Cuestiones ❶❻❸

1 ¿ Cómo explicas la atracción y la posterior repulsión que se produce en la primera experiencia que se describe en la página anterior ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Se atraen porque tienen cargas eléctricas de distinto signo y cuando se repelen es debido a que tienen cargas del mismo signo.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 Cita algunas sustancias de uso corriente que sean conductoras y otras que sean aislantes eléctricos.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Materiales conductores : Metales y disoluciones acuosas.

Materiales aislantes : Plásticos, gomas, tejidos, vidrio.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Cuestiones ❶❻❼

1 Dos cargas eléctricas se encuentran separadas cierta distancia. ¿ A qué distancia habrá que separarlas para que la fuerza que se ejercen mutuamente se reduzca a la novena parte ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Como, según la ley de Coulomb, la fuerza entre cargas eléctricas depende inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa :

$$F = K\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

si deseamos que la fuerza se reduzca 1/9, habrá que separarlas el triple.
Analíticamente:

$$F_2 = F_1/9, \text{ luego : } \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_1}{F_1/9} = 9 = \frac{K\frac{q_1 \cdot q_2}{d_1^2}}{K\frac{q_1 \cdot q_2}{d_2^2}} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \sqrt{9} = 3 \Leftrightarrow d_2 = 3d_1$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 ¿ Hacia dónde se mueve espontáneamente una carga negativa dejada libremente en el interior de un campo creado por una carga positiva? ¿Y si la carga que dejamos libre es positiva ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Como la carga que crea el campo es positiva en ambos casos, una carga negativa se dirige hacia la carga que crea el campo (a lo largo de la recta que las une) al experimentar una fuerza de atracción (tienen distinto signo) y una carga positiva tiende a alejarse o separarse de la carga que crea el campo (también en la línea de acción) al sentirse repelida.

✳ ✳ ✳ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✳ ✳ ✳

3 ¿ Qué ocurre con la energía potencial de la carga que dejamos en libertad en el ejercicio anterior en cada supuesto ?

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

Si las cargas tienen cargas opuestas, la energía potencial tendrá el mismo valor numérico pero signo distinto, como las fuerzas de atracción, ya que las diferencias de potencial entre dos punto dependen del signo de la carga que crea el campo (y esta es en ambos casos la misma) y de la carga que se sitúa o traslada en un punto dado del campo.

✳ ✳ ✳ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✳ ✳ ✳

4 ¿ De qué es unidad el electrón-volt (eV) ? Calcula su equivalencia con la unidad S.I.

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

El electrón-volt (eV) es una unidad de energía ya que indica el producto de una carga por una diferencia de potencial, es decir la energía que hay que hacer para un electrón (su carga) se sitúe en un punto de 1 voltio de diferencia de potencial :

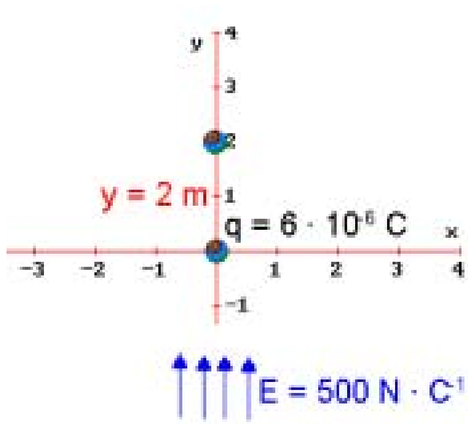
$$1 \text{ eV} = 1{,}60219 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1\text{V} = 1{,}160219 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

✳ ✳ ✳ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✳ ✳ ✳

Cuestiones ❶❻❽

5 Una partícula de carga $6 \cdot 10^{-6}$ C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 N / C dirigido en sentido positivo del eje OY

a) Describe la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿ Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento ? ¿ En qué se convierte dicha variación de energía ?



b) Calcula el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.

P.A.U. Andalucía, junio, 1998.

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

a) La trayectoria descrita por la carga es una línea recta, el eje vertical, x = 0, desde el punto (0,0) hasta el punto (0, 2). La energía potencial de la partícula aumenta por el trabajo realizado por el campo sobre la carga trasladarla desde el punto origen al punto final.

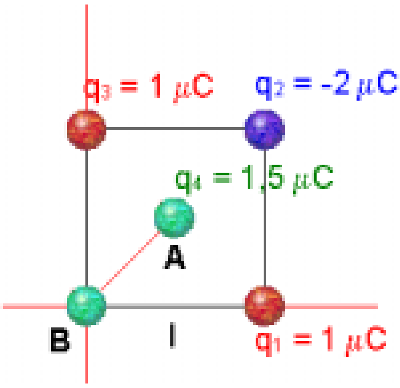
b) $W = q \cdot \Delta V = q \cdot (- E \cdot \Delta r) = 6{\cdot}10^{-6} \cdot (- 500 \cdot 2) =$
$=$ **$- 6 \cdot 10^{-3}$ J**.

La diferencia de potencia entre el origen y el punto (0, 2) es :

$$\Delta V = - E \cdot \Delta r = - 1000 \text{ v}$$

Cuestiones ❶❻❾

6 En el ejemplo de esta página, calcula el trabajo necesario para llevar una carga de 1,5 μC desde el centro del cuadrado hasta el cuarto vértice.



El trabajo para trasladar la carga q_4 desde el punto A (centro del cuadrado) al punto B (cuarto vértice) es el producto de la carga que se traslada (q_4) por la diferencia de potencial creado entre los puntos B y A por las otras tres : $W_{A\to B} = q_4 \cdot (V_B - V_A)$

Calculemos ambos potenciales por separado :

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} + V_{3B} = k\frac{q_1}{d_{1B}} + k\frac{q_2}{d_{2B}} + k\frac{q_3}{d_{3B}}$$

que, teniendo en cuenta que las distancias son:

d_{1B} = distancia de la carga q_1 al vértice B = longitud del lado del lado del cuadrado = l.

d_{2B} = distancia de la carga q_2 al punto B = longitud de la diagonal del cuadrado = aplicando el teorema de Pitágoras $\sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2}$.

d_{3B} = distancia de la carga q_3 al vértice B = longitud del lado del lado del cuadrado = l.

el potencial en B queda : $V_B = k\frac{q_1}{l} + k\frac{q_2}{l\sqrt{2}} + k\frac{q_3}{l} = \frac{k}{l}\left(q_1 + \frac{q_2}{\sqrt{2}} + q_3\right)$

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} + V_{3A} = k\frac{q_1}{d_{1A}} + k\frac{q_2}{d_{2A}} + k\frac{q_3}{d_{3A}} = \frac{2k}{l\sqrt{2}}(q_1 + q_2 + q_3)$$

ya que las distancias $d_{1A} = d_{2A} = d_{3A}$ = distancia de las tres cargas al centro del cuadrado son iguales y miden la mitad de la diagonal del cuadrado = $\frac{l\sqrt{2}}{2}$

La diferencia de potencial entre ambos puntos es pues :

$$V_B - V_A = \frac{k}{l}\left(q_1 + \frac{q_2}{\sqrt{2}} + q_3\right) - \frac{2k}{l\sqrt{2}}(q_1 + q_2 + q_3) = \frac{9{\cdot}10^9}{3}\left[\left(10^{-6} + \frac{-2{\cdot}10^{6}}{\sqrt{2}} + 10^{-6}\right) - \frac{2}{\sqrt{2}}(2 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-6})\right] =$$

= 1 757,4 V

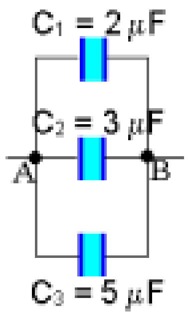
Con lo que el trabajo necesario es : **$W_{A \to B} = q_4 \cdot (V_B - V_A) = 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1\,757,4 = 2,6 \cdot 10^{-2}$ J**

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

Cuestiones ❶❼❷

1 ¿ Cómo asociarías tres condensadores de 2, 3 y 5 μF, respectivamente, para que al conectarlos al circuito la capacidad total del conjunto sea 10 μF ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



$C_1 = 2$ μF , $C_2 = 3$ μF, $C_3 = 5$ μF

Para que la capacidad total sea la suma de las capacidades individuales, tenemos que asociar los tres condensadores en paralelo:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 2\ \mu F + 3\ \mu F + 5\ \mu F = 10\ \mu F$$

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

2 Si la d.d.p. a la que hay que conectar el conjunto formado por los tres condensadores es 100 V, calcula la carga de cada uno de ellos y la carga total del conjunto formado por todos ellos.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Como, al estar conectados en paralelo, la diferencia de potencial es la misma para los tres, las cargas respectivas son :

$q_1 = C_1 \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^{-6}$ F $\cdot$ 100 V $= 2 \cdot 10^{-4}$ C.
$q_2 = C_2 \cdot \Delta V = 3 \cdot 10^{-6}$ F $\cdot$ 100 V $= 3 \cdot 10^{-4}$ C.
$q_3 = C_3 \cdot \Delta V = 5 \cdot 10^{-6}$ F $\cdot$ 100 V $= 5 \cdot 10^{-4}$ C.

Y la carga total $= q = q_1 + q_2 + q_3 = C \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^{-4}$ C $+ 3 \cdot 10^{-4}$ C $+ 5 \cdot 10^{-4}$ C $= 10 \cdot 10^{-6}$ F $\cdot$ 100 V $= 10^{-3}$ C.

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

3 La capacidad de un condensador, ¿ depende del material con el que está construido ? Para contestar a la cuestión, diferencia los elementos conductores y los elementos aislantes del conjunto.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

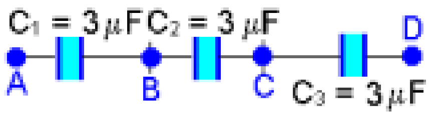
Sí, la capacidad de un condensador depende del material con el que esté construido, pues para mantener una diferencia de potencial entre placas, o una carga en ellas, deben de estar separadas por un material aislante, cuanto más aislante mejor, de forma que la capacidad de un condensador depende de una magnitud que se llamó permitividad eléctrica (ε) del material dieléctrico de que está construido, siendo además proporcional a la superficie de placa y inversamente proporcional a la distancia que las separa :

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

Cuestiones ❶❼❸

4 ¿ Cómo asociarías tres condensadores de 3 μF para que al conectarlos al circuito la capacidad total del conjunto sea 1 μF ?

$C_1 = C_2 = C_3 = 3\ \mu F$



Como la capacidad del conjunto ha de ser menor que las individuales, la conexión ha de hacerse en serie :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{3}{C_1} = \frac{3}{3} = 1 \Rightarrow C = 1\mu F$$

5 Si la d.d.p. a la que hay que conectar el conjunto formado por los tres condensadores es de 120 V, calcula la carga de cada uno de ellos, la carga total del conjunto formado por todos ellos y la d.d.p. que soporta cada uno.

$\Delta V = 120\ V$

Al estar conectados en serie, la carga es la misma en los tres :

$$q = \Delta V \cdot C = 120\ V \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ F = 120 \cdot 10^{-6}\ C = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ C$$

que es la carga individual de cada uno de los tres condensadores.

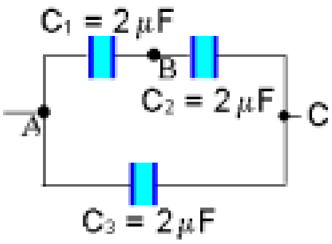
Las diferencias de potencial que soporta cada uno es la misma pues su carga es igual y su capacidad también :

$\Delta V_1 = V_B - V_A = q/C_1 = \Delta V_2 = V_C - V_B = q/C_2 = \Delta V_3 = V_D - V_C = q/C_3 = 120 \cdot 10^{-6} / 3 \cdot 10^{-6} =$
$= 40\ V.$

El $\Delta V = 3 \cdot 40 = 120\ V$.

6 ¿ Cómo asociarías tres condensadores de 2 μF cada uno para obtener una asociación equivalente cuya capacidad sea de 3 μF ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



Como es un número mayor que la inversa de la suma de los inversos de las capacidades y menor que sus suma tendremos que colocarlos en una asociación mixta serie paralelo, dos en serie y el tercero en paralelo con el conjunto.

Hallamos primero la capacidad equivalente de la asociación en serie de dos de ellos :

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow C_{12} = 1\,\mu F.$$

Y, ahora, calculamos la capacidad equivalente de la asociación en serie de los dos primeros con el tercer condensador en paralelo :

$$C = C_{12} + C_3 = 1 + 2 = 3\ \mu F$$

✱✱✱❁❁✪❁❁✱✱✱

7 Si la asociación de la cuestión anterior se conecta a una d.d.p. de 30 V, ¿ qué carga adquiere cada condensador ? ¿ Qué diferencia de potencial se establece entre las armaduras metálicas de cada uno de ellos ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❍ La conexión en paralelo tiene la misma d.d.p. : $V_C - V_A = 30$ V.
❍ Las cargas son :

♦ En el condensador de capacidad $C_3 = 2\ \mu C$: $q_3 = C_3 \cdot (V_C - V_A) = 2{\cdot}10^{-6}\ F \cdot 30\ V = 6 \cdot 10^{-5}$ C.

♦ En la asociación en serie formada por los condensadores de capacidades C_1 y C_2 :

$q_{12} = C_{12} \cdot (V_C - V_A) = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 30 = 3{\cdot}10^{-5}$ C, carga que es la misma para los dos condensadores que están en serie

Ya sabemos que la d.d.p. entre la asociación en paralelo es la total, hallemos ahora el resto :

$$V_B - V_A = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_{12}}{C_1} = \frac{3{\cdot}10^{-5} C}{2{\cdot}10^{-6} F} = 15\ V$$

$$V_C - V_B = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_{12}}{C_2} = \frac{3{\cdot}10^{-5} C}{2{\cdot}10^{-6} F} = 15\ V$$

Cumpliéndose, evidentemente : $V_C - V_A = (V_C - V_B) + (V_B - V_A) = 15 + 15 = 30$ V

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

Cuestiones ❶❼❹

1 Al introducir un dieléctrico entre las placas de un condensador cargado, ¿ varía la carga ? ¿ Y la capacidad ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Al introducir un material dieléctrico entre las placas de un condensador cargado (Q_0), ocurre el fenómeno conocido como *polarización molecular* (orientación de dipolos permanentes, en sustancias polares, o creación y orientación de dipolos inducidos, en sustancias apolares), creándose un campo adicional debido a los dipolos de sentido contrario al original que disminuye el valor de este :

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

donde ε es la constante dieléctrica relativa del medio al vacío.

Como $\Delta V = E \cdot d$ (d = distancia entre placas) $= \frac{E_0}{\varepsilon} \cdot d = \frac{V_0}{\varepsilon}$.

La carga real distribuida por la superficie del condensador no varía $Q = Q_0$, luego la capacidad del condensador será :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q_0}{V_0/\varepsilon} = \varepsilon \cdot C_0$$

es decir, **la capacidad del condensador se ve incrementada** en el mismo factor en que disminuyen el potencial y el campo, la constante dieléctrica relativa del medio ε.

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

2 En la cuestión anterior, ¿ qué ocurre con la d.d.p. que existe entre las dos placas del condensador ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Como se ha visto en la cuestión anterior, la d.d.p. entre placas de un condensador disminuye en un factor (ε) que es la constante dieléctrica relativa del medio :

$$V = V_0 / \varepsilon$$

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

3 Calcula la energía almacenada en un condensador cargado cuando las placas están separadas por aire seco y cuando introducimos entre ellas un dieléctrico cuya permitividad es 80.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

El trabajo que hay que hacer para cargarlo es la energía almacenada :

$$W = \frac{1}{2}Q \cdot V = \frac{1}{2}C \cdot V^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

En donde C = $\varepsilon \cdot C_0$ y V = $\varepsilon \cdot V_0$, siendo ε = la constante dieléctrica relativa del aire seco o del otro medio (ε = 80).

* * * ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ * * *

4 En la cuestión anterior, ¿ cambia algo si introducimos el dieléctrico entre las placas cuando el condensador está cargado o cuando está descargado ? ¿ Qué ocurrirá en cada caso ? Analiza, sobre todo, qué ocurre con la carga y la d.d.p. entre las armaduras del condensador.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Cuando está cargado la energía almacenada no varía porque introduzcamos un dieléctrico, se modifica la diferencia de potencial entre placas y la capacidad pero de manera que se mantiene la cantidad de energía eléctrica almacenada.

Si el dieléctrico se introduce antes de cargarlo, la energía que es capaz de almacenar diminuirá, en el factor de la permitividad dieléctrica del medio introducido ε, ya que su d.d.p. disminuye en ese factor :

$$V = V_0 / \varepsilon$$

y la energía almacenada es W = (1/2) q · V y la carga no se modifica.

* * * ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ * * *

A C T I V I D A D E S D E L A U N I D A D

CUESTIONES

1 Una pequeña esfera conductora descargada se cuelga de un hilo aislante. Cuando se aproxima una varilla aislante, cargada negativamente, la esfera:

a) Es atraída por la varilla, entran en contacto y es repelida por ella.
b) Es repelida siempre por la varilla.
c) No se mueve.
d) Es atraída por la varilla y queda pegada.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Sucede lo descrito en el apartado a), ya que, al acercarse la varilla cargada induce en la esfera un campo eléctrico de carga contraria, al orientar los dipolos inducidos de manera que las cargas del mismo signo estén lo más alejadas posible, y es atraída por ella, después entran en contacto parte de la carga de la varilla se transfiere a la esfera que, al ser de mismo signo provoca la repulsión.

* * * ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ * * *

2 A lo largo de una línea de fuerza de un campo eléctrico:

a) La intensidad del campo siempre aumenta.
b) La intensidad del campo siempre disminuye.
c) El potencial no varía.
d) El potencial aumenta o disminuye.

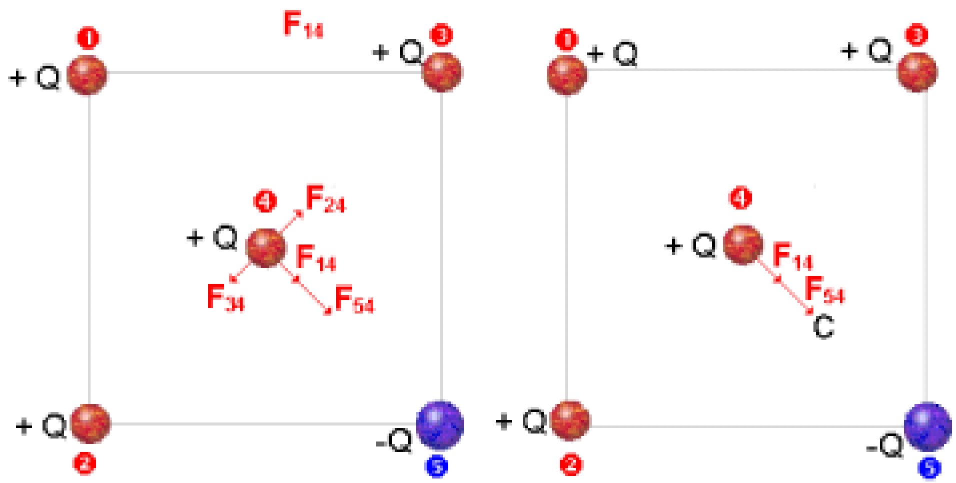
◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

A lo largo de una línea de fuerza de un campo eléctrico la intensidad disminuye con la distancia ya que la intensidad del campo es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia $E = K \cdot Q / d^2$.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

3 Cuatro cargas eléctricas, todas de valor Q y con los signos que se indica en la figura, se colocan en las cuatro esquinas de un cuadrado. ¿ Cuál de las flechas, A, B, C o D, del diagrama señala adecuadamente la dirección de la fuerza resultante cuando una quinta carga, +Q, se coloca en el centro del cuadrado?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



Como las cargas ❶ y ❹ son positivas la fuerza entre ellas F_{14} es repulsiva e igual en módulo a las fuerzas F_{24} y F_{34}, sin embargo como las cargas ❹ y ❺ son de distinto signo la fuerza F_{54} se dirige hacia la carga ❺ como se indica en la figura anterior.

Al ser las cargas iguales, $F_{24} = -F_{34}$, luego su resultante es nula, ya que tienen la misma dirección y módulo pero sentido contrario, con lo que queda la suma de las fuerzas F_{14} y F_{54} que tienen la misma dirección y sentido, dando como resultante la flecha C.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

EJERCICIOS

4 El trabajo que debemos realizar para transportar una carga de 2 C de un punto a otro es de 10J. De acuerdo con ello, la d.d.p. entre esos dos puntos, medida en volt, resulta:

a) 5 b) 10 c) 12 d) 20

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

q = 2C.
W = 10 J

Como el trabajo eléctrico es W = q · ΔV, si despejamos la d.d.p. :

$$\Delta V = \frac{W}{q} = \frac{10J}{2C} = 5 \text{ volt., la respuesta correcta es la (a)}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

5 La fuerza que actúa sobre dos cargas, separadas cierta distancia, es de 1 .000 N. Para que esa fuerza se reduzca a la novena parte, tenemos que situar esas cargas a una distancia:

a) Nueve veces mayor. b) Tres veces mayor. c) Tres veces menor. d) Nueve veces menor.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

F_1 = 1 000 N
d_1 = d
F_2 = F_1/9

Como la fuerza electrostática es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia :

$$F_1 \cdot d_1^2 = F_2 \cdot d_2^2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{F_1}{F_2} d^2} = d \cdot \sqrt{\frac{F_1}{F_1/9}} = d \cdot \sqrt{9} = 3d$$

es decir, la nueva distancia de separación entre cargas ha de ser 3 veces mayor (b) que la inicial para que la fuerza se reduzca a la novena parte.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

6 Una carga de 0,2 C está situada en un punto de un campo eléctrico creado por otra carga, y su energía potencial es de 10 J. Calcula el potencial eléctrico en dicho punto.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

q = 0,2 C
Ep = 10 J

Como Ep = q· Δ V, si despejamos la d.d.p. :

$$\Delta V = \frac{Ep}{q} = \frac{10 \text{ J}}{0{,}2 \text{ C}} = 50 \text{ V}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

7 En el ejercicio anterior, ¿ cómo es el signo de la carga que crea el campo ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Como el potencial V, es positivo, la carga que crea el campo es positiva.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

8 ¿ Qué energía potencial posee un electrón situado en un punto de potencial +200 V ? ¿ Y si el potencial en ese punto es de -200 V ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

$V_1 = 200$ V
$V_2 = - 200$ V
carga eléctrica del electrón = q = $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

$Ep_1 = q \cdot V_1 = - 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 200\ V = - 3{,}2 \cdot 10^{-17}\ J$

$Ep_2 = q \cdot V_2 = - 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot (- 200\ V) = 3{,}2\ 10^{-17}\ J.$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

9 Un electrón, inicialmente en reposo en un punto A, es acelerado por medio de una diferencia de potencial V_{AB} , hasta alcanzar un punto B.

a) La d.d.p. V_{ab} ¿ es positiva o negativa ? justifica la respuesta.
b) Calcula la energía cinética que adquiere el electrón y expresa el resultado en función del potencial, V.
c) Calcula el valor de la velocidad que adquiere el electrón en B y dibuja la gráfica que representa las variaciones de velocidad en función de $\sqrt{V}$.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

q = carga del electrón = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
$v_0 = v_A$ =velocidad inicial = 0 m/s.
$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) Como la energía cinética del electrón aumenta (al ganar velocidad) hay que comunicarle un trabajo que hace que pase de un punto de potencial menor (A) a otro de potencial mayor (B), luego la d.d.p. (V_{AB}) es positiva.

b) Como hemos dicho en la cuestión anterior, la energía cinética que adquiere el electrón procede del trabajo eléctrico realizado :

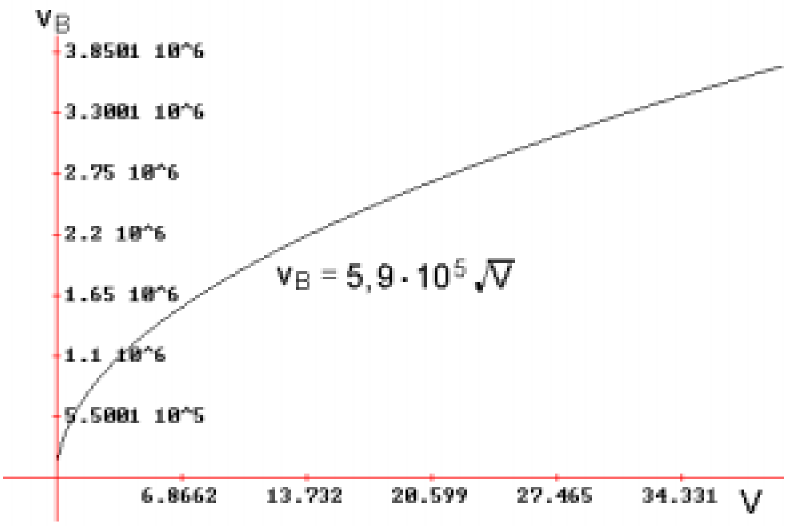
$$Ec = W = q \cdot V_{AB} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} V \text{ J.}$$

c) $Ec = \frac{1}{2} m_e (v_B - v_A)^2 = W = 1{,}6 \cdot 10^{-19} V \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v_B^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-19} V$

despejando la velocidad : $v_B = \sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} V / m_e} = 5{,}9 \cdot 10^5 \sqrt{V}$

Como W = F·d = m_e ·a ·d = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$V $a = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} V}{m_e \cdot d}$

La representación gráfica de la velocidad en función del potencial es :



✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

PROBLEMAS

1 0 Calcula la d.d.p. que existe entre dos puntos, A y B, debida a la presencia de una carga de 1 8 nC, situada en el vacío, que dista 0,4 m de A y 0,5 m de B.

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

q = 18 nC = 18 · 10^{-9} C.
d_A = 0,4 m
d_B = 0,5 m

$$V_B - V_A = k \cdot q \left(\frac{1}{d_B} - \frac{1}{d_A}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 18 \cdot 10^{-9} \left(\frac{1}{0{,}5} - \frac{1}{0{,}4}\right) = -81 \text{ V}$$

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

1 1 Una pila de 1 ,5 V está unida a dos placas metálicas, separadas 10 cm.

a) Calcula el valor del campo eléctrico que existe entre las dos placas.
b) Calcula la distancia máxima que debe existir entre esas dos placas para que el peso de un protón sea despreciable frente o la fuerza electrostática que existe entre las placas.

13

Datos: La fuerzo peso se considera despreciable si es 100 veces menor que la fuerza electrostática.

Cargo del protón: $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Masa del protón: $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

g = 9, 8 N/ kg.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

$\Delta V = 1{,}5$ V

d = 10 cm = 0,1 m.

a) $\Delta V = E \cdot d \Rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{1{,}5}{0{,}1} = 15\ \frac{N}{C}$

b) P = peso = $m_p \cdot g$, $F = q_p \cdot E = q_p \cdot \frac{\Delta V}{d}$, como para despreciar el peso ha se cumplirse F/P ≥ 100, dividiendo una por otra, tenemos :

$$\frac{F}{P} = \frac{q_p \cdot \frac{\Delta V}{d}}{m_p \cdot g} \geq 100 \Rightarrow d \leq \frac{q_p \cdot \Delta V}{100 \cdot m_p \cdot g} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}5}{100 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}8} \simeq 1{,}5 \cdot 10^{5} m$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

12 Dos placas metálicas cargadas están sepa; iodos uno distancia d = 20 cm. En el espacio comprendido entre ellas existe un campo eléctrico uniforme de módulo E = 100 N/ C. Se abandona desde la placa positiva urjo partícula, de masa m = 0,03 kg y carga $q = 10^{-5}$ C, que, inicialmente, se encontraba en reposo. Determina:

a) La aceleración que experimenta la partícula.
b) La diferencia de potencial eléctrico entre las placas.
c) La energía cinética de la partícula cuando llega a la placa negativa.

P.A.U. Burgos, junio, 1995.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Intensidad del campo eléctrico = E = 100 N/C.
Distancia entre placas = d = 20 cm = 0,2 m.
Masa = m = 0,03 kg.
Carga eléctrica = q = 10^{-5} C.
Velocidad inicial = v_0 = 0 m/s.

a) La carga positiva es repelida por la placa positiva con una fuerza :

$$F = q \cdot E = 10^{-5}\ C \cdot 100\ N/C = 10^{-3}\ N.$$

que se mueve con una aceleración de :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10^{-3} N}{0{,}03\ kg} = 0{,}033\ m/s^2$$

b) Como W = q·E·d = q· ΔV ⇨ ΔV = E · d = 100 · 0,2 = 20 V.

c) Como conocemos la aceleración del movimiento, la velocidad con la que llega a la placa negativa (recorre 0,2 m) es :

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow v^2 = 2ad = 2 \cdot 0,033 \cdot 0,2 = 0,013 \ .$$

Y la energía cinética, en ese momento :

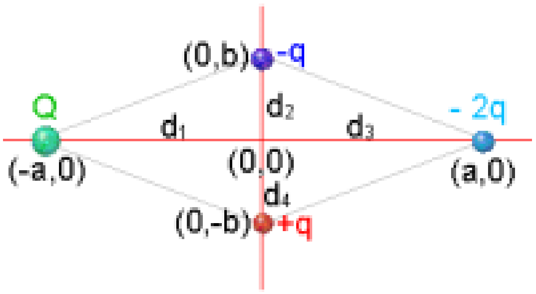
$$E_c = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 0,03 \cdot 0,013 \simeq 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

1 3 Halla el valor de Q, en función de q, para que el potencial eléctrico generado por estas cuatro cargas sea nulo en el origen de coordenadas.

P.A.U. Castilla-La Mancha, junio, 1995.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



El potencial en el origen de coordenadas será la suma algebraica de los potenciales debidos a las cuatro cargas en ese punto :

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = k\frac{Q}{d_1} + k\frac{-q}{d_2} + k\frac{-2q}{d_3} + k\frac{q}{d_4} = k\left(\frac{Q}{a} - \frac{q}{b} - \frac{2q}{a} + \frac{q}{b}\right) = k\left(\frac{Q}{a} - \frac{2q}{a}\right) = k\frac{Q-2q}{a} = 0$$

Ecuación que nos permite relacionar Q con q : Q - 2q = 0 ; **Q = 2q**.

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

1 4 Entre dos placas cargadas paralelas hay una diferencia de potencial de 200 V. En la región comprendida entre ambos placas existe un campo eléctrico de 400 N/C en módulo. Calcula:

a) La separación entre placas.

b) El módulo de la aceleración que experimentaría una partícula de 0,01 kg de masa con una carga de 10 4 C al situarla entre los placas.

c) La variación de energía potencial de esa partícula si va de la placa negativa a la positiva.

P.A.U. Murcia, junio, 1995.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

ΔV = 200 V.
E = 400 N/C.

a) Teniendo en cuenta que : $E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow d = \frac{\Delta V}{E} = \frac{200}{400} = \frac{1}{2} m = 0,5$ m.

b) m = 0,01 kg .
q = 10^{-4} C.

Igualando la fuerza eléctrica a la ecuación fundamental de la dinámica tenemos :

$$F = q \cdot E = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{10^{-4} \cdot 400}{0,01} = 4 \ \frac{m}{s^2}$$

c) Ep = q·ΔV = 10^{-4} C · 200 V = 0,02 J. la energía potencial aumenta pues hay que realizar trabajo para desplazar la carga positiva en contra de las fuerzas del campo.

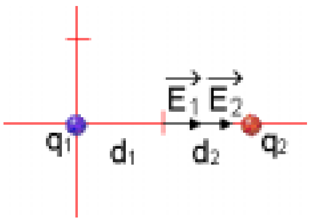
15 Dos cargas puntuales, de 10 μC y -20 μC, respectivamente, están situadas, la primera, en el origen de coordenadas y, la segunda, en el punto (2,0) m. Si se encuentran en el aire, calcula:

a) El campo eléctrico que crean estas dos cargas en los puntos (1 ,0), (0, 1) y (2,1) m.
b) El punto o los puntos del eje de abscisas en los que el campo eléctrico es nulo.

q_1 = 10 μC = 10^{-8} C, situada en el origen (0,0).
q_2 = -20 μC = - 2 · 10^{-8} C, situada en el punto (2,0).

a)

❍ Campo eléctrico en el punto (1,0)



El vector campo producido por la carga q_1, que es positiva, va hacia la derecha y su módulo es :

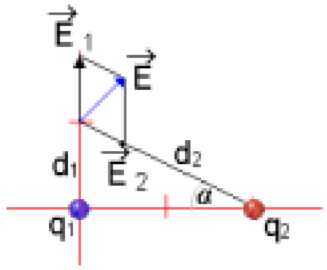
$$E_1 = k\frac{q_1}{d_1^2} = 9.10^9 \frac{10^{-8}}{1^2} = 90 \ \frac{N}{C}$$

El vector campo producido por la carga q_2, que es negativa, va hacia la derecha también y su módulo es :

$$E_2 = k\frac{q_2}{d_2^2} = 9.10^9 \frac{2 \cdot 10^{-8}}{1^2} = 180 \ \frac{N}{C}$$

El campo resultante es : $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E}_2 = 90 + 180 = 270 \ \vec{i} \ \frac{N}{C}$

❍ Campo eléctrico en el punto (0,1).



El vector campo producido por la carga q_1, que es positiva, va hacia arriba y su módulo es :

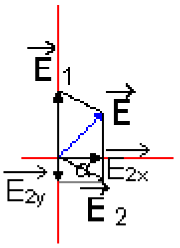
$$E_1 = k\frac{q_1}{d_1^2} = 9.10^9\frac{10^{-8}}{1^2} = 90\ \frac{N}{C}$$

El vector campo producido por la carga q_2, que es negativa, está dirigido hacia ella como se indica en la figura y su módulo es :

$$E_2 = k\frac{q_2}{d_2^2} = 9.10^9\frac{2\cdot10^{-8}}{5} = 36\ \frac{N}{C}$$

ya que la distancia d_2, según el teorema de Pitágoras es: $d_2^2 = 1^2 + 2^2 = 5m$

Para hallar el vector campo resultante, hemos de descomponer los vectores campo según los ejes de coordenadas



Como E_1 sólo tiene componente vertical : $\vec{E_1} = 90\vec{j}$ ó $\vec{E_1}(0,90)$

Para hallar las componentes según los ejes del vector campo E_2, hemos de calcular primero el ángulo que forma este vector con el eje horizontal :

$$tg\ \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{catetento contiguo}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = arctg\frac{1}{2} = 26^0 33' 54"$$

Y ahora :

$$E_{2x} = E_2\cdot\cos\alpha = 36\cdot\cos 26^0 33'54" = 32,2\ \frac{N}{C}; E_{2y} = -E_2\cdot sen\alpha = -36\cdot sen 26^0 33'54" = -16,1\ \frac{N}{C}$$

luego : $\vec{E_2} = E_{2x}\vec{i} + E_{2y}\vec{j} = 32,2\vec{i} - 16,1\vec{j}$ ó $\vec{E_2}(32,2,-16,1)$

Ya podemos hallar las componentes del vector campo eléctrico en (0,1) :

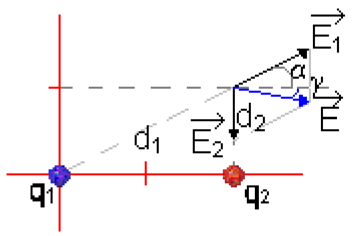
$$\left.\begin{cases} E_x = & E_{1x} + E_{2x} = 0 + 32,2 = 32,2 \\ E_y = & E_{1y} + E_{2y} = 90 - 16,1 = 73,9 \end{cases}\right\} \Rightarrow \vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} = 32,2\vec{i} + 73,9\vec{j} \text{ ó } \vec{E}(32,2,73,9)$$

cuyo módulo dirección y sentido son :

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{32,2^2 + 73,9^2} = 80,61\ \frac{N}{C} \text{ y } \gamma = \text{arctg}\frac{E_y}{E_x} = arctg\frac{73,9}{32,2} = 66^0 27'21"$$

hacia la derecha y hacia arriba, como se aprecia en la figura.

❍ Campo eléctrico en el punto (2,1).



El vector campo producido por la carga q_1, que es positiva, va hacia arriba y su módulo es :

$$E_1 = k\frac{q_1}{d_1^2} = 9.10^9\frac{10^{-8}}{5} = 18\ \frac{N}{C}$$

ya que la distancia d_1, según el teorema de Pitágoras es:
$$d_1^2 = 1^2 + 2^2 = 5m$$

El vector campo producido por la carga q_2, que es negativa, está dirigido hacia ella (hacia abajo) como se indica en la figura y su módulo es :

$$E_2 = k\frac{q_2}{d_2^2} = 9.10^9\frac{2\cdot10^{-8}}{1^2} = 180\ \frac{N}{C}$$

Para hallar el vector campo resultante, hemos de descomponer los vectores campo según los ejes de coordenadas

Para hallar las componentes según los ejes del vector campo E_1, hemos de calcular primero el ángulo que forma este vector con el eje horizontal :

$$tg\ \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{catetето contiguo}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = arctg\frac{1}{2} = 26^0 33'54''$$

Y ahora :

$$E_{1x} = E_1\cdot\cos\alpha = 18\cdot\cos 26^0 33'54'' = 16,1\ \frac{N}{C};\ E_{1y} = E_1\cdot sen\alpha = 18\cdot sen 26^0 33'54'' = 8,05\ \frac{N}{C}$$

luego : $\overrightarrow{E_1} = E_{1x}\vec{i} + E_{1y}\vec{j} = 16,1\vec{i} + 8,05\vec{j}$ ó $\overrightarrow{E_1}(16,1,8,05)$

Como E_2 sólo tiene componente vertical :$\overrightarrow{E_2} = -180\vec{j}$ ó $\overrightarrow{E_2}(0,-180)$

Ya podemos hallar las componentes del vector campo eléctrico en (2,1) :

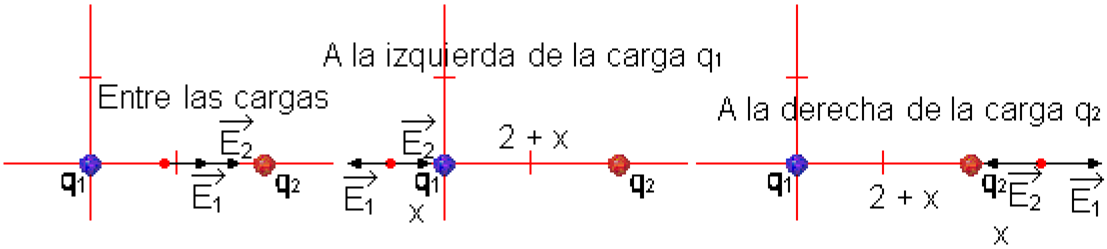
$$\left.\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} = 16,1 + 0 = 16,1 \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} = 8,05 - 180 = -171,95 \end{cases}\right\} \Rightarrow \vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} = 16,1\vec{i} - 171,95\vec{j}\ \text{ó}\ \vec{E}(16'1,-171'95)$$

cuyo módulo dirección y sentido son :

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{16,1^2 + (-171,95)^2} = 172,7\ \frac{N}{C}\ \text{y}\ \gamma = \text{arctg}\frac{E_y}{E_x} = arctg\frac{16,1}{-171,95} = 354^0 39'3''$$

hacia la derecha y hacia abajo, como se aprecia en el dibujo.

b) Dibujamos las tres situaciones posibles de colocación del punto y los vectores de intensidad de campo eléctrico :



Observamos que van en sentido contrario (pueden anularse cuando $E_1=E_2$) si :

◉ **El punto se sitúa a la izquierda de la carga q_1 (positiva)**

x = distancia de la carga q_1 a la posición del punto.
2 +x = distancia de la carga q_2 a la posición del punto.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{q_1}{d_1^2} = k\frac{q_2}{d_2^2} \Leftrightarrow \frac{10}{x^2} = \frac{20}{(2+x)^2} \Leftrightarrow (2+x)^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} x = 2+2\sqrt{2} \\ x = 2-2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Nos vale la solución positiva es decir x = 4,83 m, luego nos hemos de situar en el punto P (- 4'83, 0).

⦿ El punto se sitúa a la derecha de la carga q_2 (negativa)

x = distancia de la carga q_2 a la posición del punto.
2 +x = distancia de la carga q_1 a la posición del punto.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{q_1}{d_1^2} = k\frac{q_2}{d_2^2} \Leftrightarrow \frac{10}{(x+2)^2} = \frac{20}{x^2} \Leftrightarrow 2(2+x)^2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} x = -4+2\sqrt{2} \\ x = -4-2\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Ambos valores son negativos, luego no existe solución en este caso ya que las distancias no pueden ser negativas.

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

16 En las transformaciones que se indican, calcula el trabajo que realizan las fuerzas del sistema, indicando, a la luz del resultado, qué transformaciones son espontáneas y cuáles exigen un trabajo exterior:

a) Una carga de 3 C pasa de un punto en que el potencial es 2 V a otro que se en cuentra a 10 V.

b) La misma carga pasa de 10 V a 2 V.

c) Una carga de -3 C pasa de 2 V a 10 V.

d) La misma carga pasa de 10 V a 2 V.

◈◈◈▣▣⦿▣▣◈◈◈

El trabajo viene dado por W = - q · ΔV = q · (V_1 - V_2).

a) q = 3 C, V_1 = 2V, V_2 = 10 V.

W = q · (V_1- V_2) = 3 C ·(2 - 10) V = - 24 J , como el trabajo es negativo hay que suministrar al sistema 24 J para que la carga pase de 2V a 10 V de d.d.p.

b) q = 3 C, V_1 = 10V, V_2 = 2 V.

W = q · (V_1- V_2) = 3 C ·(10 - 2) V = 24 J , como el trabajo es positivo es el sistema el que suministra 24 J para que la carga pase de 10V a 2V de d.d.p.

c) q = - 3 C, V_1 = 2V, V_2 = 10 V.

W = q · (V_1- V_2) = - 3 C ·(2 - 10) V = 24 J , como el trabajo es positivo es el sistema el que suministra 24 J para que la carga pase de 10V a 2V de d.d.p

d) q = - 3 C, V_1 = 10V, V_2 = 2 V

W = q · (V_1- V_2) = - 3 C ·(10 - 2) V = - 24 J , como el trabajo es negativo hay que suministrar al sistema 24 J para que la carga pase de 2V a 10 V de d.d.p.

* * * ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ * * *

17 Disponemos de dos cargas, de 4 y -2 µC, situadas, respectivamente, en los puntos (2,0) y (4,0). El medio es el vacío. Calcula la intensidad del campo resultante en el punto (6,0) en módulo, dirección y sentido. Si en dicho punto situamos una carga de 3 µC, ¿ cuál será la fuerza que actuará sobre ella, en módulo, dirección y sentido ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

q_1 = 4 C, q_2 = -2 C
d_1 = distancia de la carga q_1 al punto (6,0) = 4 m.
d_2 = distancia de la carga q_2 al punto (6,0) = 2 m

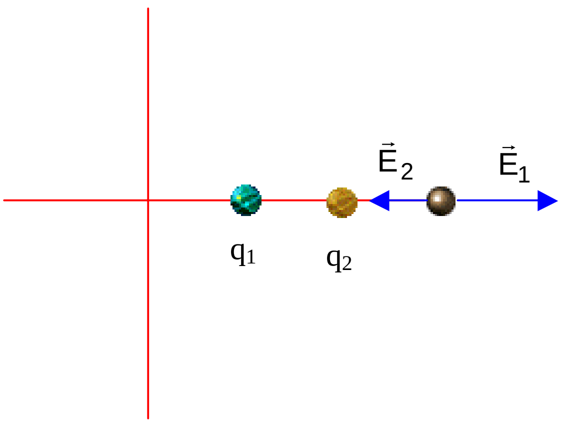
Hallamos los módulos de los vectores de campo debidos a las cargas en el punto (6,0) :

$$E_1 = k\frac{q_1}{d_1^2} = 9\cdot 10^9 \frac{4\cdot 10^{-6}}{4^2} = 2250\ \frac{N}{C}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{d_2^2} = 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-6}}{2^2} = 4500\ \frac{N}{C}$$

Dirección : ambos están en el eje horizontal
Sentido : como la carga q_1 es positiva su vector campo está dirigido hacia fuera de ella, es decir, en sentido positivo o hacia la derecha del eje horizontal, al contrario que el campo producido por la carga q_2 (ver figura anterior).

$\overrightarrow{E_1} = 2250\,\vec{i}$ N/C y $\overrightarrow{E_2} = -4500\,\vec{i}$ N/C



Luego el campo resultante es :

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 2250\,\vec{i} - 4500\,\vec{i} = -2250\,\vec{i} \text{ ó } \vec{E}(-2250, 0)$$

Su módulo es de 2250 N/C, dirección horizontal sentido negativo (izquierda).

Si situamos en el punto (6,0) una carga q = 3 μC, la fuerza que las otras dos ejercen sobre ella es :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Leftrightarrow \vec{F} = q \cdot \vec{E} = 3 \cdot 10^{-6} C \cdot (-2250\,\vec{i}\ \text{N/C}) = -\,6{,}75 \cdot 10^{-3}\ \vec{i}\ \text{N}$$

Es decir una fuerza horizontal hacia la izquierda de módulo 0,00675 N.

18 Una carga $q_1 = 10^{-9}$ C está situada en el origen de las coordenadas, y en el punto x = 1 m se encuentra otra carga, $q_2 = -3\,q_1$.

a) Da una expresión para el potencial eléctrico, V, en un punto x, comprendido entre las dos cargas, y dibuja una gráfica de V como función de x para los siguientes valores de x: 20, 30 y 40 cm.
b) Dentro de este mismo intervalo de valores, 1 > x > 0, halla el punto en el que el potencial eléctrico es nulo. Compara el resultado con el que obtienes en la gráfica anterior.

P.A.U. Cantabria, junio, 1995.

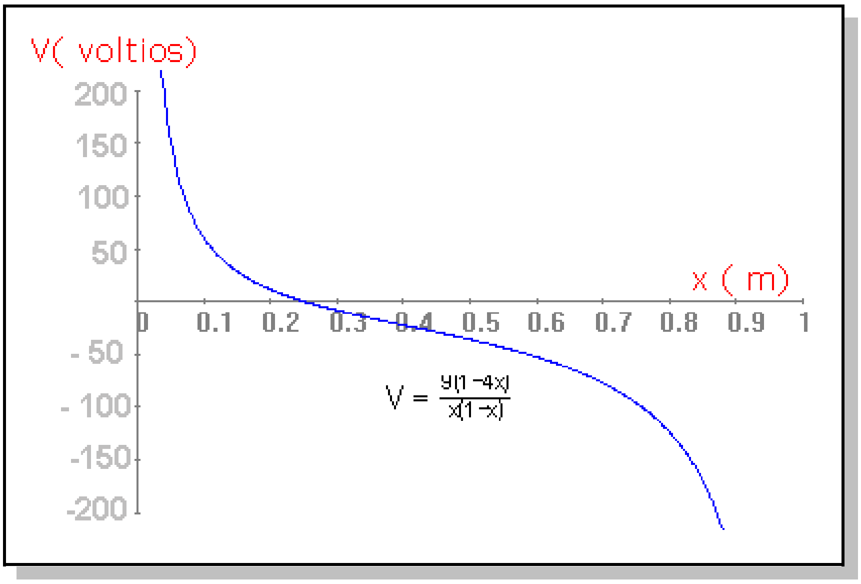
a) $q_1 = 10^{-9}$ C, $q_2 = -3\,q_1$

d_1 = distancia de q_1 al punto intermedio = x.
d_2 = distancia de q_2 al punto intermedio = 1 - x.

$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{d_1} + k\frac{q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9\left(\frac{10^{-9}}{x} - \frac{3 \cdot 10^{-9}}{1-x}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}\left(\frac{1}{x} - \frac{3}{1-x}\right) = 9\frac{1-x-3x}{x(1-x)} = 9\frac{1-4x}{x(1-x)}$$

x (m)	V(Voltios)
0,2	11,25
0,3	-8,57
0,4	22,5

La representación gráfica es :



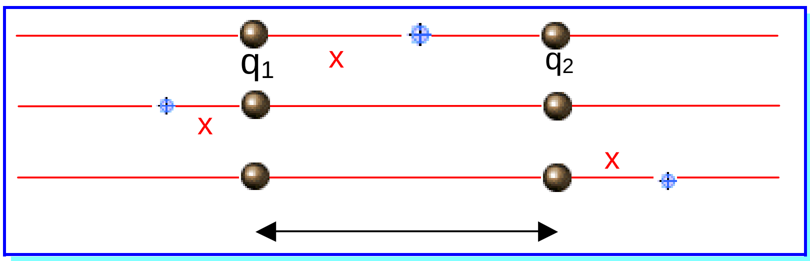
b) Si nos fijamos en la gráfica el potencial se anula para x = 0,25 m = 25 cm, veamos qué valor obtenemos analíticamente :

$$V = \frac{9(1-4x)}{x(1-x)} = 0 \Leftrightarrow 1-4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} = 0,25m = 25 \text{ cm}$$

19 Dos cargas, de -7 y +7 μC, respectivamente, se encuentran separadas una distancia de 80 cm.

a) ¿ Existe algún punto de la recta definida por las dos cargas para el cual el potencial sea cero ? Si es así, determina su posición y calcula el valor de la intensidad de campo en ese punto.
b) ¿ Existe algún punto de dicha recta en el que la intensidad de campo sea nula ? Explícalo.

P.A.U. Granada, junio, 1995.



a) q_1 = -7 μC, q_2 = 7 μC

En la figura se representan las tres situaciones posibles :

El punto esta entre las cargas a una distancia x de q_1

$$V = V_1 + V_2 = k\left(\frac{q_1}{x} + \frac{q_2}{(0{,}8-x)}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{-7\cdot10^{-6}}{x} + \frac{7\cdot10^{-6}}{0{,}8-x} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{0{,}8-x} \Leftrightarrow 0{,}8 - x = x \Leftrightarrow x = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4m$$

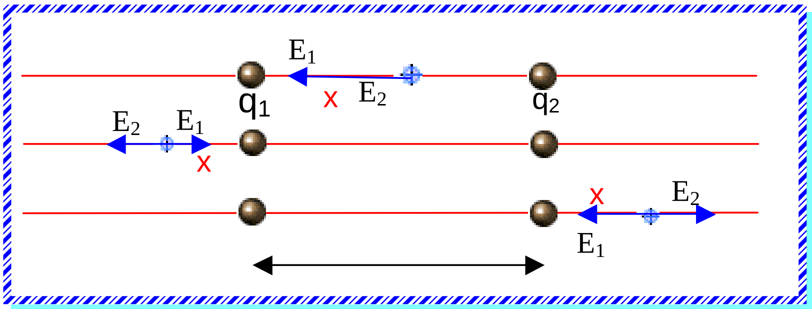
justo en el punto medio de separación entre las cargas, se anularía el potencial.

▣ El punto esta a una distancia x de q_1 a su izquierda

Como hemos visto en el caso anterior se ha de cumplir que $V_1 = V_2$ para que el potencial sea nulo y, como las cargas son opuestas($-q_1 = q_2$) ha de cumplirse que $d_1 = d_2$ lo cual no es posible en este caso ya que $d_2 = 0{,}8 + d_1$

▣ El punto esta a una distancia x de q_2 a su derecha.

Como hemos visto en el caso anterior se ha de cumplir que $V_1 = V_2$ para que el potencial sea nulo y, como las cargas son opuestas ha de cumplirse que $d_1 = d_2$ lo cual no es posible en este caso ya que $d_1 = 0{,}8 + d_2$.



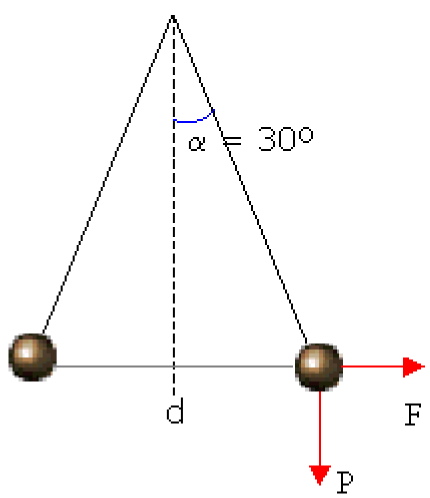
Vemos en la figura que en el primer caso (punto entre las cargas) no es posible que el campo resultante sea nulo ya que al ser cargas de signos opuestos los dos vectores de campo van en la misma dirección y sentido sumándose siempre. En los otros dos casos el campo resultante se podría anular si los vectores fueran iguale en módulo pero al tener las cargas el mismo módulo y ser las distancias distintas tampoco se puede anular el campo resultante. Resumiendo, el campo resultante de ambas cargas no puede anularse en ningún punto de la recta que las une.

* * * ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ * * *

20 Dos esferas muy pequeñas, de 50 g de masa cada una, cargadas con idéntica carga, se encuentran en los extremos de dos hilos inextensibles y sin masa de 1 m de longitud, suspendidos del mismo punto. Si el ángulo que forma cada hilo con la vertical en la posición de equilibrio es de 30°, calcula:

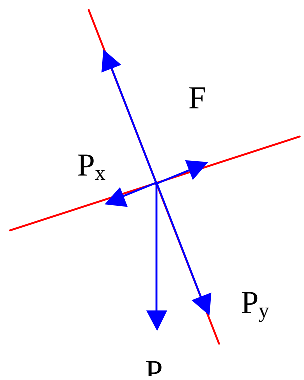
a) La carga de cada esfera.
b) La tensión de los hilos en la posición de equilibrio.
c) Si en un instante desaparece una de las cargas, calcula la energía cinética y la tensión de la cuerda cuando la otra pasa por la vertical.

P.A.U. Córdoba, junio, 1995. Datos: K = 9 10`' N m2 C-2; g=l0m s2.



En la figura adjunta se representan las fuerzas que actúan sobre cada esfera del sistema (además de la tensión que soporta la cuerda), el peso de cada esfera (P) hacia el centro de la Tierra y la fuerza eléctrica repulsiva según la ley de Coulomb.

Si tomamos dos ejes colocados en el centro de la esfera de manera que el vertical coincida con el hilo que las mantiene sujetas y el horizontal perpendicular a el vertical y descomponemos las fuerzas según esos ejes tenemos la situación de la siguiente figura .



Hemos descompuesto el peso en dos componentes según los ejes :

$$P_x = P \cdot \text{sen } 30^o = m \cdot g \cdot \text{sen}30^o$$

$$P_y = P \cdot \cos 30^o = m \cdot g \cdot \cos 30^o$$

Como el sistema esta en equilibrio, la suma de fuerzas según los ejes ha de ser nula, es decir han de ser iguales :

$$P_y = T$$
$$P_x = F$$

a) Si en la segunda sustituimos cada fuerza por su expresión matemáticas tenemos :

$$P_x = F \Leftrightarrow m \cdot g \cdot sen30^0 = k\frac{q^2}{d^2}$$

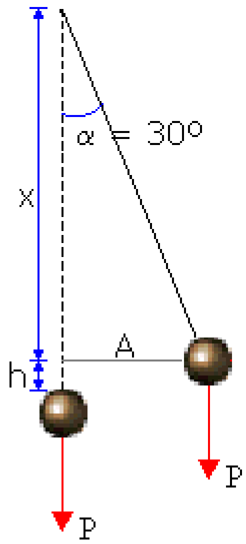
En donde hemos tenido en cuenta que al ser las dos cargas iguales $q_1 = q_2 = q$ su producto es q^2. Además, como d = 2·lsen30º = 2·1·(1/2) = 1 m, sustituyendo y despejando la carga :

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot sen30^0 \cdot d^2}{K}} = \sqrt{\frac{0{,}05 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 1}{9 \cdot 10^9}} = 5{,}27 \cdot 10^{-6} C$$

b) Como hemos dicho si aplicamos la condición de equilibrio al eje vertical tenemos $T = P_y = m \cdot g \cdot \cos 30^o = 0{,}05 \cdot 10 \cdot \cos 30^o = 0{,}43$ N.

c) Al retirar una de las cargas, la esfera que queda se comporta como un péndulo simple, que al pasar por el centro llevará la máxima velocidad y la tensión que soportará la cuerda igual al peso de la esfera.

▣ Energía cinética



Tenemos dos posibilidades :

❶ **Utilizando las ecuaciones del movimiento armónico simple y el período del péndulo** :

$Ec = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$ y $v_{máx} = A \cdot w$, en donde :

A = amplitud = l · sen 30º = 0,5 m

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{g}\ rad/s$

que sustituidas dan

$$Ec = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot w^2 = \frac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot g = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}5^2 \cdot 10}{2} = 0{,}0625\ \mathrm{J}$$

❷ **Utilizando el principio de conservación de la energía mecánica** :

Energía cinética en el punto más bajo = Energía potencial en punto más alto.

Ec = m · g ·h = m· g· (l-x) = m·g·(l - lcos30º) = m ·g · l (1 - cos30º) =
= 0,05 · 10 · 1·(1 - cos30º) = 0,067 J

Las diferencia reside en la aproximación que hacemos al calcular el período del péndulo sustituyendo (para ángulos pequeños) la tangente por su ángulo, luego es preferible(por su exactitud) la segunda forma.

▣ El cálculo de la tensión de la cuerda es fácil :

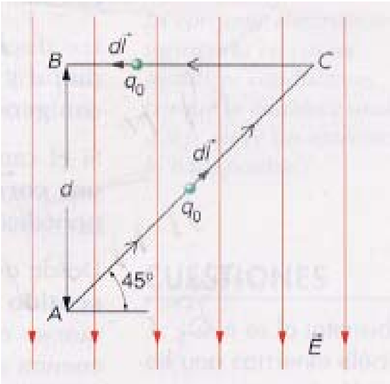
T = P = m · g = 0,05 kg · 10 m/s^2 = 0,5 N.

❋❋❋❁❁❂❁❁❋❋❋

21 Una carga q_0 se mueve sin aceleración desde A hasta B, a lo largo de la trayectoria que se indico en la figura:

Calcula la diferencia de potencial que existe entre A y B.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



$V_B - V_A = (V_B - V_C) + (V_C - V_A)$

$V_B - V_C = 0$, ya que el ángulo que forman el vector campo uniforme E y el vector desplazamiento es de 90º (son perpendiculares)

$V_C - V_A = E \cdot AC \cdot \cos 45^0 = E \cdot d$, ya que al ser el ángulo de 45º, AC·cos45º = AC·sen45º = AB = d.

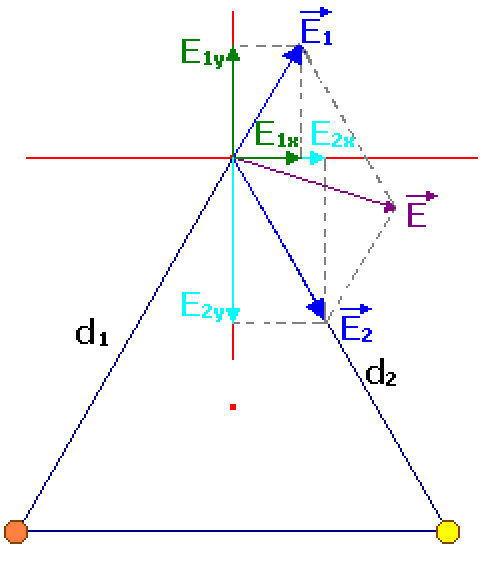
✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 2 Dos cargas, $q_1 = 2\ 10^{-9}$ C y $q_2 = -\ 4\ 10^{-9}$ C, están situadas en dos de los vértices de un triángulo equilátero de $2\ 10^{-2}$ m de lado.

a) Calcula el valor del campo eléctrico en el otro vértice.
b) ¿ Qué trabajo habría que realizar para traer una carga de $5\ 10^{-9}$ C desde el infinito al tercer vértice del triángulo ?

P.A.U. Andalucía, junio, 1997.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



a) Los módulos de los vectores campo vienen dados por :

$$E_1 = k\frac{q_1}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 45\ 000 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 90\ 000 \text{ N/C}$$

luego :

$$\begin{Bmatrix} E_{1x} = & E_1 \cdot \cos 60^0 = 45000 \cdot 0,5 = 22500 N/C \\ E_{1y} = & E_1 \cdot sen 60^0 = 45000 \cdot 0,87 = 38971 N/C \end{Bmatrix}$$

y

$$\begin{Bmatrix} E_{2x} = & E_2 \cdot \cos 60^0 = 90000 \cdot 0,5 = 45000 N/C \\ E_{2y} = & E_2 \cdot sen 60^0 = 90000 \cdot 0,87 = 77942 N/C \end{Bmatrix}$$

y, por tanto :

$E_x = E_{1x} + E_{2x} = 22500 + 45000 = 67\ 500$ N/C y $E_y = E_{1y} - E_{2y} = 38971 - 77942 =$ -38971 N/C

$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} = 67\,500\ \vec{i} - 38\,971\ \vec{j}$ N/C y E = $\sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{67500^2 + 38971^2} =$

b) Como $W_{\infty \to r} = q \cdot [V(\infty) - V(r)] = -q \cdot V(r)$ ya que V(∞) = 0, hemos de calcular el potencial en el tercer vértice :

$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{d_1} + k\frac{q_2}{d_2} = \frac{k}{l}(q_1 + q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^{-2}}(2 \cdot 10^{-9} - 4 \cdot 10^{-9}) = -900 \text{ V.}$$

luego, el trabajo pedido es :

W - q · V = - 5·10^{-9} · (- 900) = 4,5 · 10^{-6} J

❋ ❋ ❋ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❋ ❋ ❋