CUESTIONES

1 *¿Qué modelo tomarías para la Tierra si quieres estudiar el sistema planetario? ¿ Y si quisieras estudiar las mareas?*

Un modelo circular con el sol en el centro y los planetas (considerados como masas puntuales) girando en órbitas circulares en torno al Sol, estudiando las fuerzas atractivas entre masas que se desprende de la ley de Gravitación Universal y la fuerza centrífuga debida al giro alrededor del Sol. Después podíamos refinar el modelo considerando las órbitas elípticas.

Para las mareas estudiaría la resultante de las fuerzas atractivas que dos cuerpos de masas m_1 (la Tierra) y m_2 (la Luna) ejercen sobre un tercero (los mares y océanos) de masa m situado entre ellos al variar la posición y orientación relativa entre ellas.

2 *Consulta la bibliografía y cita tres modelos atómicos diferentes.*

El modelo de Thomson

El descubrimiento de los electrones permitió a Thomson proponer el modelo atómico que lleva su nombre. La mayor parte de la masa del átomo estaría asociada a una especie de fluido cargado con la electricidad positiva necesaria para equilibrar la carga negativa de los electrones. Dentro de este fluido eléctrico estarían dispersos unos gránulos, los electrones, portadores de la electricidad negativa. Esta imagen se ha comparado a la de un pastel de pasas: el bizcocho sería el fluido material positivo y las pasas los electrones.

El modelo nuclear (Rutherford)

Abandonando el modelo de Thomson, Rutherford presentó una nueva imagen del átomo en la que éste aparecía prácticamente vacío y con la casi totalidad de su masa y toda su carga positiva concentradas en un núcleo, cuyo radio era 10 000 veces más pequeño que el del átomo. Los electrones deberían moverse por el átomo vacío, girando alrededor del núcleo como lo hacen los planetas alrededor del Sol. Hoy sabemos que el núcleo está constituido por:

- Protones, partículas cuya masa aproximada es igual a la del átomo de H y con la carga eléctrica positiva.
- Neutrones, que tienen prácticamente la masa del protón y carecen de carga eléctrica.

El hallazgo del núcleo fue una conquista irreversible, pero la idea de que los electrones girasen en torno al núcleo, como los planetas en torno al Sol, no estaba de acuerdo con las leyes de la electrodinámica.

Estas leyes implicaban que un sistema así sería inestable porque debería perder energía, y emitirla en forma de ondas electromagnéticas. De esta forma, los electrones cada vez girarían más cerca del núcleo y, al final, chocarían contra él y el átomo se colapsaría.

Además, este modelo no explicaba, por ejemplo, que el helio, que posee dos protones en el núcleo y dos electrones en la corteza, tuviera una masa atómica cuatro veces la del protón.

Modelo de Bohr

El modelo atómico de Bohr se basa en tres postulados:

- El electrón gira alrededor del núcleo en órbitas circulares estables, sin emitir energía.

- El momento angular o cinético del electrón respecto del núcleo está cuantizado: sólo puede tomar valores que sean múltiplos enteros de una cantidad elemental de momento igual a $h/2\pi$.

- Esto quiere decir que el electrón sólo puede moverse en ciertas órbitas cuya energía está cuantizada. Cuanto menor es el radio de la órbita, menor es la energía del electrón.

- Cuando el electrón salta de una órbita a otra, la diferencia de energía entre ambas se emite, o se absorbe, en forma de un fotón cuya energía coincide con el cuanto de Planck: $E_2 - E_1 = h \cdot \nu$.

Limitaciones del modelo de Bohr

La teoría de Bohr resultó brillante en su justificación de las frecuencias de las rayas del espectro del hidrógeno, expresadas por la fórmula de Balmer que vimos antes, pero pronto empezó a mostrar sus deficiencias: algunos detalles del espectro del átomo de hidrógeno tuvieron que ser explicados por una añadidura aportada por Sommerfeld, quien consideró que las órbitas circulares postuladas por Bohr no eran las únicas posibles, sino que podían existir órbitas elípticas.

El modelo de Bohr, con las correcciones de Sommerfeld, sólo podía explicar el espectro del H, pero ¿y el resto de los elementos?

Finalmente, la moderna mecánica ondulatoria o cuántica no admite que se pueda considerar el electrón, como hacía Bohr, una partícula puntual, cuya posición en el átomo, así cómo su velocidad, puedan ser exactamente conocidas.

ACTIVIDADES

1 *Supongamos que la cantidad de energía absorbida por un cuerpo con el fin de aumentar su temperatura depende de la naturaleza del propio cuerpo, de su masa y del aumento de temperatura. Diseña tres experimentos para estudiar la relación entre estas variables, indicando, en cada caso, cuáles de ellas se deben fijar.*

(a) **Influencia de la naturaleza del cuerpo**

Utilizaríamos la misma masa distintos materiales (plomo, cobre, acero, ...). Fijadas la masa y el incremento de temperatura a que se les sometería, estudiaríamos la variación de la cantidad de energía absorbida (E) en función de la naturaleza de cada material (N) para establecer, si es posible, una dependencia funcional entre ambas variables : $E(N) = f_1 (N)$

(b) **Influencia de la masa**

Ahora mantendríamos constantes la naturaleza del cuerpo y el incremento de temperaturas a que se le somete. Tomamos distintas cantidades de un cierto cuerpo (m) en incrementos constantes o variables, se las somete a una misma variación de la temperatura y se mide la energía absorbida (E) para determinar la dependencia funcional entre las variables masa y cantidad de energía absorbida: $E(m) = f_2 (m)$.

(c) **Influencia de la variación de la temperatura.**

Ahora mantendríamos constante la naturaleza del cuerpo y la masa de experimentación, midiendo la energía absorbida al variar el incremento de temperatura a que se le somete (ΔT) con el objeto de determinar la función que relaciona ambas variables : $E(T) = f_3 (\Delta T)$.

2 *Expresa en N/m la constante, k, del ejemplo anterior.*

$$k = 6,7 \cdot 10^{-3}\ \frac{Kp}{cm} \cdot \frac{9{,}8N}{1Kp} \cdot \frac{100cm}{1m} = 6,566\ \frac{N}{m}$$

3 *Calcula el alargamiento y la longitud del resorte que figura en el ejemplo cuando se ejerce una fuerza de 0,75 N.*

Como $F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} = \frac{0{,}75N}{6{,}566\frac{N}{m}} \simeq 0,114\ m = 11{,}4\ cm$

La longitud del resorte $l = l_0 + \Delta l = 15 + 11{,}4 = 26{,}4$ cm.

4 *La unidad astronómica (UA) equivale ala distancia media del Sol a la Tierra. Si la luz solar tarda 8 min 20 s en llegar a la Tierra viajando a $3{\cdot}10^8$ m/s, ¿cuánto mide en metros la unidad astronómica?*

Tiempo = t = 8 min 20 s = 8 · 60 + 20 s = 500 s.
Velocidad = v = $3 \cdot 10^8$ m/s.

Como la velocidad de la luz es constante y en línea recta, se trata de un movimiento rectilíneo y uniforme :

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow e = v \cdot t = 3\cdot 10^8\ \frac{m}{s} \cdot 500\ s = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ m = 1{,}5 \cdot 10^8\ km.$$

5 *Comprueba en la siguiente fórmula que la dimensión de todos los términos es una longitud:*

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

s = espacio; v_0 = velocidad inicial; t = tiempo; a = aceleración.

$[s] = L$; $[v_0] = L/T = L \cdot T^{-1}$; $[t] = T$; $[a] = [v]/[t]= L\cdot T^{-1}/T^{-1} = L \cdot T^{-2}$, luego :

$[v_0 t]= [v_0] \cdot [t] = L\, T^{-1} \cdot T = L$, dimensiones de una longitud.

$[a\, t^2] = [a] \cdot [t]^2 = L\, T^{-2} \cdot T^2 = L$, dimensiones de una longitud.

6 *La fuerza centrípeta ala que está sometida una partícula de masa m, girando en torno a un punto a distancia R y con velocidad v, viene dada por una de las tres fórmulas siguientes:*

$$F_c = m \cdot R \cdot v^2 ; F_c = \frac{m \cdot v}{R} ; F_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Demuestra, aplicando la ecuación de dimensiones a los dos miembros, cuál de las tres fórmulas es la correcta.

Hallamos las ecuaciones de dimensiones de las magnitudes que intervienen:

- Masa, $[m] = M$.
- Radio (una longitud), $[R] = L$.
- Velocidad, $[v] = [e/t] = [e]/[t] = L/ T = LT^{-1}$.
- Fuerza centrípeta, $[F_c] = [F] = [\, m\cdot a] = [m] \cdot [a] = [m]\cdot[v]/[t] = M\, L\, T^{-1}/ T = MLT^{-2}$.

Ahora comprobamos cuál de las tres fórmulas tiene las mismas dimensiones que una fuerza :

- $[m\cdot R \cdot v^2] = [m] \cdot [R] \cdot [v]^2 = ML(LT^{-1})^2 = ML^2\, T^{-2} \neq MLT^{-2}$, luego no es correcta.
- $\left[\frac{mv}{R}\right] = \frac{[m]\cdot[v]}{[R]} = \frac{MLT^{-1}}{L} = MT^{-1} \neq MLT^{-2}$, tampoco es correcta.
- $\left[\frac{mv^2}{R}\right] = \frac{[m][v]^2}{[R]} = \frac{M(LT^{-1})^2}{L} = \frac{ML^2T^{-2}}{L} = MLT^{-2}$, que tiene las dimensiones de una fuerza y , por tanto es la fórmula correcta.

③ *Cuando Carolina viaja en el coche con su padre observa, al fondo de una recta, la silueta de un «toro» sobre una valla de publicidad. A los 30 s pasa frente ala misma en el vehículo, cuyo tacómetro marca en todo momento 90 km/h. ¿Qué distancia ha recorrido en esos 30 s? ¿Qué tipo de medida realiza de la velocidad? ¿ Y del espacio?*

t = 30 s; $v = 90\ \frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 25\ \frac{m}{s}$

Como e = v/ t, e = v · t = 25 m/s · 30 s = 750 m.
Como la velocidad la mide con el tacómetro, se trata de una medida **directa**.
El espacio se ha medido indirectamente por medio de una fórmula en que intervienen medidas directas (velocidad y tiempo).

④ *¿Cómo hallarías el volumen exterior de un portalápices cilíndrico si dispones de una regla milimetrada?*

Como el volumen de cilindro viene dado por la fórmula : $V = \pi R^2 \cdot h$, necesitamos medir directamente el diámetro (R = d/2) y la altura (h), aplicando la fórmula tendríamos el volumen del portalápices.

7 *Se realizan cinco medidas del ancho de una calculadora de bolsillo y se obtienen los siguientes valores: 7,0 cm; 6,9 cm; 7,0 cm; 7,1 cm; 7,0 cm. ¿Qué valor darías para el ancho de la calculadora?*

El valor medio : $\bar{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{N} = \frac{7,0+6,9+7,0+7,1+7,0}{5} = 7,0$ cm

8 *Se toman medidas del tiempo que tarda en caer una bola de acero desde el borde de la mesa, obteniendo: 0,45 s; 0,46 s; 0,63 s; 0,45 s; 0,44 s. ¿Cómo se podría interpretar la tercera medida?*

La tercera medida que es muy distinta del resto se puede interpretar como un error de medida y se desprecia, no la tendríamos en cuenta.

9 *Halla la incertidumbre de las siguientes medidas y escríbelas después acompañadas de esa incertidumbre: 2,04 g; 18,15 m; 5,4 °C; 16,5 atm*

La incertidumbre o error absoluto es del orden de la sensibilidad del aparto de medida y por tanto del orden de la ultima cifra decimal apreciada con el aparato al realizar la medida :

(2,04 ± 0,01) g ; (18,15 ± 0,01) m ; (5,4 ± 0,1) ºC; (16, 5 ± 0,1) atm

10 *Un cuerpo ha sido pesado cinco veces y se han obtenido los siguientes resultados: 12,2514 g; 12,2517 g; 12,2514 g; 12,2515 g; 12,2516 g. Halla el error absoluto cometido en cada medición, el error absoluto medio y el error relativo*

x_1 = 12,2514 g; x_2 = 12,2517 g ; x_3 = 2514 g; x_4 = 12,2515 g; x_5 = 12,2516 g

Tomamos como valor exacto de la medida, la media aritmética de las N = 5 medidas :

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} x_i}{N} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{N} = \frac{12{,}2514+12{,}2517+12{,}2514+12{,}2515+12{,}2516}{5} = 12{,}25152\text{g}$$

◇ Errores absolutos cometidos : $\Delta x_i = |x_i - \overline{x}|$

Δx_1 = | x_1 - x| = | 12,2514 - 12,2515| g = 0,0001 g
Δx_2 = | x_2 - x| = | 12,2517 - 12,2515| g = 0,0002 g
Δx_3 = | x_3 - x| = | 12,2514 - 12,2515| g = 0,0001 g
Δx_4 = | x_4 - x| = | 12,2515 - 12,2515| g = 0,0000 g
Δx_5 = | x_5 - x| = | 12,2516 - 12,2515| g = 0,0001 g

◇ El error absoluto medio o **error de dispersión** es la media de los errores absolutos :

$$\epsilon_d = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} \Delta x_i}{N} = \frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\Delta x_4+\Delta x_5}{N} = \frac{0{,}0001+0{,}0002+0{,}0001+0{,}0000+0{,}0001}{5} = 0{,}0001\text{ g}$$

◇ El error relativo :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_d}{\overline{x}} \cdot 100 = \frac{0{,}0001}{12{,}2515} \cdot 100 = 0{,}0008\%$$

11 *Se mide la masa y el volumen de un sólido, obteniendo como resultados: m = 36,72 g y V = 14,5 cm³. Calcula su densidad y exprésala con el número de decimales correcto.*

Masa = m = 36,72 g; Volumen = V = 14,5 cm³

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{36{,}72}{14{,}5}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2{,}5\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, tomamos una cifra decimal pues la que tiene la medida que menos tiene.

12 *Calcula la densidad de una esfera de diámetro 2,1 cm y cuya masa es de 10,28 g.*

Diámetro = d = 2,1 cm ; Masa = m = 10,28 g.

Hallamos primero el volumen de la esfera (medida indirecta) mediante su fórmula :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{2,1}{2}\right)^3 cm^3 = 4,8 cm^3$$

Ahora podemos hallar la densidad : $\rho = \frac{m}{V} = \frac{10,28}{4,8}\frac{g}{cm^3} = 2,1\ \frac{g}{cm^3}$

13 *Mide el periodo de oscilación T de un péndulo para varias longitudes del mismo. Si t es el tiempo de n oscilaciones, ¿cómo se halla T, tiempo de una oscilación? Ordena los datos en una tabla y analízalos mediante dos representaciones gráficas:*

a) *El periodo T en función de la longitud l.*

b) *El periodo T en función de* $\sqrt{l}$

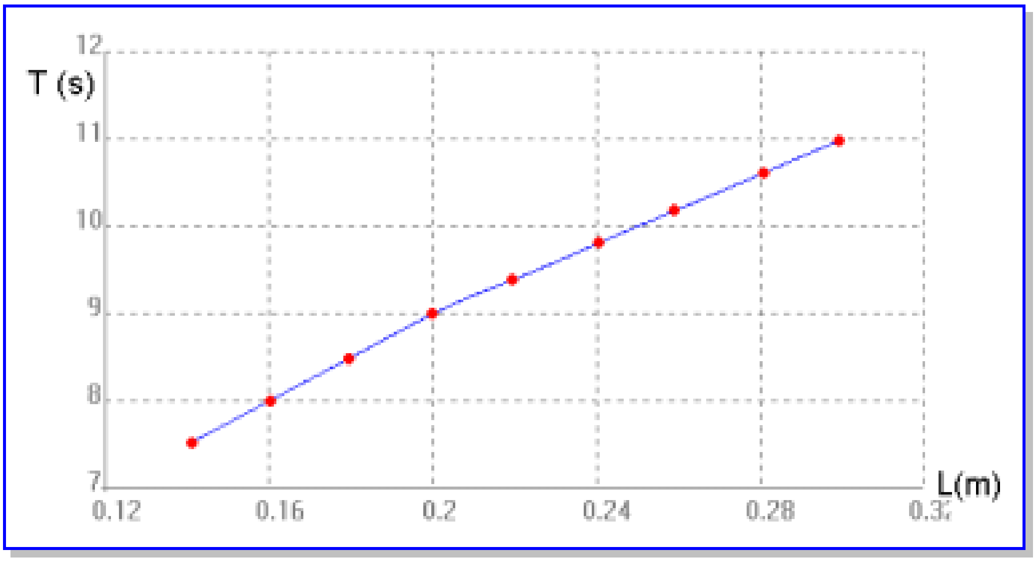
Para hallar el período (T) conocidos el tiempo (t) en n oscilaciones hacemos :

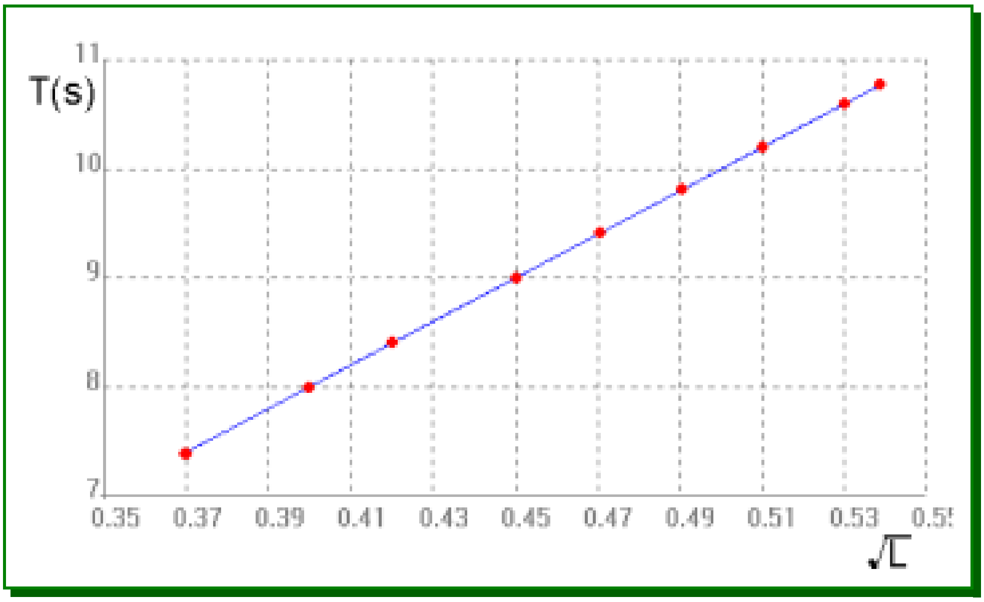
$$\boxed{T = \frac{t}{n}\frac{s}{\text{oscilación}}}$$

Ahora tabulamos los datos obtenidos :

L(m)	$\sqrt{L}$	T(s)
0,14	0,37	**7,4**
0,16	0,4	**8**
0,18	0,42	**8,4**
0,2	0,45	**9**
0,22	0,47	**9,4**
0,24	0,49	**9,8**
0,26	0,51	**10,2**
0,28	0,53	**10,6**
0,3	0,54	**10,8**

Y ahora las representaciones :





Consolidación

1 Cita algunas fases de la actividad científica, explicando en qué consisten.

• **El planteamiento de un problema o una pregunta**. El origen del problema puede estar en tener que resolver una necesidad creada dentro del contexto social o, simplemente, la curiosidad de conocer la explicación de un fenómeno observado. En cualquier caso, el problema propuesto debe despertar cierto interés dentro de la comunidad en donde se plantea.

• **El análisis de la situación**. La naturaleza es muy compleja y su estudio requiere simplificar los problemas. Se recurre, por tanto, a modelos simplificados de las situaciones que se quieren estudiar; para ello, se reducen las variables de las que depende el fenómeno, se aíslan del entorno, se idealiza el comportamiento de forma que sea más fácil su resolución.

• **La recopilación, el análisis y el estudio de la información**. La mayor parte del tiempo del trabajo científico se dedica ala recopilación, el análisis y el estudio de información sobre los temas que tienen relación con el problema planteado. Al ser la ciencia una tarea colectiva que se lleva realizando desde hace mucho tiempo, cualquier problema que se plantee, por nuevo que sea, lleva asociada gran cantidad de información que puede ser útil para su resolución.

• **La formulación de hipótesis**. Una vez planteado el problema se formulan hipótesis, es decir, se enuncia una explicación coherente con los conocimientos que se tienen y que se pueda comprobar experimentalmente.

• **La experimentación de las hipótesis**. Los experimentos son observaciones cuantitativas del fenómeno en condiciones controladas, de manera que se puedan reproducir en otros lugares y por otras personas.

• **La ordenación y el análisis de los datos experimentales**. Para ordenar y analizar los datos se emplean tablas y gráficas, de forma que se puedan buscar y encontrar relaciones entre las distintas magnitudes estudiadas.

Si los experimentos confirman la hipótesis o permiten volver a formularla de forma adecuada, se pueden enunciar leyes, que son hipótesis confirmadas que muestran una relación cuantitativa entre dos o más variables.

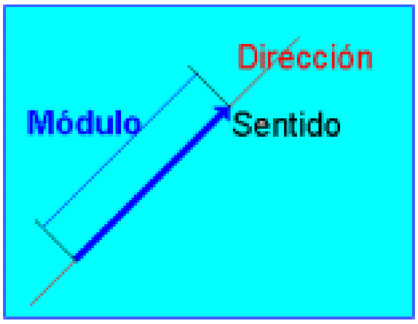
Las leyes se suelen escribir mediante expresiones matemáticas, y su rango de validez queda definido dentro del marco del modelo seguido y de las condiciones en las que se realizaron los experimentos. Un conjunto de leyes coherentes entre sí forman una teoría.

• **La comunicación de los resultados**. Los resultados han de hacerse públicos de forma que la comunidad científica tenga acceso a ellos, pueda refrendarlos y, si son aceptados, añadirlos al conjunto de conocimientos que se tengan en ese momento.

2 Indica qué son magnitudes escalares y vectoriales, explicando los elementos que las definen.

❍ Se consideran magnitudes **escalares** a las magnitudes que quedan perfectamente determinadas cuando se conoce su medida (cantidad y unidad). *Ejemplo : el tiempo (12 s) y la masa (5 kg).*

- En la magnitudes **vectoriales** no basta con conocer la cantidad y la unidad (módulo o intensidad) es necesario saber la dirección y el



❖ <u>Dirección</u> : La línea recta que la contiene.
❖ <u>Sentido</u> : Toda dirección tiene dos sentidos opuestos (derecha - izquierda, arriba - abajo, etc.) que viene indicada por la flecha. *Por ejemplo : La fuerza, la velocidad, el desplazamiento, etc.*
❖ <u>Intensidad o módulo</u> : La cantidad y unidad o medida (longitud)

3 Entre las magnitudes siguientes indica cuáles son fundamentales y cuáles derivadas: fuerza, aceleración, longitud, tiempo, velocidad, volumen, superficie, temperatura, cantidad de sustancia, masa, carga eléctrica y energía.

Magnitud es todo aquello que puede ser medido.

Magnitudes fundamentales son aquellas que definen directa e independientemente de las demás : Longitud, tiempo, temperatura, masa y cantidad de materia.

Magnitudes derivadas son las que se definen en función de las fundamentales: Fuerza (masa · aceleración), aclaración (velocidad/ tiempo), velocidad (espacio /tiempo), volumen (longitud al cubo), superficie (producto de dos longitudes), carga eléctrica (intensidad de corriente/ tiempo) y energía (trabajo = fuerza · desplazamiento).

4 ¿Cuáles son las unidades de las magnitudes del ejercicio anterior en el SI?

Magnitud	Fuerza	Aceleración	Longitud	Tiempo	Velocidad	Volumen	Superficie
Unidad	Newton(N)	m/s^2	m	s	m/s	m^3	m^2

Magnitud	Temperatura	C. de sustancia	Masa	Carga	Energía
Unidad	ºK	mol	kg	Culombio	Julio

5 Indica qué símbolos erróneos de unidades hay en el siguiente texto publicado en un periódico el 4 de marzo de 2001:

«Las cantidades solicitadas deben estar entre un número de 1 700 millones de kWh anuales...».

El kWh es una unidad de trabajo y por tanto independiente del tiempo en que se realiza a menos que se desee medir la potencia.

6 El embalse de Mequinenza (Zaragoza), con 1 530 hm; de capacidad, ha vertido al mar entre enero y febrero de 2001, debido a las abundantes lluvias, 2 824 hm^3. Expresa en metros cúbicos, la capacidad y el agua excedente de ese embalse utilizando notación científica con tres cifras decimales.

$$\text{Capacidad} = 1530\ hm^3 \cdot \frac{10^6 m^3}{1 hm^3} = 1,530 \cdot 10^9\ m^3$$

$$\text{Excedente} = 2\ 824\ hm^3 \cdot \frac{10^6 m^3}{1 hm^3} = 2,824 \cdot 10^9 m^3$$

7 La hectárea (ha) equivale al hectómetro cuadrado (hm^2)« ¿Cuántas hectáreas mide una finca de $2,460 \cdot 10^6\ m^2$?

$$\boxed{2,460 \cdot 10^6 m^2 = 2,460 \cdot 10^6\ m^2 \cdot \frac{1 hm^2}{10^4 m^2} = 2,460 \cdot 10^2 hm^2 = 246,0\ ha.}$$

8 Expresa en unidades SI las siguientes cantidades: 102 km/min; 3,5 g/cm; 1,2 kg/dm^3; 90°; -56 °C.

$$\boxed{102 \frac{km}{min} = 102\ \frac{km}{min} \cdot \frac{10^3 m}{1 km} \cdot \frac{1 min}{60 s} = 1\ 700\ \frac{m}{s}.}$$

$$\boxed{3,5\ \frac{gr}{cm^3} = 3,5\ \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{1 kg}{10^3 g} \cdot \frac{10^6 cm^3}{1 m^3} = 3,5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}.}$$

$$\boxed{1,2\ \frac{kg}{dm^3} \cdot \frac{10^3 dm^3}{1 m^3} = 1,2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}}$$

$$90^{\circ} = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

$$- 56\ ^{o}C = (- 56 + 273)\ K = 217\ K$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

9 Explica qué es error absoluto y error relativo. ¿En qué unidades se expresan? ¿Cuál de ellos da idea de lo bien que está realizada una medida?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

El **error absoluto** (ε_a) o incertidumbre de la medida es el valor absoluto de la diferencia entre la medida realizada x_i y el valor x tomado como exacto de la medida:

$$\varepsilon_a = |x_i - \bar{x}|$$

El **error relativo** (ε_r) , es el cociente entre el error absoluto y la medida considerada como exacta, x:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{\bar{x}} = \frac{|x_i - \bar{x}|}{\bar{x}}$$

El error relativo al ser una relación o cociente, es adimensional.

El error relativo que compara el error absoluto cometido con la media realizada es el que da idea de lo bien o mal que se ha realizado la medida, diciéndose que son más exactas cuanto menor sea el error relativo cometido.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

10 Expresa con notación científica, redondeando a dos decimales, las cantidades siguientes: 286842000; 0,000034267; 0,00017319; 94 000 000 000

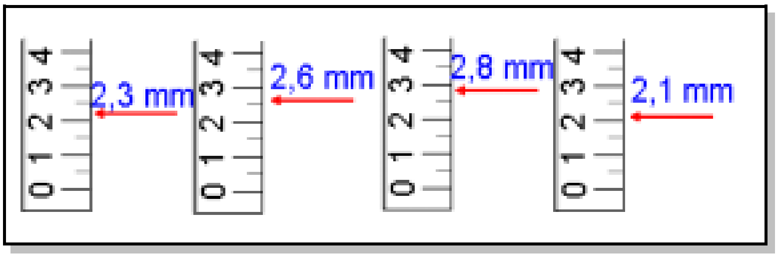
◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

- 286 842 000 = 2, 87 · 10^{8}.
- 0,000034267 = 3,43 · 10^{-5} .
- 0,00017319 = 1,73 · 10^{-4} .
- 94 000 000 000 = 9,40 · 10^{10}.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

11 Sabiendo que el error relativo de un producto o cociente es la suma de los errores relativos, ¿cómo medirías con un error de 0,1 mm el grosor de una moneda de 1 euro si dispones de una regla milimetrada? Razona cómo varía la incertidumbre en mediciones como esta.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



Apreciando con la regla hasta las décimas de milímetro por aproximación: Si está próximo al centro m,5 mm, si está en la cuarta parte m,3, etc. Mejor aproximando a 0,5 si pasa de la mitad pero no llega al valor entero siguiente o m,0 si pasa del valor pero no llega a la mitad.

12 La longitud de dos ristras de grapas, en total 100 grapas, medida con una regla milimetrada cuya sensibilidad es de 0,5 mm, es de 67,5 ± 0,5 mm. ¿Cuál es el grosor de cada grapa? ¿Cuál es la incertidumbre de ese grosor?

$$\text{Para calcular el grosor de una grapa} := \frac{\text{Longitud Total}}{\text{Grapas}} = \frac{67{,}5}{100} = 0{,}675 \text{ mm}$$

La incertidumbre la calculamos a partir del error relativo :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{M} = \frac{0{,}5}{67{,}5} = 0{,}00741 \Rightarrow \varepsilon_a = 0{,}00741 \cdot 0{,}675 = 0{,}0005 \text{ mm}$$

Ejercicios y problemas

① Indica cuáles de los siguientes términos tienen más afinidad con el trabajo científico: comprobar, credulidad, constatar, idear, transigir, dogmatismo, intolerancia, medir, creer, superstición, inducción y deducción.

- **Comprobar** : Verificar, confirmar una cosa mediante demostración o pruebas que la acrediten como cierta . *Sí es afín con el trabajo científico*.
- **Credulidad** : Creer con facilidad. *No es afín, hay que experimentar y comprobar los hechos, no creerlos*.
- **Constatar** : Comprobar un hecho, establecer. *Es una de las actitudes propias del trabajo científico.*
- **Idear** : Pensar, discurrir. *Si es propio del trabajo científico*.
- **Transigir** : Ceder a los deseos u opiniones de otra persona en contra de los propios. *Los buenos científicos cambian de opinión cuando los hechos demuestran que están equivocados.*
- **Dogmatismo** : Actitud que rechaza la duda y crítica, expresando y manteniendo sus ideas de forma categórica e irrefutable. *Nada más alejado de la ciencia que el dogmatismo.*
- **Intolerancia** : Actitud de no respetar la opiniones, la libertad, la forma de pensar o actuar de los demás. *La ciencia es tolerante con todas las opiniones, es la experiencia quien las refuta o corrobora.*

- **Medir** : Comparar una cantidad con otra que se toma como unidad. *La ciencia es en su mayor parte medida de magnitudes.*
- **Creer** : dar por cierta una cosa que no está comprobada o demostrada. *Es lo opuesto a ciencia, si no está comprobado, no es admitido por la ciencia.*
- **Superstición** : Tendencia, derivada del temor o la ignorancia, a atribuir carácter sobrenatural, sagrado u oculto a determinados acontecimientos. *Un científico no es supersticioso porque trae mala suerte.*
- **Inducción** : Generalización de una observación o razonamiento establecido a partir de casos singulares. *Se utiliza frecuentemente en la ciencia.*
- **Deducción** : Razonamiento, que partiendo de hipótesis, conduce a la verdad de una proposición usando reglas de inferencia. *Esto es ciencia.*

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

② Idea un modelo sobre la evaporación de un líquido indicando las posibles variables de las que depende este fenómeno.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Las moléculas de los líquidos no están en posiciones fijas como en los sólidos sino que se mueven desordenadamente animadas de una cierta energía. Si incrementamos la energía cinética de las moléculas del liquido (aumentando su temperatura por ejemplo, o mediante microondas) algunas moléculas de la superficie adquieren la energía necesaria (superior a la media del líquido) para liberarse de la atracción que sobre ellas ejercen sus vecinas y pasan al vapor, se **evaporan**, enfriándose el liquido. Esto ocurre siempre en un líquido (si lo dejamos el tiempo suficiente en un recinto ventilado acaba por “desaparecer”) pues hay moléculas de la superficie lo suficientemente rápidas como para escapar a vapor, pero si el recinto es cerrado, cuando se alcanza la presión de saturación, la evaporación parece detenerse, en realidad lo que sucede es que se llega a un equilibrio dinámico en que la misma cantidad de moléculas que se evaporan son capturadas por el líquido al chocar contra su superficie, se condensan, igualándose la velocidad de condensación con la evaporación.

Las variables que influyen en la evaporación son :

- La **temperatura** del líquido que es una medida de la energía cinética media de sus partículas constituyentes. Cuando mayor sea esta mayor será la velocidad de evaporación.
- La **presión de vapor** de las moléculas próximas al líquido. A mayor presión de vapor menor es la evaporación.
- La **naturaleza** del líquido que hace variar las fuerzas atractivas entre sus partículas constituyentes.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

③ Justifica si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) El error absoluto no tiene dimensiones.
b) El nanómetro equivale a 10-6 m.
c) La micra es una unidad de longitud.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) Falso. El error absoluto como diferencia entre medidas de una magnitud tiene las mismas dimensiones que las medidas utilizadas para su cálculo.

b) Falso. El nanómetro = 10^{-9} m.

c) Verdadero. Una micra = 10^{-6} m y es por tanto medida de longitud.

④ A la vista de las siguientes medidas: 4 m, 4,0 m y 4,00 m, indica cuáles de las afirmaciones son falsas:

a) Los ceros que siguen a la coma son innecesarios.
b) Todas las medidas son iguales.
c) Todas están hechas con el mismo instrumento de medida.

a) Es falsa pues en la primera medida el error cometido es del orden de ± 1 m, en la segunda de ± 0,1 m y en la tercera de ± 0,01 m, más exacta la tercera.

b) También es falsa por lo dicho en el apartado anterior.

c) Falso. La primera medida está realizada con un instrumento que aprecia metros, la segunda decímetros y la tercera está divido en cm.

⑤ Son las 10.00 h del viernes, y hasta las 12.00 h del próximo lunes no viene el fontanero a reparar un grifo que gotea constantemente. Explica cómo determinarías la cantidad de agua perdida en ese tiempo.

Midiendo el agua perdida en una hora, recogiéndola en un recipiente graduado, a ser posible en ml, y multiplicando por las 74 que ha estado el grifo goteando.

⑥ Escribe correctamente la medida realizada en la figura:

10 h 57 min 7 s.

⑦ Completa en tu cuaderno cada fila de la tabla con el dato que figura en la misma. Emplea notación científica si el exponente de 10 es mayor o igual que ±3.

km	m	mm	µm	nm
$4 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-3}$	4	$4 \cdot 10^{3}$	$4 \cdot 10^{6}$
$1,2 \cdot 10^{-4}$	0,12	120	$1,2 \cdot 10^{5}$	$1,2 \cdot 10^{8}$
$2 \cdot 10^{-3}$	2	$2 \cdot 10^{3}$	$2 \cdot 10^{6}$	$2 \cdot 10^{9}$
$1,2 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	0,012	12	$1,2 \cdot 10^{4}$
$5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,050	50	$5 \cdot 10^{4}$

8 Efectúa las operaciones siguientes con la calculadora, expresando las soluciones en notación científica y redondeando al número de cifras significativas adecuado:

a) $56 \cdot 0,0054 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} = 4,8384 \cdot 10^{-5} \approx$ **$4,8 \cdot 10^{-5}$** (dos cifras significativas).

b) $(0,242 \cdot 10^{-3} - 3,45 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^{-3} =$ **$-1,03 \cdot 10^{-7}$**.

c) $(20 \cdot 10^{9} - 1,6 \cdot 10^{10}) \cdot (1,5 \cdot 10^{-3} - 0,30 \cdot 10^{-2}) =$ **$-6,0 \cdot 10^{6}$** .

9 Mediante la ecuación de dimensiones de cada término, indica los que resultan erróneos en la siguiente ecuación, sabiendo que v y vo son velocidades, a es aceleración y s es espacio.

$$v^2 = v_0 + 2as$$

$$[v^2] = [v]^2 = [\tfrac{e}{t}]^2 = \left[\frac{[e]}{[t]}\right]^2 = (\tfrac{L}{T})^2 = (LT^{-1})^2 = L^2T^{-2}$$

$$[v_0] = [v] = [\tfrac{e}{t}] = \left(\frac{[e]}{[t]}\right) = \tfrac{L}{T} = LT^{-1} \neq L^2T^{-2}$$

$$[2as] = [a \cdot s] = [a] \cdot [s] = [\tfrac{v}{t}] \cdot [s] = \tfrac{LT^{-1}}{T}L = L^2T^{-2} \text{ Sí es homogéneo.}$$

10 Estás midiendo los catetos de un triángulo con una regla milimetrada de sensibilidad 0,5 mm. Si la medida del cateto mayor está entre 40 y 41 mm y la del menor, entre 24 y 25 mm, ¿qué medidas darías coma buenas?

- Cateto mayor = (40,5 ± 0,5) mm.
- Cateto menor = (24,5 ± 0,5) mm.

➀ ➀ Con un mismo cronómetro se han tomado medidas del tiempo empleado en una carrera de 100 m lisos, obteniéndose t= 10,31 s, y del tiempo empleado en una carrera de 400 m lisos, obteniéndose t= 42,53 s. ¿Qué medida es de mayor calidad?

Hallamos los errores relativos cometidos en la medida de cada carrera:

$t = 10,31 s \Rightarrow \varepsilon_a = 0,01\ s;\ \varepsilon_r(100) = \frac{\varepsilon_a}{M} \cdot 100 = \frac{0,01}{10,31} \cdot 100 = 0,09699 \simeq 0,1\ \%$

$t = 42,53\ s \Rightarrow \varepsilon_a = 0,01\ s\ ;\ \varepsilon_r(400) = \frac{\varepsilon_a}{M} \cdot 100 = \frac{0,01}{42,53} \cdot 100 = 0,0235... \simeq 0,02\ \%$

Como el error relativo cometido en la carrera de 400 m es menor esta medida es de mayor calidad.

➀ ➁ Halla la incertidumbre de las medidas siguientes y escríbelas, después, acompañadas de esa incertidumbre: 18,40 cm^2; 25,5 °C; 128,0 mmHg; 1,000 g

18,40 $cm^2 \Rightarrow \varepsilon_a = \pm 0,01\ cm^2$, medida = $(18,40 \pm 0,01)\ cm^2$.

25,5 ºC $\Rightarrow \varepsilon_a = \pm 0,1$ ºC, medida = $(25,5 \pm 0,1)$ ºC.

➀ ➂ Un grupo de alumnos, al medir la longitud del aula con una cinta métrica, ha obtenido los siguientes resultados: 8,02 m; 8,01 m; 8,03 m; 8,04 m; 8,02 m, y 8,00 m. Halla el error absoluto cometido en la medida, la dispersión media y el error relativo.

Tomamos como valor exacto de la medida, la media aritmética de las N = 6 medidas :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=6} x_i}{N} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6}{N} = \frac{8,02+8,01+8,03+8,04+8,02+8,00}{6} = 8,02\ m$$

Errores absolutos cometidos : $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$

$\Delta x_1 = x_1 - x = (\ 8,02 - 8,02\ )\ m = 0\ m$
$\Delta x_2 = x_2 - x = (\ 8,01 - 8,02\ )\ m = -\ 0,01\ m$
$\Delta x_3 = x_3 - x = (\ 8,03 - 8,02\ )\ m = 0,01\ m$
$\Delta x_4 = x_4 - x = (\ 8,04 - 8,02\ )\ m = 0,02\ m$
$\Delta x_5 = x_5 - x = (\ 8,02 - 8,02\ )\ m = 0\ m$

$\Delta x_6 = x_6 - x = (8{,}00 - 8{,}02)\ m = -0{,}02\ m$

◇ El error absoluto medio o **error de dispersión** es la media de los errores absolutos :

$$\in_d = \frac{\sum_{i=1}^{i=6} \Delta x_i}{N} = \frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\Delta x_4+\Delta x_5+\Delta x_6}{N} = \frac{0+0{,}01+0{,}01+0{,}02+0+0{,}02}{6} = 0{,}01\ m$$

◇ El error relativo :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_d}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0{,}01}{8{,}02} \cdot 100 = 0{,}1246882\ \% \simeq 0{,}125\ \%$$

◇◇◇▣▣◉▣▣◇◇◇

①④ Hemos tomado de la constante de Avogadro el valor $6{,}000 \cdot 10^{23}$ mol/l en vez de $6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol/l. ¿Qué error relativo hemos cometido?

◇◇◇▣▣◉▣▣◇◇◇

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{M} \cdot 100 = \frac{|x-M|}{M} \cdot 100 = \frac{|6{,}000 \cdot 10^{23} - 6{,}022 \cdot 10^{23}|}{6{,}022 \cdot 10^{23}} \cdot 100 = 0{,}3653...\ \% \simeq 0{,}37\ \%$$

◇◇◇▣▣◉▣▣◇◇◇

①⑤ Se desea determinar la densidad de una roca de apariencia homogénea. Se toman medidas y se ordenan en la tabla adjunta.

m(g)	V(cm³)	d(g/cm³)
12,20	3,56	3,43
13,52	3,92	3,45
15,16	4,42	3,43
15,80	4,59	3,44
16,50	4,81	3,43
22,40	6,49	3,45
27,70	8,12	3,41

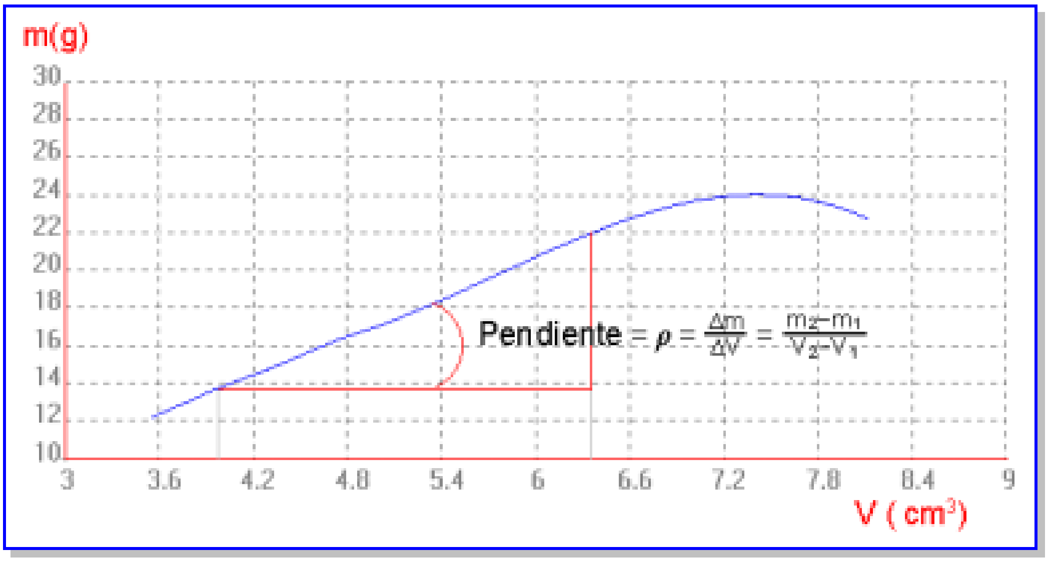
a) Halla la media aritmética de las densidades.
b) Traslada los valores a una gráfica y calcula la densidad sobre ella.

◇◇◇▣▣◉▣▣◇◇◇

a) Media aritmética de las densidades :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=7} x_i}{N} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7}{N} = \frac{3{,}43+3{,}45+3{,}43+3{,}44+3{,}43+3{,}45+3{,}41}{7} = 3{,}43\ \frac{g}{cm^3}$$

b) Tabulamos la masa m frente al volumen V :



Observamos que es prácticamente una línea recta, cuya pendiente nos dará la densidad buscada :

$$\text{Pendiente} = \rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1} = \frac{22{,}40 - 13{,}52}{6{,}49 - 3{,}92} = 3,46\ \frac{g}{cm^3}$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

⑩⑥ Calcula la superficie de un triángulo rectángulo de catetos b = 4,2 cm y c = 3,4 cm y exprésala correctamente con el error cometido.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

b = 4,2 cm ; c = 3, 4 cm.

La superficie de un triángulo rectángulo es $S = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4{,}2 \cdot 3{,}4}{2} = 7,14\ cm^2 \simeq 7,1\ cm^2$

Hallamos el error relativo del producto de los catetos (ε_p), que es la suma de los errores relativos de sus factores :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{rb} + \varepsilon_{rc} = \frac{\varepsilon_a(b)}{b} + \frac{\varepsilon_a(c)}{c} = \frac{0{,}1}{4{,}2} + \frac{0{,}1}{3{,}4} = 0,053221288...$$

Ahora calculamos la incertidumbre cometida (con una cifra decimal) en el cálculo de la superficie (S) mediante la definición de error relativo :

$$\varepsilon_p = \frac{\varepsilon_a(S)}{S} \Rightarrow \varepsilon_a(S) = \varepsilon_p \cdot S = 0,053221288 \cdot 7,14 = 0,38 \simeq 0{,}4\ cm^2$$

Luego la superficie del triángulo puede expresarse :

$$\boxed{S = (\,7{,}1 \pm 0{,}4\,)\ cm^2}$$

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈