1 1 ¿En el ejercicio anterior, la velocidad máxima con que puede tomar la curva el vehículo aumenta o disminuye al aumentar el radio de curvatura?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Según la fórmula :

$$v = \sqrt{r \cdot g \cdot tg\theta}$$

al aumentar el radio de curvatura, r, aumenta la velocidad proporcionalmente a su raíz cuadrada.

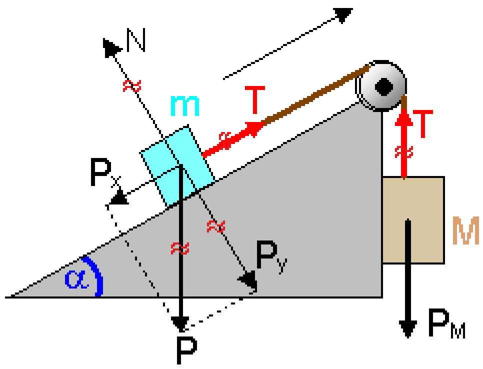
✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

1 2 Calcula la aceleración con que se mueve el conjunto de la figuro cuando el sistema se mueve, suponiendo:

a) Que no existe rozamiento.
b) Que tan sólo existe rozamiento sobre el plano inclinado.
c) Que existe rozamiento en la pendiente y en la cara vertical del plano inclinado.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) Si ni existe rozamiento el esquema de fuerzas, supuesto el movimiento según indica la flecha, es el de la figura adjunta:



● Los pesos de ambas masa P_M y P, este último lo descomponemos en dos fuerzas perpendiculares entre sí, una en dirección paralela al plano P_x y otra perpendicular P_y que es neutralizada por la reacción normal del plano, N.

● Las tensiones de la cuerda que, al considerarla inextensible y sin masa (como la polea) también son iguales en módulo y opuestas en sentido y se contrarrestan.

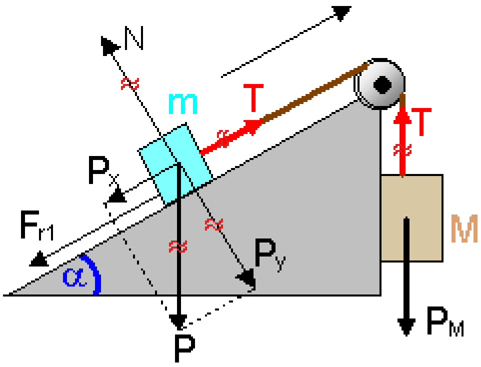
Luego las únicas fuerza que nos quedan son P_M = M·g y P_x = P ·sen α = m·g·senα. Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica :

$$\Sigma F = m_s \cdot a \Rightarrow P_M - P_x = (M+m)\cdot a \Leftrightarrow M\cdot g - m\cdot g\cdot sen\alpha = (M+m)\cdot a$$

y, despejando la aceleración, a de la ecuación anterior :

$$a = \frac{g(M - m\cdot sen\alpha)}{M+m} \text{ m/s}^2$$

b) Si sólo existe la fuerza de rozamiento sobre el plano inclinado, cuerpo de masa m, el esquema de fuerzas se modifica al añadir una fuerza F_{r1} contraria al movimiento :



La aplicación de la ecuación fundamental de la dinámica nos proporciona la expresión :

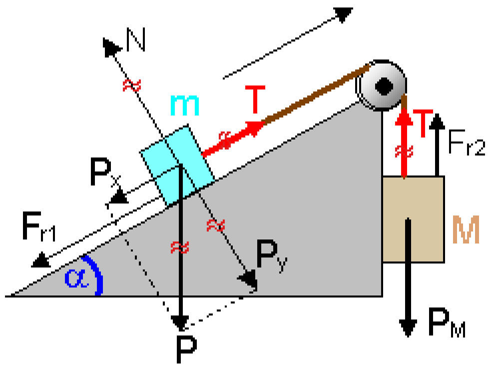
$$\sum F = m_s . a \Leftrightarrow P_M - P_x - F_{r1} = m_s \cdot a$$

Como por definición $F_{r1} = \mu \cdot N$ y además $N = P_y = P \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$, $P_x = P \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$, $P_M = M \cdot g$ y m_s = masa del sistema = m +M si sustituimos y despejamos la aceleración tenemos la expresión:

$$M \cdot g - m \cdot g \cdot \text{sen}\alpha - \mu \cdot m \cdot g . \cos \alpha = (m + M) \cdot a$$

$$a = \frac{M \cdot g - m \cdot g \cdot \text{sen}\alpha - \mu \cdot m \cdot g . \cos \alpha}{m + M} \ \text{m/s}^2$$

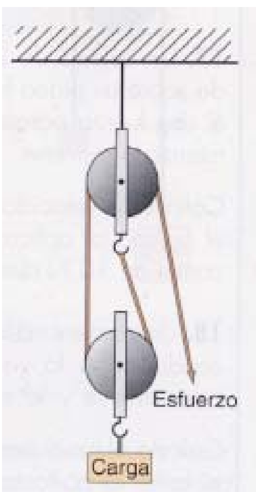
c) Ahora, al existir rozamiento en ambas superficies de contacto aparece otra fuerza contraria al movimiento la fuerza de rozamiento del cuerpo de masa M con el plano F_{r2}, y el diagrama de fuerzas queda :



Esta nueva fuerza es $F_{r2} = \mu\ N_1$, es decir el producto del coeficiente de rozamiento por la reacción normal del plano sobre el cuerpo de Masa M, como esta reacción es nula ya que no hay fuerza sobre el plano en este sentido y no se puede reaccionar si no existe acción, el sistema de fuerzas queda como en el caso anterior y, por tanto la aceleración con que se mueve el sistema es la misma que en la opción anterior.

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

13 Una carga de 100 N está siendo elevada con una polea móvil como la de la figura. Cada polea pesa 10 N. Si suponemos que no existe rozamiento, la fuerza que debemos hacer para elevar la carga es:



a) 50 N.
b) 55 N.
c) 60 N.
d) 70 N.

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

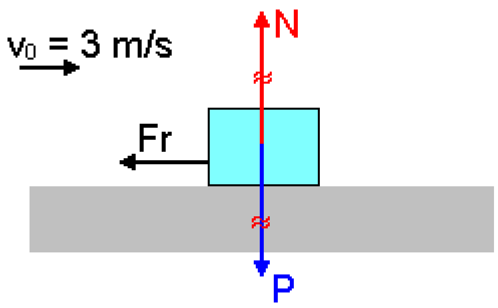
Como la fuerza que hay que realizar para subir un cuerpo con una polea móvil es la mitad de la fuerza a levantar , tendremos que realizar una fuerza de 100/2 = 50 N, es decir, la opción correcta es la a) .

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

PROBLEMAS

14 Un cuerpo lanzado con una velocidad de 3 m/s por una superficie horizontal tarda 6 s en detener su movimiento. Calcula todas las fuerzas que actúan sobre él y dibújalas en un esquema. ¿Qué distancia recorre antes de detenerse?

Si el cuerpo se detiene es porque actúa la fuerza de rozamiento con el plano en sentido contrario al movimiento, teniendo en cuenta esto, el esquema de fuerzas que actúan, durante el movimiento es:



Las fuerzas que intervienen, son pues :

El peso, dirigido hacia el centro de la Tierra y perpendicular, por tanto, a la superficie del suelo, e igual al producto de la masa por la aceleración de la gravedad :

P = m ·g

La reacción Normal de la superficie de apoyo igual a la fuerza acción, que en este caso es el peso y que la neutraliza :

N = - P = - m·g

La fuerza de rozamiento con la superficie sobre la que se mueve, siempre contraria al movimiento e igual al producto del coeficiente de rozamiento (μ) por la normal :

Fr = μ · N = - μ · m·g

Como es un movimiento uniformemente retardado, hallamos primero la aceleración del movimiento y después el espacio recorrido aplicando las fórmulas de este tipo de movimientos :

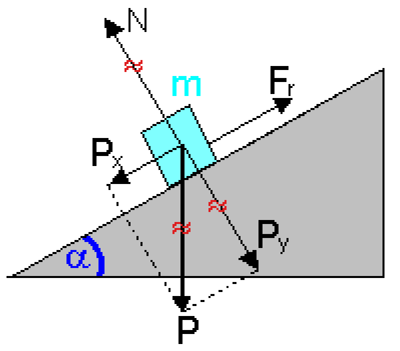
$$v = v_0 + at \Leftrightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0-3}{6} = -0{,}5 \text{ m/s}^2$$

en donde el signo negativo indica que el movimiento es decelerado, la velocidad disminuye uniformemente.

$$e = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 3 \cdot 6 - \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 6^2 = 18 - 9 = 9 \text{ m}$$

15 ¿Con qué aceleración se mueve un objeto dejado en reposo sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 10° con la horizontal si el coeficiente de rozamiento entre el plano y el objeto es 0,5?

Dibujemos el diagrama de fuerzas:



Las únicas fuerzas que actúan son el peso y la fuerza de rozamiento, el peso la descomponemos en sus componentes paralela y perpendicular al plano y es ta última se neutraliza con reacción normal del plano.

Primero hemos de comprobar si el sistema se mueve, es decir si la fuerza hacia abajo Px es mayor que la que se opone Fr, en caso contrario la aceleración será nula, pues el cuerpo no se moverá :

$$Px = P \cdot \text{sen}\,\alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha = m \cdot 9{,}8 \cdot \text{sen}10^o = 1{,}7m\ N$$

$$Fr = \mu \cdot N = \mu \cdot P = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = 0{,}5 \cdot m \cdot 9{,}8 \cdot \cos10^o = 4{,}\ 83\ m\ N$$

Como 4,83m > 1,7m , Fr > Px y no hay movimiento, luego **$a = 0\ m/s^2$**

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

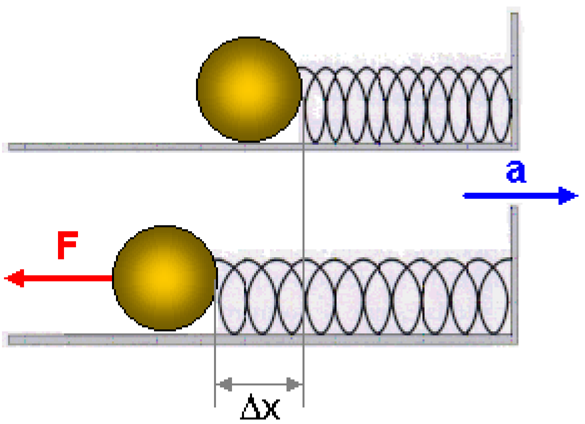
16 Dentro del maletero de un coche hemos colocado un resorte en posición horizontal y lo hemos fijado por uno de sus extremos al fondo del maletero. La constante elástica del resorte es de 200 N/ m y en el otro extremo lleva soldada una esfera metálica de 50 g:

a) Si no existen rozamientos, calcula la deformación del resorte si el vehículo pasa de 0 a 1 20 km /h en 12 s. ¿Por qué se produce esa deformación?

b) ¿Cuánto vale la deformación que se produce si el coeficiente de rozamiento entre la bola y el suelo del maletero es 0,2 ?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) La variación de velocidad hacia delante produce una aceleración sobre el vehículo y por tanto sobre la bola, esta responde con una fuerza de inercia contraria al movimiento F que es la que hace que el muelle se estire, este alargamiento es, según la ley de Hooke, proporcional (constante de proporcionalidad la constante elástica del resorte k = 200 N/m) a la fuerza aplicada y para hallar la fuerza aplicada tenemos que conocer la aceleración del movimiento, lo que hacemos aplicando las fórmulas de la cinemática de un movimiento uniformemente acelerado :



$v_0 = 0\ m/s$

$$v = 120\ \frac{km}{hr} = 120\ \frac{km}{hr} \cdot \frac{1000\ m}{1km} \cdot \frac{1hr}{3600\ s} = 33{,}\hat{3}\ m/s$$

$t = 12\ s$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{33{,}\hat{3}}{12} = 2{,}\hat{7}\ m/s^2$$

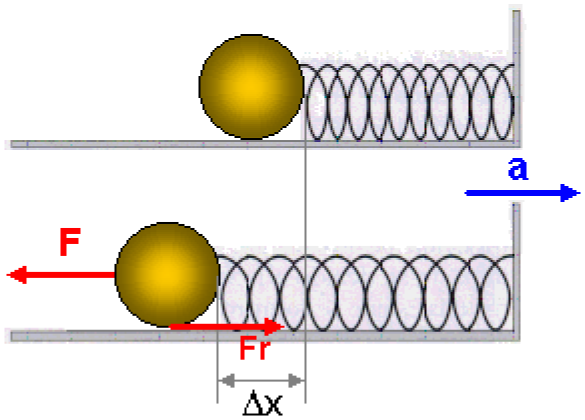
$m = 50\ gr = 0{,}05\ kg$

Por tanto : $F = m \cdot a = 0{,}05 \cdot 2{,}7... = -\ 0{,}14\ N$, el signo indica que es de inercia.

y, aplicando la ley de Hooke :

$$F = -k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-F}{k} = \frac{0{,}14 \text{ N}}{200 \text{ N/m}} = 0{,}0007 \text{ m} = 0{,}07 \text{ cm} = 0{,}7 \text{ mm}$$

b) Al existir rozamiento la fuerza neta (f) es menor e igual a la diferencia entre F y Fr, hallemos primero la fuerza de rozamiento :



Fr = μ·N = μ · m· g = 0,2 · 0,05 · 9,8 = 0,098 N

Luego :

f = F - Fr = - 0,14 + 0,098 = - 0,042 N

Y ahora el alargamiento :

$$f = -k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{-f}{k} = \frac{-0{,}042 \text{ N}}{200 \text{ N/m}} \simeq 0{,}2 \text{ mm}$$

Evidentemente menor que en el apartado anterior ya que la fuerza de rozamiento disminuye l aceleración de la bola hacia atrás y por tanto disminuye la fuerza resultante o neta.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

17 Un cuerpo de 2 kg de masa está colocado sobre un plano horizontal. Aplicamos sobre él una fuerza paralela al plano de 4 N, y comienza a moverse. Calcula la velocidad final con que se moverá el cuerpo al aplicar sobre él una fuerza horizontal de 10 N durante 5 s.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Si el cuerpo comienza a moverse cuando se aplica una fuerza de 4 N es porque hasta ese momento no se vence el coeficiente de rozamiento estático, luego existe fuerza de rozamiento, si tomamos esta fuerza de rozamiento estático como semejante a la dinámica, al aplicar una fuerza F = 10N, la fuerza resultante o neta será :

Fn = F - Fr = 10 - 4 = 6 N, que comunicará al cuerpo una aceleración :

$$Fn = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{Fn}{m} = \frac{6 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 3 \text{ m/s}^2$$

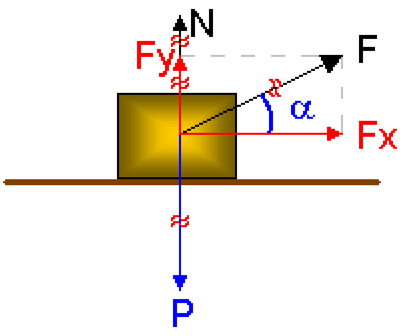
Como la velocidad inicial v_0 = 0 m/s, al cabo de t = 5 s, la velocidad será :

$v = v_0 + at = 3 \cdot 5 = 15$ m/s.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

18 Un coche circula a 90 km/ h, cuando el conductor, a la vista de un obstáculo, frena bruscamente y se detiene tras recorrer 50 m. Calcula el coeficiente de rozamiento que existe entre el portamaletas y una caja de 5 kg guardada en su interior, si la caja está a punto de deslizarse mientras frena, pero no lo hace.

La caja se ve sometida a una fuerza de inercia hacia delante igual a la fuerza de frenado, como está a punto de deslizarse esta fuerza será también semejante a la fuerza de rozamiento dinámico y como la normal es igual al peso (superficie horizontal) podemos hallar el coeficiente de rozamiento, mediante los pasos :



❍ Cálculo de la deceleración del movimiento mediante las fórmulas de la cinemática :

$$v_0 = 90\ \frac{km}{hr} = 90\ \frac{km}{hr} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\text{hr}}{3600\ \text{s}} = 25\ \text{m/s}$$

v = 0 m/s

e = 50 m

$$v^2 = v_0^2 + 2as \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0 - 25^2}{2 \cdot 50} = \frac{2500}{100} = 25\ \text{m/s}^2$$

❍ Cálculo de la fuerza de inercia y la de rozamiento :

$$F = Fr = m \cdot a = 5\ \text{kg} \cdot 25\ \text{m/s}^2 = 125\ \text{N}$$

❍ Cálculo del coeficiente de rozamiento :

$$Fr = \mu \cdot N = \mu \cdot P = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{Fr}{mg} = \frac{125\ \text{N}}{5 \cdot 9{,}8\ \text{n}} = 2{,}55$$

19 Tiramos de un objeto con una cuerda. El objeto se desliza sobre una superficie horizontal, y la cuerda con la que tiramos forma un ángulo de 37° con dicha superficie.

a) Dibuja un esquema en el que figuren todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.
b) ¿Cuál es la fuerza efectiva que mueve el objeto? Supón que no existe rozamiento.
c) Si el objeto tiene una masa m, ¿con qué velocidad se moverá cuando haya recorrido una distancia s, si mantenemos constante la fuerza con que tiramos de él?
d) Resuelve de nuevo el problema considerando ahora que el rozamiento del objeto con el suelo es constante y vale μ.

a) La fuerza con la que tiramos F, que descomponemos en dos según las direcciones horizontal y vertical Fx y Fy. El peso P perpendicular al plano horizontal y la reacción normal que ejerce el plano N, cumpliéndose que Fy + N = P

b) Como según el eje vertical la resultante de las fuerzas es nula ya que no hay movimiento en esa dirección ha de cumplirse N + Fy = P y la fuerza F se ha descompuesto en sus dos componentes la fuerza neta sobre el objeto es :α

$$Fx = F \cdot \cos\alpha$$

c) Hemos de hallar primero la aceleración del movimiento aplicando la ecuación fundamental de la dinámica, Fuerza neta = m·a :

$$Fx = m \cdot a \Rightarrow F \cdot \cos 37^0 = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F \cdot \cos 37^0}{m}$$

Y, ahora la velocidad, mediante las fórmulas de la cinemática, sabiendo que v_0 = 0 m/s y el espacio recorrido es s :

$$v^2 = v_0^2 + 2as \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot s \cdot \cos 37^0}{m}} \text{ m/s}$$

d) Si se da rozamiento, hay que añadir otra fuerza Fr contraria al movimiento, según se muestra en el diagrama de fuerzas adjunto.

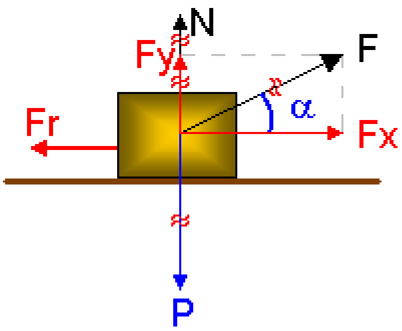
Ahora la fuerza neta en el sentido del movimiento es la diferencia Fx - Fr, que es igual al producto de la masa por la aceleración, según la ecuación fundamental de la dinámica :

Fx - Fr = m. a

Fr = μ· N y N = P - Fy, como Fy = F· sen α, sustituyendo tenemos :

Fr = μ· N = μ· (P - Fy) = μ· (m·g - F·sen α)

y, por tanto, sustituyendo en la ecuación fundamental :



$$Fx - Fr = m \cdot a \Leftrightarrow F \cdot \cos\alpha - \mu(m \cdot g - F \cdot sen\alpha) = m \cdot a$$

si despejamos la aceleración :

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu(mg - Fsen\alpha)}{m}$$

y, por último, la velocidad :

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot \frac{F\cos\alpha - \mu(mg - Fsen\alpha)}{m} \cdot s}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

20 Un coche que remolca una caravana asciende por una pendiente plana que forma un ángulo de 10° con la horizontal, acelerando a 0,5 m /s^2. Calcula la fuerza que hace el motor y la tensión que soporta el enganche, teniendo en cuenta los siguientes datos:

m_{coche} = 1 t μ_1 = 0,05 $m_{caeavana}$ = 0,75 t μ_2 = 0,04

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Si dibujamos el diagrama de fuerzas :

F = fuerza que ha de hacer el motor para subir el conjunto con una aceleración $a = 0{,}5\ m/s^2$

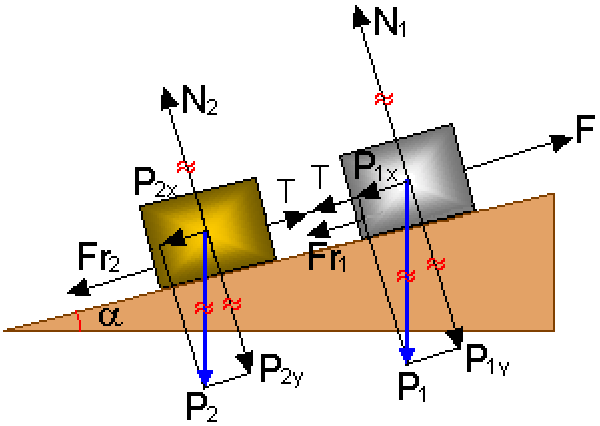
P_1 = Peso del coche que descomponemos en su componente paralela al plano $P_{1x} = P_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha$ y perpendicular al mismo $P_{1y} = P_1 \cdot \cos \alpha$.

P_2 = peso del remolque que también descomponemos en $P_{2x} = P_2 \cdot \operatorname{sen} \alpha$ y $P_{2y} = P_2 \cdot \cos \alpha$.

N_1 = reacción normal del plano sobre el coche que es igual a P_{1y}.

N_2 = reacción normal del plano sobre el remolque que es igual a P_{2y}.

T = tensión que soporta el enganche.



Fr_1 = fuerza de rozamiento del coche sobre el plano = $\mu_1 \cdot N_1$.

Fr_2 = fuerza de rozamiento de la caravana sobre el plano $= \mu_2 \cdot N_2$.

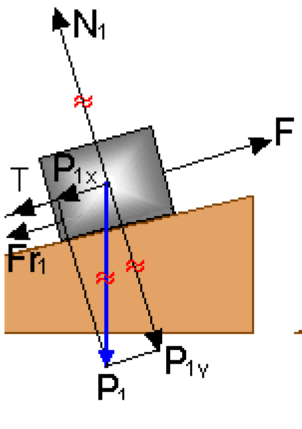
Como las fuerzas en sentido perpendicular se neutralizan, pues no hay movimiento, la resultante o fuerza neta en sentido paralelo ha de ser igual al producto de la masa del sistema por la aceleración con que se mueve el conjunto:

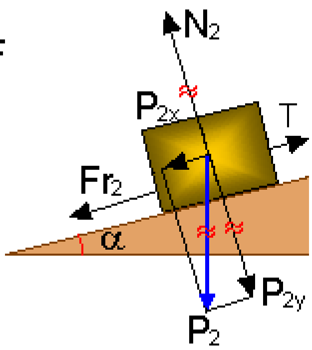
$$F - P_{1x} - Fr_1 - P_{2x} - Fr_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

De donde podemos despejar la fuerza que necesita ejercer el motor, F :

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a + P_{1x} + Fr_1 + P_{2x} + Fr_2$$
$$F = (m_1 + m_2) \cdot a + m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_1 \cdot N_1 + m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_2 \cdot N_2$$

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a + m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_1 \cdot P_{1y} + m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_2 \cdot P_{2y}$$





$$F = (m_1 + m_2) \cdot a + m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_1 \cdot m_1 \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha + m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

F = (1000 + 750)·0'5 + 1000 · 9, 8 · cos10º + 0,05 · 1000 · 9,8·sen10º+ 750·9,8·cos10º+ 0,04 · 750 · 9,8 · sen10º = **17 900,06 N** .

Para hallar la tensión del enganche podemos aplicar la ecuación fundamental a la locomotora o a la caravana :

- En el primer caso

$F - T - P_{1x} - Fr_1 = m_1 \cdot a$, luego despejando T

$T = F - P_{1x} - Fr_1 - m_1 \cdot a = F - m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha - \mu_1 \cdot m_1 \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - m_1 \cdot a = 18\,013{,}24 - 1\,000 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 10^o - 0{,}05 \cdot 1\,000 \cdot 9{,}8 \cdot \text{sen}10^o - 1\,000 \cdot 0{,}5 = 17\,900{,}06 - 9\,651{,}12 - 85{,}09 - 500 =$ **7 664,39 N.**

- En el segundo

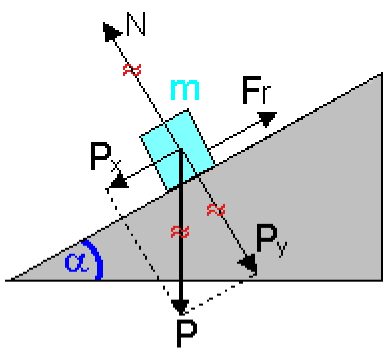
$T - P_{2x} - Fr_2 = m_2 \cdot a$, de donde despejando la tensión :

$T = m_2 \cdot a + P_{2x} + Fr_2 = m_2 \cdot a + m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot \text{sen } \alpha = 750 \cdot 0{,}5 + 750 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 10^o + 0{,}04 \cdot 750 \cdot 9{,}8 \cdot \text{sen}10^o = 375 + 7\,238{,}34 + 51{,}05 =$ **7 664,39 N**

Resultados que evidentemente han de ser iguales independientemente del cuerpo sobre el que se calculen

21 Un cuerpo de 5 kg, dejado libre sobre un plano inclinado 37°, se desliza con una aceleración igual a 0,2 m/s². Calcula la fuerza paralela al plano que debemos hacer para que se deslice con movimiento uniforme. Si esa fuerza la aplicamos horizontalmente, ¿será mayor o menor que en el caso anterior? ¿Cuánto valdrá en este caso?

¿ Existe fuerza de rozamiento ? ¿ Cómo podemos saberlo ? Cuando dejamos libre el cuerpo sobre el plano, sin rozamiento, la fuerza que lo hace bajar, según se ve en el diagrama adjunto es la componente paralela al plano del peso P_x, ya que P_y y la reacción normal del plano se equilibran, luego si se cumple que $P_x = m \cdot a$, no existe fuerza de rozamiento si, $P_x > m \cdot a$, es que sí hay rozamiento con el plano que hace que la fuerza neta disminuya.



$m \cdot a = 5 \text{ kg} \cdot 0{,}2 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N}$

$P_x = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot \cos 37^o = 39{,}13 \text{ N}$

Luego existe una fuerza de rozamiento de valor :

$$Fr = P_x - m \cdot a = 39{,}13 - 1 = 38{,}13 \text{ N}$$

para que se desplace sin aceleración hemos de hacer una fuerza F hacia arriba tal que se cumple la ecuación fundamental de la dinámica :

$P_x - F - Fr = 0$, es decir $\mathbf{F = P_x - Fr = 1 \text{ N}}$

22 Disparamos una bala de 20 g sobre un saco de arena, donde penetra 15 cm. La velocidad con que se mueve la bala es de 600 m/s, y suponemos que, hasta chocar con la arena, no existen pérdidas por rozamiento:

a) ¿Cuál es la fuerza que ejerce la bala sobre la arena, supuesta constante?
b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?
c) Si el saco de arena tiene una masa de 20 kg y cuelga libremente de una cuerda, calcula la velocidad con que se moverá el conjunto formado por la arena y la bala tras el impacto.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) Para calcular la fuerza, hemos de hallar la deceleración desde que choca con el saco hasta que se para mediante la tercera ecuación de la cinemática :

$v = 0\ m/s$
$v_0 = 600\ m/s$
$s = 15\ cm = 0,15\ m$

$$v^2 = v_0^2 + 2as \Leftrightarrow 0 = 600^2 + 2a \cdot 0,15 \Leftrightarrow a = -\frac{360000}{0,3} = -1200000 m/s^2$$

Luego la fuerza que se oponen a la penetración es :

$$\mathbf{F = m \cdot a = 0'02\ kg \cdot (-1\,200\,000)\ m/s^2 = -24\,000\ N}$$

En donde el signo negativo indica que se opone al movimiento de penetración.

b) Conocida la aceleración, v = 0, :

$$v = v_0 + a\,t \Leftrightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 600}{-1200000} = 0'0004\ s$$

c) Aplicamos el teorema de conservación de la cantidad de movimiento, ya que no existen fuerzas externas y despreciamos el rozamiento :

Cantidad de movimiento antes del choque = cantidad de movimiento después.
$\vec{p}$ inicial de la bala + $\vec{p}$ inicial del saco = $\vec{p}$ final del conjunto bala y saco.

Sea :
v_{b1} = velocidad de la bala antes del choque = 600 m / s
v_{s1} = velocidad del saco antes del choque = 0 m / s (esta en reposo).
v = velocidad del conjunto después del choque.
m_b = masa de la bala = 20 gr = 0,02 kg.
m_s = masa del saco = 20 kg .

$$m_s \cdot v_{s1} + m_b \cdot v_{b1} = (m_s + m_b) \cdot v \quad v = \frac{m_b \cdot v_{b1}}{m_s + m_b} = \frac{0,02 \cdot 600}{0,02 + 20} \simeq 6\ m/s$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

23 En una partida de bolos, una bola, moviéndose a 4 m /s, golpea un bolo y reduce su velocidad a la mitad. Sabiendo que la masa de la bola es cuatro veces mayor que la del bolo, calcula la velocidad con que éste sale despedido.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

m_1 = masa de la bola = 4 m kg
m_2 = masa del bolo = m kg
v_{01} = velocidad de la bola antes del choque = 4 m/s.
v_{02} = velocidad del bolo antes del choque = 0 m/s.
v_1 = velocidad de la bola después del choque = 2 m/s.
v_2 = velocidad del bolo después del choque.

Como no actúan fuerzas externas, la cantidad de movimiento se conserva :

Cantidad de movimiento de la bola, antes del choque + cantidad de movimiento del bolo, antes del choque = cantidad de movimiento de la bola después del choque + cantidad de movimiento del bolo después, del choque.

$$m_1 \cdot v_{01} + m_2 \cdot v_{02} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

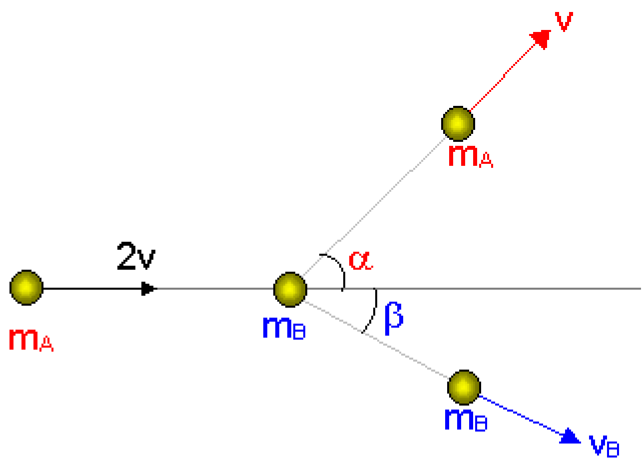
despejamos v_2 y sustituimos datos:

$$v_2 = \frac{m_1 \cdot (v_{01} - v_1)}{m_2} = \frac{4m \cdot (4-2)}{m} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ m/s}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

24 Una bola de billar golpea a otra que se encuentra en reposo, y tras el choque, se mueven ambas como se indica. Sabiendo que las dos bolas tienen la misma masa y que la primera reduce su velocidad a la mitad, calcula el ángulo que forma la dirección en que sale la segunda bola con la dirección en que se movía la primera.

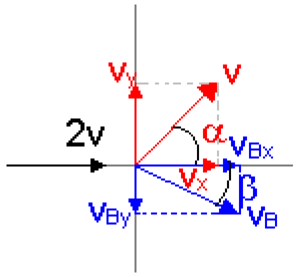
◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



Como no actúan fuerzas exteriores al sistema , se conserva la cantidad de movimiento y si descomponemos el vector cantidad de movimiento según los ejes, colocados en el punto de impacto, también podemos aplicar el teorema de conservación de la cantidad de movimiento según ambos ejes, véase la figura segunda en el que se representan los vectores y sus componentes:

❖ **Eje horizontal**

Cantidad de movimiento antes del choque = cantidad de movimiento después del choque



$$m \cdot 2v + m \cdot 0 = m \cdot v_x + m \cdot v_{Bx}$$

Como $v_x = v \cdot \cos \alpha$ y $v_{Bx} = v_B \cdot \cos\beta$, sustituyendo y simplificando la masa m tenemos :

$m \cdot 2v = m\,(v\cos \alpha + v_B \cdot \cos\beta) \Leftrightarrow 2v = v\cos 37^o + v_B \cdot \cos\beta$ (1)

❖ **Eje vertical**

$m \cdot 0 + m \cdot 0 = m \cdot v_y + m \cdot v_{By}$, ya que inicialmente no llevan velocidad según el eje vertical.

Si sustituimos $v_y = v \operatorname{sen} \alpha$ y $v_{By} = v_B \cdot \operatorname{sen}\beta$, nos queda :

$$m \cdot (v \operatorname{sen} \alpha + v_B \cdot \operatorname{sen}\beta) = 0 \Leftrightarrow v \operatorname{sen} 37^o + v_B \cdot \operatorname{sen}\beta = 0 \ (2)$$

Si despejamos v de la ecuación (2) y lo sustituimos en la (1) tenemos :

$$v = -\frac{v_B sen\beta}{sen37^0} \Rightarrow -2\frac{v_B sen\beta}{sen37^0} = -\frac{v_B sen\beta}{sen37^0}\cos 37^0 + v_B \cos\beta$$

Trasponiendo términos, extrayendo la v_B y $\operatorname{sen}\beta$ factor común y simplificando nos queda :

$$-2\frac{v_B sen\beta}{sen37^0} + \frac{v_B sen\beta}{sen37^0}\cos 37^0 = v_B \cos\beta \Leftrightarrow v_B \cdot sen\beta\left(\cot g37^0 - \frac{2}{sen37^0}\right) = v_B \cos\beta$$

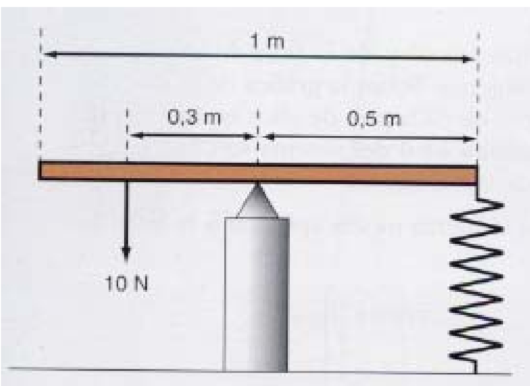
$$sen\beta\left(\cot g37^0 - \frac{2}{sen37^0}\right) = \cos\beta \Leftrightarrow \frac{\cos\beta}{sen\beta} = \cot g\beta = \cot g37^0 - \frac{2}{sen37^0}$$

De donde despejamos el ángulo β :

$$\cot g\beta = 1,327 - 3,3232 = -1,9963 \Leftrightarrow \beta = \operatorname{arccot} g(-1,9963) = -26^0 36' \, 27''$$

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

25 Un resorte se alarga 2 cm al tirar de él con una fuerza de 10 N. Si unimos el resorte a una tabla que puede pivotar y aplicamos una fuerza de 10 N, como se indica en la figura, el sistema permanece en equilibrio. En esas condiciones, el resorte se alarga:



a) 0,6 cm.
b) 1 ,2 cm.
c) 2,0 cm.
d) 6,0 cm.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Si al aplicar una fuerza F de 10 N el resorte se alarga x = 2cm = 0,02 m, podemos hallar la constante del resorte sin más que aplicar la ley de Hooke y despejar :

$$F = -kx \Leftrightarrow k = -\frac{F}{x} = \frac{10\text{N}}{0{,}02\text{m}} = 500 \text{ N/m}$$

Al unirlo a al tabla la fuerza que hace alargarse el resorte, F_1, la obtenemos aplicando las condiciones de equilibrio estático y más concretamente diciendo que los momento respecto del punto de giro han de ser iguales :

$$F \cdot 0,3 = F_1 \cdot 0,5 \Leftrightarrow F_1 = F \cdot \frac{0{,}3}{0{,}5} = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ N}$$

Aplicando de nuevo la ley de Hooke sabemos el nuevo alargamiento x_1, o por proporcionalidad :

$$\frac{F}{x} = \frac{F_1}{x_1} \Leftrightarrow x_1 = \frac{F_1}{F} \cdot x = \frac{6}{10} \cdot 2 = 1,2 \text{ cm}$$

Luego la opción correcta es la b).

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

26 Una granada de masa m desciende verticalmente con una rapidez de 10 m/s. Inesperadamente estalla, dividiéndose en dos fragmentos, el primero de los cuales sigue moviéndose en la misma dirección y sentido que llevaba, con una velocidad de 20 m/s, siendo su masa las tres cuartas partes del total. El otro pedazo sale en sentido opuesto al que llevaba la granada, pero en la misma dirección, con una velocidad, en m /s

a) 5
b) 10
c) 20
d) 40

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

En ausencia de fuerzas externas al sistema podemos aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento :

m · 10 = 3m/4 · 20 - m/4 · v, ya que el segundo fragmento lleva sentido contrario.

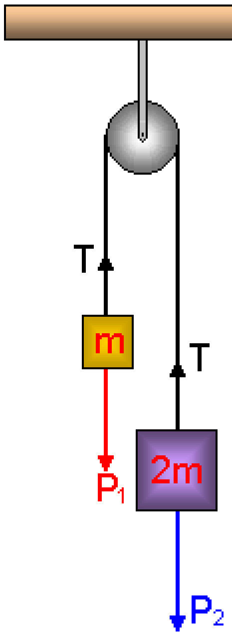
Si extraemos factor común a m, simplificamos y despejamos la velocidad con que se mueve el segundo fragmento :

$$10m = m\left(\frac{60}{4} - \frac{v}{4}\right) \Leftrightarrow 10 = 15 - \frac{v}{4} \Leftrightarrow \frac{v}{4} = 15 - 10 = 5 \Leftrightarrow v = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m/s}$$

Luego la respuesta correcta es la c).

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

27 Dos cuerpos, de masa m y 2 m, están unidos por una cuerda y cuelgan de una polea de masa despreciable, tal y como se muestra en la figura. Cuando se deja el sistema en libertad, las masas se mueven con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. En esas condiciones, la tensión que soporta la cuerda es:



a) m·g b) 1,5 · m · g c) 2· m ·g d) 1 ,33 · m · g

Hallamos primero la aceleración con que se mueve el sistema, aplicando la ecuación fundamental de la dinámica al sistema y teniendo encuentra que las tensiones se equilibran al ser iguales :

$$\Sigma F = m_S \cdot a \rightarrow P_2 - P_1 = (m + 2m)a \Leftrightarrow 2m \cdot g - m \cdot g = 3m \cdot a$$

Luego: m(2 g - g) = 3m·a, g = 3a; a = g/3 m/s^2

Ahora hallamos la tensión aplicando de nuevo la ecuación fundamental de la dinámica a un cuerpo (o los dos para comprobar) :

Sobre el de menor masa :

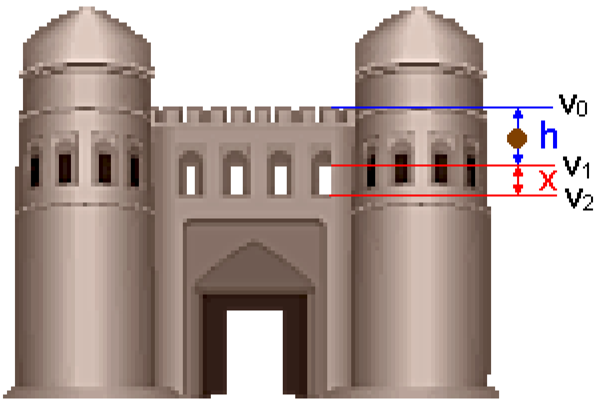
$T - P_1 = m \cdot a \Leftrightarrow T = m \cdot a + P_1 = m \cdot g/3 + m \cdot g = mg\ (1 + 1/3) = 4mg/3$

Sobre el de mayor masa :

$P_2 - T = 2m \cdot a \Leftrightarrow T = P_2 - 2ma = 2mg - 2mg/3 = 4mg/3$ N

La respuesta correcta es la d).

28 Se deja caer una piedra desde una terraza, y desde una ventana de 1,8 m de altura se la ve pasar, tardando 0,10 s en cruzarla. Calcula la distancia que existe entre la terraza y la parte más alta de la ventana.



v_0 = velocidad inicial = 0 m/s
v_1 = velocidad den la parte superior de la ventana.
v_2 = velocidad en la parte inferior de la ventana.
h = altura de la terraza a la parte superior de la ventana.
x = altura de la ventana = 1,8 m.

t_2 = tiempo que tarda en atravesar la ventana = 0,10 s.

Hallamos primero al velocidad en la parte superior de la ventana:

$$x = v_1 \cdot t_2 + \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \Leftrightarrow v_1 = \frac{x - \frac{1}{2} g \cdot t_2^2}{t_2} = \frac{1{,}8 - \frac{1}{2} 9{,}8 \cdot 0{,}1^2}{0.10} = 17{,}51 \text{ m/s}$$

Después aplicando la tercera ecuación del movimiento de caída de cuerpos en el campo gravitatorio terrestre a la altura h :

$$v_1^2 = v_0^2 + 2gh \Leftrightarrow h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{17.51^2}{2 \cdot 9{,}8} = 15{,}64 \text{ m}$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

29 Una vagoneta de 100 kg se mueve con una velocidad de 1,5 m/s. En su interior viaja un joven de 60 kg, que salta hacia atrás, saliendo despedido con una velocidad de 1 m/s, medida respecto a la vagoneta. Calcula la velocidad con que se moverá la vagoneta después de que la abandone el muchacho.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

m_v = masa de la vagoneta = 100 kg.
m = masa del muchacho = 60 kg.
v = velocidad del conjunto antes del salto = 1,5 m/s.
v_m = velocidad del muchacho en el salto = - 1 m/s (negativa pues de sentido contrario)
v_v = velocidad de la vagoneta

Es otro problema de aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento :

p (antes del salto) = p (después de saltar el muchacho)

$$(m_v + m) \cdot v = m_v \cdot v_v + m \cdot v_m$$

Despejando la velocidad de la vagoneta después de que la abandone el chico, v_v :

$$v_v = \frac{(m_v + m) \cdot v - m \cdot v_m}{m_v} = \frac{(100+60) \cdot 1{,}5 - 60 \cdot (-1)}{100} = \frac{240+60}{100} = \frac{300}{100} = 3 \text{ m/s}$$

Como nos dice la experiencia la vagoneta aumenta su velocidad.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋