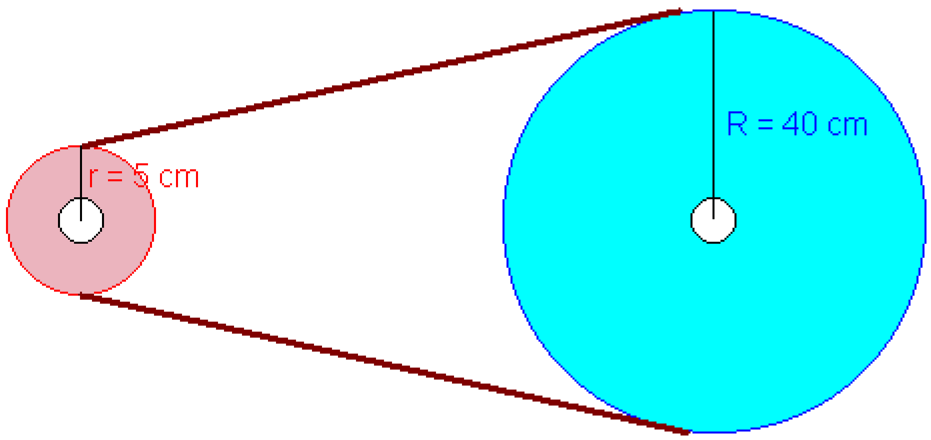
RESUELVE TÚ (📖 ❶❹)

Una cinta conecta dos discos de radios r = 5 cm y R = 40 cm. Al dar el pequeño una vuelta completa, ¿ qué ángulo gira el grande.? Expresa la respuesta en grados y en radianes.



Cualquier punto de la cinta recorre espacios iguales en tiempos iguales (si suponemos que la cinta es inextensible, rígida,) pues al ser continua es como si fuese una cinta que se mueve por un plano horizontal (todos los puntos de la cinta llevan la misma velocidad). Si nos fijamos en dos puntos que estén sobre los discos, el que recorran espacios iguales supone que describen arcos de circunferencia iguales en tiempos iguales, es decir :

S = arco recorrido, en cierto tiempo, por un punto de la cinta sobre el disco grande.
s = arco recorrido, en cierto tiempo, por un punto de la cinta sobre el disco pequeño.

Se ha de cumplir **S** = **s**. Como además Arco = ángulo · radio, se cumplirá, al sustituir en la igualdad anterior :

$$S = s \Leftrightarrow \alpha_G \cdot R = \alpha_p \cdot r$$

En donde:
α_G = arco girado por la rueda grande (nuestra incógnita)
α_p = arco girado por la rueda pequeña = 1 vuelta = 360º = 2π radianes.

Despejando de la fórmula anterior :

$$\alpha_G = \frac{r}{R}\cdot\alpha_p = \frac{5}{40}\cdot 360^\circ = 45^\circ = \frac{\pi}{4}\text{radianes} = \frac{5}{40}\cdot 2\pi\text{radianes} = \frac{\pi}{4}\text{radianes}$$

RESUELVE TÚ (📖 ❶❺)

Un aspersor funciona con un mecanismo que le produce un movimiento de giro, de ida y vuelta, de 45º. Si el chorro de agua alcanza 12 m, halla el área A de la superficie de césped regada.

Se trata de hallar el área de un sector circular mediante su fórmula (teniendo la precaución de expresar el ángulo en radianes 45º = π /4) :

$$A_{sector} = \frac{1}{2}r^2 \cdot \alpha = \frac{1}{2}12^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 56'55 m^2$$

¿ Cuál sería la velocidad angular de las ruedas del ejercicio anterior (r = 35 cm), si la velocidad fuese de 54 km/hr.?

❁ v = velocidad lineal = $54\frac{km}{hr}\cdot\frac{1000m}{1km}\cdot\frac{1hr}{3600s} = 15\frac{m}{s}$

❁ r = 35 cm = 0'35 m

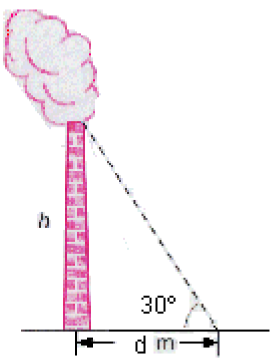
❁ w = velocidad angular

La fórmula que relaciona las tres magnitudes es :

v = w·r, despejando :

$$w = \frac{v}{r} = \frac{15m/s}{0'35m} = 42'86\frac{rad}{s}$$

RESUELVE TÚ (📖 ❶❽)

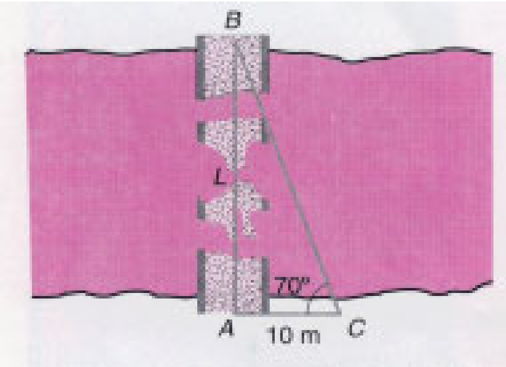


¿ A qué distancia hay que colocarse para ver el extremo de la chimenea con un ángulo de 30º.? h = 34'64 m

$$tg30^o = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{tg30^o} = \frac{34'64}{\sqrt{3}/3} \approx 60m$$

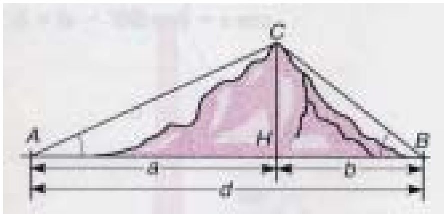
RESUELVE TÚ (20)

Un excursionista descubre un puente derruido. Desde sus restos (punto A) camina 16 m paralelamente al río. Mira desde ahí (punto C) al otro lado del puente (punto B) y lo ve con un ángulo de inclinación de 40º. Halla la longitud del puente .



$$\text{tg}40^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{L}{16} \Rightarrow L = 16\text{tg}40^\circ = 16 \cdot 0'839 = 13'43\text{m}$$

Una montaña de 400 m de altura separa dos pueblos A y B. Desde A se ve la cima C de la montaña con un ángulo de elevación de 20º, y desde B con 16º. ¿ Cuál es la distancia d entre los dos pueblos .?



Es el clásico y típico caso de doble observación.

❂ En el triángulo ACH se cumple :

$$\text{tg}\hat{A} = \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} \Leftrightarrow \text{tg}20^\circ = \frac{h}{a}$$

❂ En el triángulo rectángulo BCH se cumple :

$$\text{tg}\hat{B} = \frac{\overline{CH}}{\overline{BH}} \Leftrightarrow \text{tg}16^\circ = \frac{h}{d-a}$$

❂ Si despejamos **a** de la primera y lo sustituimos en la segunda, de esta podemos despejar la incógnita **d** que deseamos conocer :

$$a = \frac{h}{\text{tg}20^\circ} = \frac{400}{0'36397} = 1099\text{m} \Rightarrow d - a = \frac{h}{\text{tg}16^\circ} \Rightarrow d = a + \frac{h}{\text{tg}16} = 1099 + \frac{400}{0'2867} = 2494\text{m}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS (23)

❶ ¿Cuáles de estos ángulos en posición normal son coterminales? ¿En qué cuadrantes están?

(a) 765º (b) 225º (c) 315º (d) 17 π/ 4 (e) π /4

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

Expresamos todos los ángulos en función de su número de vueltas (360º):

(a) 765º = 2·360º + 45º
(b) 225º
(c) 315º
(d) 17 /4 = 765º
(e) 45º

Luego son coterminales (se diferencia en k vueltas) el (a) = (d) y el (e).

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❷ Halla el ángulo que forman las agujas de un reloj a las:

(a) Seis en punto. (b) Tres y media.

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

La circunferencia del reloj está dividida en 12 partes iguales, entre cada dos divisiones de horas habrá 360º/12 = 30º.

(a) Como a las seis las agujas abarcan la mitad de la circinferencia será **180º** = 6·30º.

(b) A las tres y media abarcan la cuarta parte de la circunferencia menos la mitad de una división es decir 90º - 30º/2 = 90º - 15º = **75º.**

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❸ Encuentra el gazapo en este cálculo: Si una rueda de radio r = 20 cm da 3 vueltas completas sobre el suelo, entonces recorre:

$$r\cdot\alpha = 20\cdot(3\cdot 360)\ \text{cm} = 21.600\ \text{cm} = 216\ \text{m}.$$

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

La fórmula es : Arco = radio x ángulo (pero expresado en radianes) = r · α =20 · (3 · 2π) = 377 cm = **3’77 m**.
El error está en expresar el ángulo en grados en vez de radianes.

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❹ Un sector de círculo de ángulo 40º tiene un área de 240 cm². ¿Cuál es su radio?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

$$A = \frac{1}{2} r^2 \cdot \alpha \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2A}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 240}{40\pi/180}} = 26'22 \text{cm}$$

❺ Una milla náutica es la longitud del arco de un meridiano correspondiente a un ángulo de 1' sobre la superficie de la Tierra. ¿A cuántos kilómetros equivale una milla náutica? (radio de la Tierra = 6.370 km).

$$s = R_t \cdot \alpha = 6\,370 \text{ km} \cdot (\,1'/60) = \textbf{106'17 km}$$

❻ La Tierra gira sobre sí misma una vuelta cada día. Calcula la velocidad angular y la velocidad lineal que ésta imprime a una persona que está sentada en un banco del parque de Quito, que está situado en el ecuador terrestre.

$$\text{Velocidad angular} = \omega = \frac{\text{ángulo}}{\text{tiempo}} = \frac{1 \text{vuelta}}{\text{día}} = \frac{2\pi \text{radianes}}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{s}} = 7'27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Velocidad lineal} = v = \omega \cdot R_T = 7'27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 6370 \cdot 10^3 \text{m} = 463'1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Una moto de 500 cc va a 300 km/h. El radio de sus ruedas es de 28 cm. ¿Cuántas vueltas da cada rueda en un minuto? ¿Cuál es el tiempo que tarda una rueda en girar un ángulo de 1°?

v = 300 km/hr = 83'3 m/s.
r = 28 cm = 0'28 m.

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{83'\widehat{3} \, m/s}{0'28 \text{m}} = 297'62 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \theta = \omega t = 297'62 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 60 \text{s} = 17857'14 \text{rad} = \frac{17857'14 \text{rad}}{2\pi \frac{\text{rad}}{\text{vuelta}}} = 2842 \text{vueltas}$$

❽ Sabiendo que un ángulo agudo satisface tg $\alpha = 4$, calcula sen α y cos α.

$$\text{Tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas}: \begin{cases} \text{tg}\alpha = \dfrac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} = 4 \\ \text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases}$$

De la primera despejamos senα = 4cosα y lo sustituimos en la segunda:

$$(4\cos\alpha)+\cos^2\alpha=1\Leftrightarrow 16\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Leftrightarrow 17\cos^2\alpha=1\Leftrightarrow \cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1}{17}}=\pm\frac{\sqrt{17}}{17}$$

Y el seno, lo obtenemos al sustituir en la expresión despejada de la primera :

$$\text{sen}\alpha=4\cos\alpha=\pm\frac{4}{17}\sqrt{17}$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❾ ¿Son ciertas estas identidades trigonométricas?

(a) cosec α = 1 - sec α

(b) 1 + cotg² α = cosec² α.

(c) cos α = sen α /tg α .

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

(a) Partimos del segundo miembro:

$$1-\sec\alpha=1-\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha-1}{\cos\alpha}\neq \text{cosec}\alpha=\frac{1}{\text{sen}\alpha}\ \text{No es cierta}$$

(b) Partimos del primer miembro :

$$1+\text{cotg}^2\alpha=1+\frac{\cos^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha}\xrightarrow{\text{sumamos}}\frac{\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha}\xrightarrow{\text{ec.fundamental}}\frac{1}{\text{sen}^2\alpha}=\text{cosec}^2\alpha\Rightarrow \text{Sí.}$$

(c) Partimos del 2º miembro :

$$\frac{\text{sen}\alpha}{\text{tg}\alpha}=\frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\alpha/\cos\alpha}=\text{sen}\alpha:\frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\text{sen}\alpha\cdot\cos\alpha}{\text{sen}\alpha}=\cos\alpha\Rightarrow \text{Sí es cierta}$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

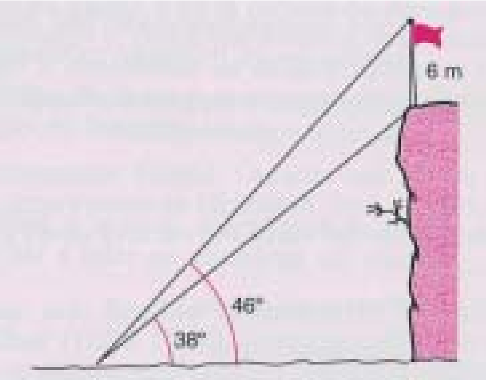
❿ Calcula el ángulo central y el interior de un pentágono regular.

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

$$\text{Ángulo central}=\frac{360^\circ}{n}=\frac{360^\circ}{5}=72^\circ\ \text{Ángulo interior}=\frac{180^\circ(n-2)}{n}=\frac{180^\circ\cdot(5-2)}{5}=108^\circ$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❶❶ Desde un punto a ras de suelo, los ángulos de elevación que presentan la base y la punta de un mástil de 6 m de altura, colocado sobre un acantilado, son 38° y 46°. Estima la altura del acantilado.



Es el típico caso de doble observación.

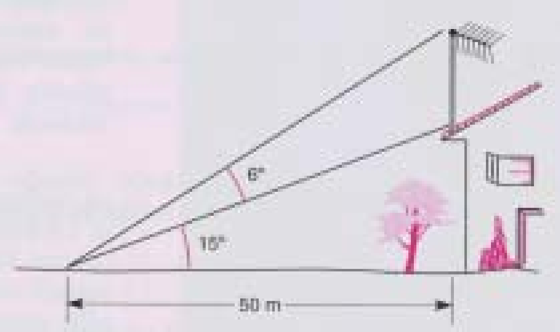
Sea : x = altura del acantilado y d la distancia entre el punto de observación y la base del acantilado. Si aplicamos la tangente, de los ángulos conocidos, en los dos triángulos rectángulos formados :

$$\left\{\begin{array}{l} tg38^o = \dfrac{h}{d} \\ tg46^o = \dfrac{h+6}{d} \end{array}\right\} \text{Despejando d de ambas e igualando} : \left\{\begin{array}{l} d = \dfrac{h}{tg38^o} \\ d = \dfrac{h+6}{tg46^o} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{h}{tg38^o} = \frac{h+6}{tg46^o}$$

Ecuación que resolvemos :

$$h \cdot tg46^o = tg38^o \cdot h + 6 \cdot tg38^o \Leftrightarrow h(tg46^o - tg38^o) = 6tg38^o \Rightarrow h = \frac{6tg38^o}{tg46^o - tg38^o} = \frac{6 \cdot 0'7813}{1'0355 - 0'7813} = 18'44m$$

❶❷ Calcula la altura de la antena que está sobre el tejado de la casa.



Sea :

h = altura de la antena

a = altura de la casa (hasta el tejado)

Vuelve a ser un problema de doble observación :

$$\left.\begin{cases} tg15^o = \dfrac{a}{50} \\ tg(15^o+6^o) = \dfrac{a+h}{50} \end{cases}\right\} \text{Despejamos a de la 1ª y lo sustituimos en la 2ª} \Rightarrow a = 50tg15^o = 13'4m$$

$$tg21^o = \frac{13'4+h}{50} \Leftrightarrow 13'4+h = 50tg21^o \Leftrightarrow h = 50\cdot tg21^o - 13'4 = 19'19 - 13'4 = 5'79\,m$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

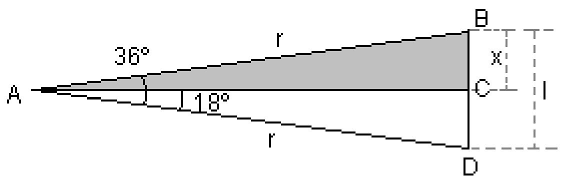
❶❸ Halla el perímetro de un decágono (polígono de diez lados) regular inscrito en un círculo de radio 1 m.

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

El ángulo central del decágono es :

$$\alpha = \frac{360^o}{10} = 36^o$$

Si nos fijamos en uno de los diez triángulos iguales que se forman al unir el centro del polígono (y la circunferencia circunscrita) con los vértices (mediante radios) y los lado del polígono tendremos un figura :



En el triángulo rectángulo ABC se cumple :

$$sen18^o = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cdot sen18^o = 1\cdot 0'3090 = 0'3090\text{ m}$$

luego el lado l = 2x = 2 ·0'3090 = **0'62 m = 62 cm**

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❹ En las etapas contrarreloj Miguel Induráin movía un desarrollo 55:12, de modo que cada vuelta de pedales las ruedas, de 35 cm de radio, giraban 55/12 vueltas. ¿Cuántos metros avanzaba cada vuelta completa de pedales?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

$$1\text{ vuelta pedales} = \frac{55}{12}\text{ vueltas ruedas}\cdot 35\frac{cm}{vuelta} = 160\text{ cm} = 1'6\,m$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

Autoevaluación (📖 ❷❹)

❶ Siguiendo el ejemplo del primer apartado, completa el resto de igualdades:

(a) 60,51 grados = 60° 30' 36" =1,0561 radianes

(b) 35,20 grados = 35°12' = $\dfrac{35'20\cdot\pi}{180}$ = 0'6144 radianes

(c) 35'38 grados = 35° 22' 45" = $\dfrac{35'38\cdot\pi}{180}$ = 0'61755 radianes

(d) $\frac{0'3 \cdot 180}{\pi} = 17'19$ grados = 17° 11' 19" = 0,3 radianes

❷

(a) ¿Son complementarios los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo?
(b) ¿Hay algún triángulo que tenga dos de sus ángulos suplementarios?

(a) Dos ángulos α y β son complementarios si suman 90º, $\alpha+\beta$ = 90º. Como un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto (A = 90º) y entre los tres ángulos de todo triángulo han de sumar 180º (A + B + C = 180º), los otros dos deben sumar 90º (B + C = 180º- A =180º - 90º = 90º) es decir son complementarios.

(b) No, es imposible, pues entre los tres han de sumar 180º, luego dos de ellos no pueden sumar 180º, el 3º debería ser cero y no habría triángulo.

❸ Halla el ángulo (en grados y radianes) que forman las agujas de un reloj a las:

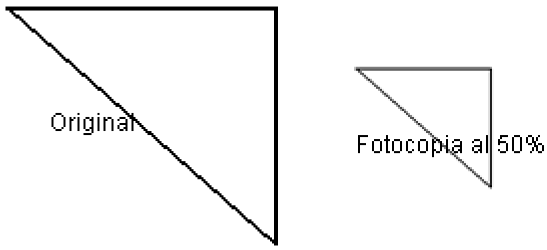
(a) Cuatro en punto.
(b) Dos menos cuarto.

(a) Las manecillas abarcan 4 divisiones = 4 ·30º = 120º = $\frac{120 \cdot \pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$rad

(b) El minutero está en la 9, formando un ángulo de 90º con las 12 y el horario esta entre la 1 y las 2 habiendo recorrido ¾ partes, es decir ¾ ·30º = 22'5º, luego el ángulo formado es de 90º+30º+22'5º = 142'5º = $\frac{142'5 \cdot \pi}{180} = \frac{19\pi}{24}$rad

❹ En una fotocopia reducida al 50 %, ¿se ven los ángulos más pequeños que en el original? ¿Por qué?

No, los ángulos son iguales, son los lados los que son proporcionales (la mitad)



❺ Da un ejemplo de ángulos coterminales. ¿Lo son 90º y 270º?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

Ángulos coterminales son los que terminan en el mismo sitio, es decir se diferencian en 1, 2, 3, …n vueltas, por ejemplo : 20º , 20º + 1 vuelta = 20º + 1·360º = 380º, 20º + 2 vueltas = 20º + 2·360º = 20º + 720º = 740º, etc.

No son coterminales el de 90º y el 270º, pues no se diferencian en n vueltas, son opuestos.

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❻ Sabiendo que un ángulo agudo tiene cos $\alpha = 0{,}8$, encuentra las restantes razones trigonométricas de α.

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

Mediante la ecuación fundamental de la trigonometría hallamos el seno y, en función de estas dos el resto de razones :

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + 0'8^2 = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2\alpha = 1 - 0'64 \Leftrightarrow \operatorname{sen}\alpha = \pm\sqrt{0'36} = \pm 0'6$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\pm 0'6}{0'8} = \pm\frac{3}{4};\ \sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{0'8} = \frac{5}{4} = 1'25;\ \operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{1}{\pm 0'6} = \pm\frac{5}{3}$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = \pm\frac{4}{3}$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❼ ¿Es posible que el seno de un ángulo valga 3? ¿Y el coseno? ¿Y la tangente? ¿Y la secante?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

$$-1 \leq \operatorname{sen}\alpha \leq 1,\ -1 \leq \cos\alpha \leq 1,\ -\infty < \operatorname{tg}\alpha < \infty,\ -1 \geq \sec\alpha \geq 1$$

Como el seno y el coseno han de estar comprendidos en [-1, 1] no pueden valer 3, pero la tangente y la secante sí .

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❽ ¿Cuál es la velocidad de un vehículo cuyas ruedas tienen 80 cm de diámetro y giran a 600 revoluciones por minuto?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

D = 80 cm, r = 80/2 = 40 cm = 0’4 m.

$$\omega = 600\frac{\text{vueltas}}{\text{min}} = 600\frac{\text{vueltas}}{\text{min}}.\frac{2\pi\text{rad}}{1\text{vuelta}}.\frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 20\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = r\cdot\omega = 0'4m\cdot 20\pi\frac{rad}{s} = 8\pi\frac{m}{s} = 8\pi\frac{m}{s}\cdot\frac{1km}{1000m}\cdot\frac{3600s}{1hr} = 90'48\frac{km}{hr}$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❾ Sea L la longitud de un arco de circunferencia (de radio r) que abarca 30° de ángulo, medido desde el centro del círculo. ¿Es cierto que L = 30 r?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

No, el ángulo debe estar en radianes : 30º = π/6 rad , luego L = (π/6)·r

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❿ En un triángulo rectángulo un ángulo mide 20° y su lado opuesto 6 m. Halla la longitud de la hipotenusa.

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

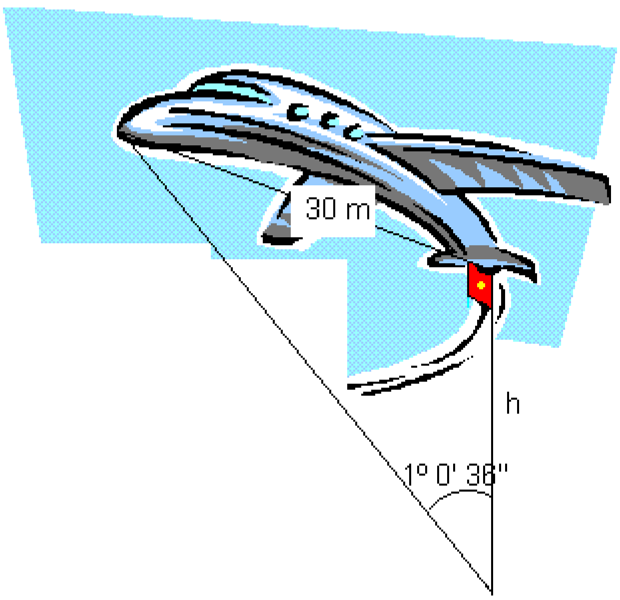
Por definición :

$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \text{sen}20° = \frac{6}{\text{hipotenusa}} \Leftrightarrow \text{hipotenusa} = \frac{6}{\text{sen}20°} = \frac{6}{0'3420} = 17'543m$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❶ El fuselaje de un avión de 30 m de longitud presenta un ángulo de 1° 0' 36" a la mirada de una persona situada en tierra justo debajo de él. ¿A qué altura vuela el aparato?

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧



El triangulo es rectángulo (ángulo recto marcado en rojo) :

$$tg1º0'36'' = \frac{30}{h} \Rightarrow h = \frac{30}{tg1º0'36''} = \frac{30}{0'01763} =$$

= 1702 m de altura.

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❷ Calcula el ángulo central y el interior de un polígono regular de doce lados.

✧✧✧⌖⌖⌖⌖⌖✧✧✧

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \quad \text{Ángulo interior} = \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ\cdot(12-2)}{12} = 150^\circ$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❸ El ángulo horizontal que presenta una portería para un futbolista que se dispone a sacar una falta desde la frontal del poste derecho es de 21,8 grados. Aprovechando un despiste del árbitro adelanta 2 m el balón, con lo que el ángulo desde la nueva posición es de 24°. ¿A qué distancia del poste se cometió la falta?

✧✧✧⊕⊕⊕⊕⊕✧✧✧

Sea :

x = longitud d ella portería.
d = distancia del punto de falta al poste.

$$\left\{ \begin{array}{l} tg21'8^\circ = \dfrac{x}{d} \\ tg24^\circ = \dfrac{x}{d-2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = d\cdot tg21'8^\circ \\ x = (d-2)\cdot tg24^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{igualando}} d\cdot tg21'8^\circ = (d-2)\cdot tg24^\circ$$

$$d\cdot tg24^\circ - d\cdot tg21'8^\circ = 2\cdot tg24^\circ \Leftrightarrow d(tg24^\circ - tg21'8^\circ) = 2tg24^\circ \Leftrightarrow d = \frac{2tg24^\circ}{tg24^\circ - tg21'8^\circ} = \frac{2\cdot 0'4452}{0'4452 - 0'4} = 19'68m$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❹ Supuesta la Tierra una esfera de radio R = 6.370 km, ¿cuánto hay que caminar para dar una vuelta completa al paralelo de latitud B = 89° 55'?

✧✧✧⊕⊕⊕⊕⊕✧✧✧

El radio del paralelo de latitud θ = 89º 55' es r = 6 370 · cos89º 55' = 9'26 km, la longitud de la circunferencia de este paralelo es L = 2π r = 2π · 9'26 = **58'2 km**.

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❺ Hijes (Soria) y Roelos (Zamora) son dos pueblos situados ambos a una latitud de 41° 15'. El primero se encuentra a 3° de longitud y el segundo a 6° 10'. Estima la distancia entre ambos, medida sobre el paralelo que los une.

✧✧✧⊕⊕⊕⊕⊕✧✧✧

El radio del paralelo de latitud θ = 41º 15' (en donde se encuentran los dos pueblos) es r = 6 370 · cos 41º 15' = 4 789'2 km.
El arco abarcado en este paralelo por un ángulo de 6º 10' – 3º = 3º 10' es :

$$s = r\cdot\alpha = 4789'2km\cdot\frac{3^\circ 10'\cdot\pi rad}{180^\circ} = 264'7km$$

◈◈◈▣▣◎▣▣◈◈◈

❶❻ ¿Es suficiente conocer los tres ángulos de un triángulo para hallar las longitudes de sus lados?

No, hay infinitos triángulos con los tres ángulos iguales y los lados proporcionales, los que son semejantes a uno dado, ver ejercicio nº ❹