la declaración de la renta calcula que deberá pagar un 30 % de la cantidad neta que ha recibido. ¿Cuál es el interés real obtenido de su inversión?



$$1000000 \xrightarrow{8\%} 80000 \xrightarrow{75\%} 60000 \xrightarrow{70\%} 42000 \text{ ptas.}$$



14 Si un billete de autobús cuesta 140 ptas. y un bono-bus de 10 viajes cuesta 650, ¿qué porcentaje ahorramos comprando el bono?



Con el bono-bus cada viaje sale a : $650/10 = 65$ ptas.

Con el bono-bus se ahorra $140 - 65 = 75$ ptas, que corresponde a un porcentaje de ahorro de $(75 / 140) \cdot 100 = 53'57 \%$.



15 Un especulador adquiere un piso por 14 millones e invierte 2 millones en mejoras. Para obtener un 20 % de beneficio, ¿por cuánto tiene que venderlo?



Valor del piso = $14\ 000\ 000 + 2\ 000\ 000 = 16\ 000\ 000$ ptas. Como desea ganar un 20 %, habrá de venderlo por $16\ 000\ 000 \cdot 1'2 = 19\ 200\ 000$ ptas.



AUTOEVALUACIÓN

1 ¿Son ciertas estas afirmaciones?

(a) Fracciones equivalentes tienen el mismo valor.

(b) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ es lo mismo que decir $ad = bc$.

(c) La inversa de una fracción mayor que cero no puede ser menor que cero.



(a) Sí pues dos fracciones son equivalentes si $a/b = b/c$.

(b) Sí, siempre que los denominadores sean no nulos.

(c) Si una fracción es positiva, su inversa será también positiva.



2 ¿Son ciertas estas desigualdades?



(a) $\frac{24}{25} > \frac{23}{24} \Leftrightarrow 24 \cdot 24 > 25 \cdot 23 \Rightarrow 576 > 575 \Rightarrow$ Sí es cierto.

(b) Sí es cierta, pues un número positivo es siempre mayor que otro negativo.

(c) Sí, pues $-22 < -7 \cdot 3 = -21$.



3 ¿Cuáles de estas operaciones son correctas?



(a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$

(b) $\frac{1/2}{3/4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$



4 Señala las fracciones que sean irreducibles:



(a) Sí

(b) $\frac{333}{111} = 3$

(c) Sí.

(d) Sí.

(e) Sí.



5 Resuelve la ecuación:



$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} - \frac{6}{5} = \frac{15+10-54}{45} = -\frac{29}{45} \Rightarrow x = \frac{1}{-29/45} = -\frac{45}{29}$$



6 Simplifica la expresión . Calcula su valor para $x = -3$.



$$3 - \frac{2}{x+2} = \frac{3x+6-2}{x+2} = \frac{3x+4}{x+2} \cdot \frac{x^2-8}{x^2-4} = \frac{(3x+4)(x^2-4)}{(x+2)(x^2-8)} = \frac{(3x+4)(x-2)(x+2)}{(x+2)(x^2-8)} = \frac{(3x+4)(x-2)}{x^2-8}$$

para $x = -3$ vale : $\frac{(3(-3)+4)(-3-2)}{(-3)^2-8} = \frac{(-9+4)(-5)}{9-8} = \frac{(-5)(-5)}{1} = 25$



7 Corrige los errores que encuentres en estas igualdades:



(a) $(-5)\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{5}{5} = 1$

(b) para este lo más fácil es aplicar el producto notable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$:

$$\left(-3 + \frac{1}{3}\right)\left(-3 - \frac{1}{3}\right) = (-3)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 9 - \frac{1}{9}$$

(c) $\frac{-4}{-(a-b)} = \frac{4}{a-b} = -\frac{4}{b-a}$



8 Simplifica y calcula :



$$\left(\frac{9}{5}\right)^8 \left(\frac{20}{27}\right)^7 \left(\frac{3}{8}\right)^5 = \left(\frac{3^2}{5}\right)^8 \left(\frac{2^2 \cdot 5}{3^3}\right)^7 \left(\frac{3}{2^3}\right)^5 = \frac{(3^2)^8 (2^2)^7 5^7 3^5}{5^8 (3^3)^7 (2^3)^5} = \frac{3^{16} 2^{14} 5^7 3^5}{5^8 3^{21} 2^{15}} = 2^{14-15} 3^{21-21} 5^{7-8} = 2^{-1} 5^{-1} = \frac{1}{10}$$



9 Halla la fracción inversa de la fracción inversa de 3/7.



$$\frac{1}{\frac{1}{\frac{3}{7}}} = \frac{1}{\frac{1}{7}} = \frac{3}{7} \text{ Ella misma}$$



10 Escribe en forma de fracción los números:



(a) $12'35 = \frac{1235}{100} = \frac{247}{20}$

(b) $3'16 = \frac{316-31}{90} = \frac{285}{90} = \frac{57}{18} = \frac{19}{6}$

(c) $22'91852 = \frac{2291852-229}{99990} = \frac{2291623}{99990}$

(d) $0'0051628 = \frac{51628-516}{9900000} = \frac{51112}{9900000} = \frac{6389}{1237500}$



11 El ordenador de una oficina bancaria hacía el balance de fin de año en 20 horas. Si adquieren uno nuevo, capaz de realizar ese mismo trabajo en sólo 8 horas, ¿en cuánto tiempo harán el balance trabajando ambos ordenadores conjuntamente?



t = tiempo que tardan los dos ordenadores juntos

El 1º hace por hora 1 /20 del trabajo.

El 2º hace por hora 1/8 del trabajo.

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{8}\right) \cdot t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{8}} = \frac{1}{\frac{2+5}{40}} = \frac{1}{\frac{7}{40}} = \frac{40}{7} \text{ hr} = 5 \text{ hr } 42 \text{ min } 51 \text{ seg}$$



12 Rebajado un 30 %, un pantalón vaquero cuesta 5.075 ptas. ¿Cuál era su precio?



Si nos rebajan un 30 %, pagamos el 70 %, un 0'7 :

Precio = 5075 / 0'7 = 7 250 ptas.



13 Un pantalón vaquero le cuesta 5.075 ptas. a un comerciante. Decide venderlo un 30 % más caro. ¿Qué precio tendrá que marcar en el escaparate? Compara tu resultado con el del problema anterior.



5 075 · 1'3 = 6 597'5 ptas., que comparadas con lo que costaba en el ejercicio anterior es menor.



14 Repite el problema 7 del apartado de Resolución de problemas de manera que se obtengan 100 litros de concentración del 55 %.



Litros que debe mezclar de ácido al 80 % = x

Litros que debe mezclar de ácido al 30 % = total – x = 100 – x.

Es un problema de mezclas : (volumen al 80%) · (concentración)₁ + (volumen al 30 %) (concentración)₂ = (Volumen de mezcla) · (concentración de la mezcla)

$x \cdot 0'8 + (100 - x) \cdot 0'3 = 100 \cdot 0'55$; $0'8x + 30 - 0'3x = 55$; $0'5x = 55 - 30 = 25$; $x = 25/0'5 =$
50 litros del ácido al 80 % y $100 - 50 =$ **50 litros del ácido al 30 %.**



15 Un comerciante, deseoso de quitarse de encima un frigorífico de modelo anticuado, decide rebajar el precio de su etiqueta un 10 % cada semana. Si el precio inicial era de 100.000 ptas. ¿por cuánto se hizo con él un cliente que lo adquirió tras la sexta rebaja?



Precio al cabo de 6 semanas = $100\ 000 \cdot (0'9)^6 = 100\ 000 \cdot 0'531441 = 53\ 144$ ptas.

