La correcta es la opción c) ya que una fuerza constante aplicada sobre un cuerpo le proporciona una aceleración y, en el movimiento uniformemente acelerado el espacio recorrido depende de la velocidad al cuadrado (según se deduce eliminado el tiempo, despejándolo de la fórmula de la velocidad y sustituyéndolo en la del espacio :

$$v = at \Leftrightarrow t = \tfrac{v}{a} \Rightarrow e = \tfrac{1}{2}at^2 \xrightarrow{\text{sustituyendo}} e = \tfrac{1}{2}a\left(\tfrac{v}{a}\right)^2 = \tfrac{v^2}{2a}$$

❋ ❋ ❋ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❋ ❋ ❋

2 1 La ecuación de movimiento de un cuerpo de 5 kg de masa es

$$\vec{r} = -2t^2\,\vec{i} + t\,\vec{j} - \vec{k}$$

a) ¿Qué expresión proporciona la cantidad de movimiento del cuerpo en cada instante?

b) Calcula la expresión que indica cómo varía la fuerza que actúa sobre el cuerpo a lo largo del tiempo.

c) Representa cómo varían la cantidad de movimiento y la fuerza entre los instantes t= 0 y t= 10 s para el objeto que estamos estudiando.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

$$m = 5 \text{ kg} \quad \vec{r} = -2t^2\,\vec{i} + t\,\vec{j} - \vec{k}$$

a) Como la cantidad de movimiento (p) es el producto de la masa por la velocidad, necesitamos hallar la expresión del vector velocidad, derivando el vector de posición :

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt = \frac{d(-2t^2\,\vec{i} + t\,\vec{j} - \vec{k})}{dt} = -4t\,\vec{i} + \vec{j}$$

La cantidad de movimiento es :

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 5 \cdot (-4t\,\vec{i} + \vec{j}) = -20t\,\vec{i} + 5\,\vec{j} \text{ kg·m/s}$$

b) Teniendo en cuenta que el impulso mecánico es iguala a la variación de la cantidad de movimiento :

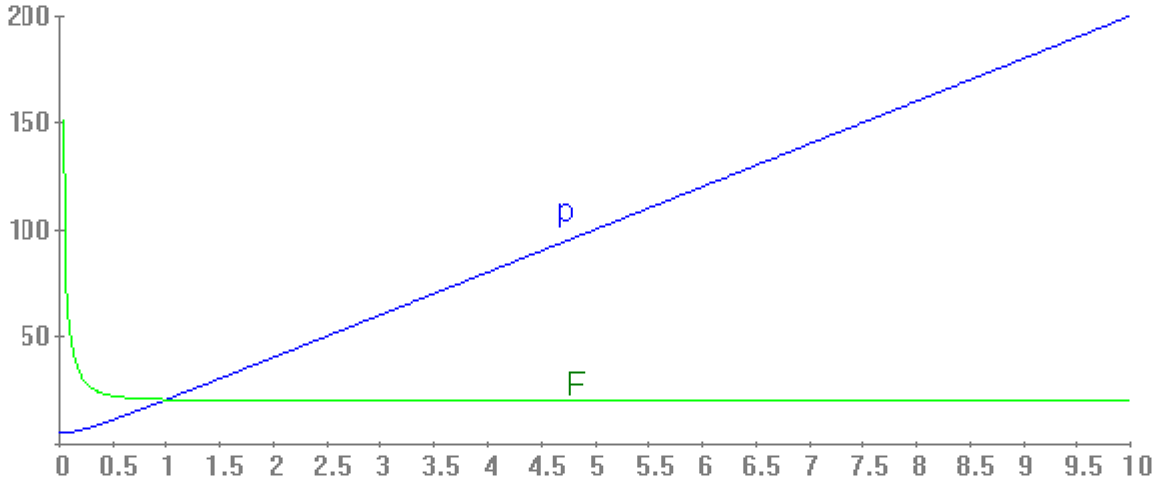
$$\vec{I} = \vec{p} \Leftrightarrow \vec{F} \cdot t = \vec{p} \Rightarrow \vec{F} = \vec{p}/t = \frac{-20t\,\vec{i} + 5\,\vec{j}}{t} = -20\,\vec{i} + \tfrac{5}{t} \text{ N}$$

c) El módulo de la variación de la cantidad de movimiento es :

$$p = \sqrt{(-20t)^2 + (5)^2} = \sqrt{400t^2 + 25} \text{ kg·}m/s$$

El módulo de la fuerza es :

$$F = \sqrt{(-20)^2 + \left(\frac{5}{t}\right)^2} = \sqrt{400 + \frac{25}{t^2}}\ \text{N}\cdot$$



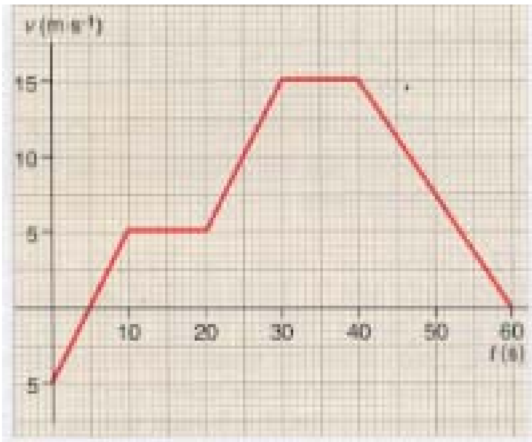
✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 2 Un objeto se mueve de modo que su velocidad, en función del tiempo, es la que se indica en el gráfico adjunto. Si el objeto tiene una masa de 5 kg y se mueve en línea recta:

a) Calcula la fuerza que actúa sobre él a lo largo del recorrido.

b) Dibuja el diagrama s-t y el diagrama F-t que corresponde al movimiento.

c) Calcula la distancia que recorre y la velocidad media con que lo hace.



◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) Separamos el movimiento en intervalos temporales con características iguales :

Intervalo de 0 a 5 s

El movimiento es uniformemente acelerado pues la velocidad aumenta con el tiempo, la velocidad negativa indica que el objeto retrocede en vez de avanzar :

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = -5 m /s.
- Velocidad al final del intervalo = v = 0 m/s.
- Tiempo = 5 s

$$a_1 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0-(-5)}{5} = 1 \text{ m/s}^2$$

La fuerza que actúa es **F_1 = m · a_1 = 5 kg · 1 m/s^2 = 5 N**, en sentido del movimiento que es hacia atrás

Intervalo de 5 a 10 s

El movimiento es uniformemente acelerado pues la velocidad aumenta linealmente con el tiempo, :

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = 0 m /s.
- Velocidad al final del intervalo = v = 5 m/s.
- Tiempo = 10 s - 5 s = 5 s

$$a_2 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{5-0}{5} = 1 \text{ m/s}^2$$

La fuerza que actúa es **F_2 = m · a_2 = 5 kg · 1 m/s^2 = 5 N**

Intervalo de 10 a 20 s

El movimiento es uniforme ya que la velocidad permanece constante, por tanto no existe aceleración ni fuerza :

F_3 = 0 N

Intervalo de 20 a 30 s

El movimiento es uniformemente acelerado pues la velocidad aumenta linealmente con el tiempo, :

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = 5 m /s.
- Velocidad al final del intervalo = v = 15 m/s.
- Tiempo = 30 s - 20 s = 10 s

$$a_4 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{15-5}{10} = 1 \text{ m/s}^2$$

La fuerza que actúa es **F_3 = m · a_3 = 5 kg · 1 m/s^2 = 5 N**

Intervalo de 30 a 40 s

El movimiento es uniforme ya que la velocidad permanece constante, por tanto no existe aceleración ni fuerza :

F_5 = 0 N

Intervalo de 40 a 60 s

El movimiento es uniformemente retardado pues la velocidad disminuye (hasta pararse) linealmente con el tiempo, :

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = 15 m /s.
- Velocidad al final del intervalo = v = 0 m/s.
- Tiempo = 60 s - 40 s = 20 s

$$a_6 = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 15}{20} = -0,75 \text{ m/s}^2$$

La fuerza que actúa es $\mathbf{F_6 = m \cdot a_6 = 5\ kg \cdot (-\ 0{,}75\ m/s^2) = 3{,}75\ N}$

b) Hemos calculado el valor de las fuerzas en cada intervalo, que permanecen constantes en cada uno de ellos, hallemos ahora la variación del espacio recorrido en cada intervalo y su valor (lo necesitaremos en el apartado siguiente) mediante la aplicación de las fórmulas :

$$\left\{ \begin{array}{ll} e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 & \text{Si el movimento tiene aceleración} \\ e = v \cdot t & \text{Si el movimiento no tiene aceleración} \end{array} \right\}$$

Intervalo de 0 a 5 s

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = -5 m /s.
- Tiempo = 5 s
- Aceleración = a_1 = 1 m /s^2

$$e_1 = -5t + \tfrac{1}{2} \cdot t^2 (1) \text{ y su valor } e_1 = -5 \cdot 5 + \tfrac{1}{2} \cdot 5^2 = -12'5 \text{ m}$$

El signo negativo del espacio indica que retrocede.

Intervalo de 5 a 10 s

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = 0 m /s.
- Tiempo = 5 s
- Aceleración = a_2 = 1 m /s^2

$$e_2 = \tfrac{1}{2} \cdot t^2 (2) \text{ y su valor } e_2 = \tfrac{1}{2} \cdot 5^2 = 12'5 \text{ m}$$

Intervalo de 10 a 20 s

- Velocidad contante durante el intervalo = v = 5 m /s.
- Tiempo = 10 s
- Aceleración = a_3 = 0 m /s^2

$$e_3 = 5 \cdot t \ (3) \text{ y su valor } e_3 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ m}$$

Intervalo de 20 a 30 s

- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = 5 m /s.
- Tiempo = 10 s
- Aceleración = a_4 = 1 m /s^2

$$e_4 = 5t + \frac{1}{2}\cdot t^2 (4) \text{ y su valor } e_4 = 5\cdot 10 + \frac{1}{2}\cdot 10^2 = 100 \text{ m}$$

Intervalo de 30 a 40 s

- Velocidad contante durante el intervalo = v = 15 m /s.
- Tiempo = 10 s
- Aceleración = a_5 = 0 m /s^2

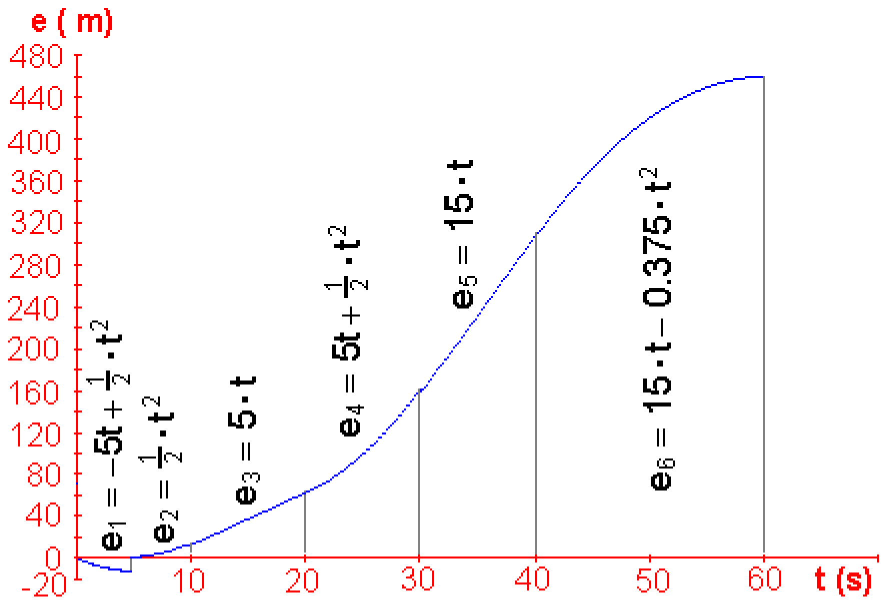
$$e_5 = 15\cdot t \ (5) \text{ y su valor } e_5 = 15\cdot 10 = 150 \text{ m}$$

Intervalo de 40 a 60 s

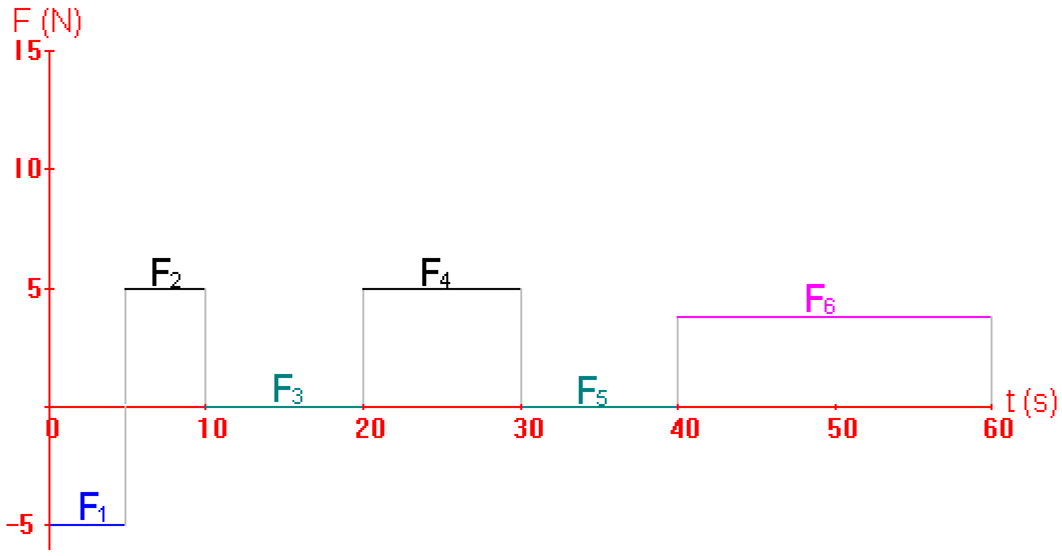
- Velocidad al inicio del intervalo = v_0 = 15 m /s.
- Tiempo = 20 s
- Aceleración = a_6 = - 0'75 m /s^2

$$e_6 = 15\cdot t - 0.375\cdot t^2 (6) \text{ y su valor } e_6 = 15\cdot 20 - 0,375\cdot 20^2 = 150 \text{ m}$$

Representamos ahora el diagrama espacio - tiempo :



y el diagrama F-t :



c) La distancia recorrida será la suma de las distancias recorridas en los 6 intervalos en que hemos dividido el problema, teniendo en cuenta que la primera al ser en sentido contrario hemos de cambiarla el signo :

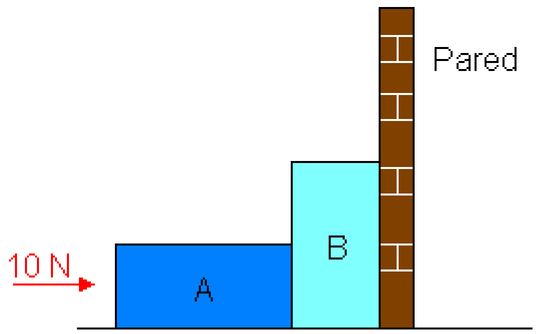
$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 = -(-12'5) + 12'5 + 50 + 100 + 150 + 150 = 475 \text{ m}$$

La velocidad media es el cociente entre el espacio total recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo :

$$v_m = \frac{e}{t} = \frac{475 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 7'92 \text{ m/s}$$

23 Aplicamos una fuerza de 10 N sobre A. Si no existe rozamiento, la fuerza que A ejerce sobre B es:

a) Menor que 10 N
b) 10 N
c) Mayor que 10 N
d) No podemos saberlo. Necesitamos conocer la masa de A y de B.



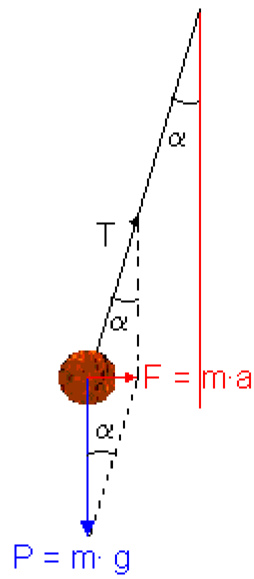
Si no se produce rozamiento la fuerza de 10 N se transmite íntegramente de A a B y de B a la pared, que hace una fuerza igual sobre B y de sentido contrario y B a su vez sobre A otra fuerza igual y de sentido contrario sobre A, lo que hace que el sistema no se mueva pues la fuerza neta sobre el es nula.

24 Si dispones de un péndulo, ¿cómo puedes medir con él la aceleración con que se mueve un vehículo? Describe el proceso detalladamente y señala las leyes físicas en que te apoyas al resolver el problema.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Un péndulo suspendido del techo de un vehículo está en posición vertical cuando el vehículo no se mueve o se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme (v = cte)., si el vehículo acelera, el péndulo se inclina formando un ángulo α con la vertical.

Si observamos la bola desde un sistema inercial ligado con la Tierra, las fuerzas que actúan son la Tensión T del hilo que sujeta la bola y el peso de la bola P. La composición de ambas es la fuerza F = m·a que desplaza la bola con la aceleración del vehículo. Si aplicamos al triángulo rectángulo formado la definición trigonométrica de la tangente:



$$tg\alpha = \frac{\vec{F}}{\vec{P}} = \frac{m\cdot\vec{a}}{m\cdot\vec{g}} = \frac{a}{g}$$

Luego, si medimos el ángulo (mediante un sistema de fotografía o vídeo) podemos saber la aceleración del vehículo : a = g · tg α.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

PROBLEMAS

25 Un coche y sus pasajeros tienen una masa total de 1.400 kg. El vehículo se mueve con una velocidad de 15 m /s cuando, debido a un accidente, choca con una pared de piedra y detiene su movimiento en 0,5 s. Calcula la cantidad de movimiento del coche antes de la colisión y la fuerza que actúa sobre el vehículo para detenerlo, así como la aceleración de frenado. Si la masa del conductor es de 70 kg, ¿qué fuerza actúa sobre él mientras el coche se detiene?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

❁ **Cantidad de movimiento**

Especificando que la dirección es horizontal y el sentido "hacia delante", podemos trabajar con módulos en vez de con vectores :

p = m ·v = 1400 kg · 15 m/s = 21 000 kg · m/s

❁ **Fuerza sobre el vehículo**

De la igualdad entre la variación de la cantidad de movimiento y el impulso mecánico, podemos despejar la fuerza :

$$\Delta p = I \rightarrow p_f - p = F \cdot t \;(\, p_f = 0) \rightarrow F = \frac{-p}{t} = \frac{-21000}{0'5} = -42\,000 \text{ N}$$

p final el nulo pues la velocidad después del choque es nula

Aceleración de frenado

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{-42000 \text{ N}}{1400 \text{ kg}} = -30 \text{ m/s}^2 \text{ (negativa por ser de frenado)}$$

Fuerza sobre el conductor

$$F = m_c \cdot a = 70 \text{ kg} \cdot (-30 \text{ m/s}^2) = -2\,100 \text{ N} \simeq -214 \text{ kp}$$

Como si le cayeran encima 214 kg de peso.

2 6 Un objeto de masa m se acelera al aplicarle una fuerza constante de 12 N de 10 m / s a 18 m / s. Si en el proceso se invierte un tiempo de 2 s, calcula la masa m y el impulso que se le comunica.

F = 12 N, v_1 = 10 m/s, v_2 = 18 m/s y t = 2 s

La variación de la cantidad de movimiento es igual al impulso mecánico :

$$\Delta p = I \rightarrow p_2 - p_1 = F \cdot t \rightarrow m \cdot v_2 - m \cdot v_1 = F \cdot t \rightarrow m(v_2 - v_1) = F \cdot t \Rightarrow m = \frac{F \cdot t}{v_2 - v_1} = \frac{12 \cdot 2}{18 - 10} = 3 \text{ kg}$$

Impulso = I = F · t = 12 N · 2 S = 24 N·s

2 7 Un tronco de un árbol, de 50 kg, se desplaza flotando en un río a 10 m / s. Un cisne de 10 kg intenta aterrizar en el tronco mientras vuela a 10 m /s en sentido contrario al de la corriente. Sin embargo, resbala a lo largo del tronco, saliendo por el otro extremo con una velocidad de 4 m / s . Calcula la velocidad con que se moverá el tronco en el instante en que el cisne lo abandona. Considera despreciable el rozamiento del tronco con el agua.

m_t = 50 kg, m_c = 10 kg, v_{t1} = 10 m/s, v_{c1} = - 10 m/s, v_{c2} = - 4 m/s

Al ser despreciable el rozamiento podemos considerar que actúa ninguna fuerza externa al sistema y por lo tanto se conserva la cantidad de movimiento del mismo :

$$\Delta p = 0, \; p_1 = p_2$$

$$m_t \cdot v_{t1} + m_c \cdot v_{c1} = m_t \cdot v_{t2} + m_c \cdot v_{c2} \Leftrightarrow v_{t2} = \frac{m_t \cdot v_{t1} + m_c \cdot v_{c1} - m_c \cdot v_{c2}}{m_t} = \frac{50 \cdot 10 + 10 \cdot (-10) - 10 \cdot (-4)}{50} = \frac{440}{50} = 8'8 \text{ m/s}$$

en sentido de la corriente.

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

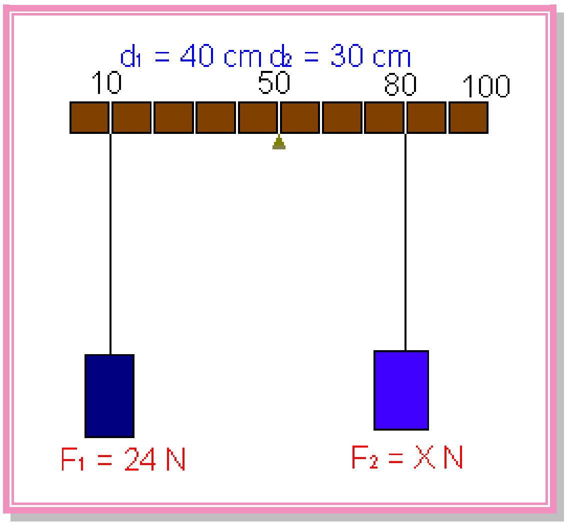
28 Una regla de madera de 100 cm de largo está equilibrada sobre un punto, como se aprecia en la figura. A 10 cm de uno de sus extremos cuelga un peso de 24 N, mientras que a 20 cm del otro extremo cuelga un peso X. Si la regla está en equilibrio, el peso X, expresado en newton, debe ser:

a) 12 b) 18 c) 24 d) 32

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

$F_1 = 24$ N $F_2 = X$ N $d_1 = 40$ cm $d_2 = 30$ cm

Como la suma vectorial de los momentos respecto del punto apoyo ha de ser nula, se debe cumplir :



$M_1 - M_2 = 0$, $d_1 \cdot F_1 \cdot sen90º - d_2 \cdot F_2 \cdot sen90º = 0$, ya que los vectores de los momentos son opuestos al ser el sentido de giro de d_1 sobre F_1 hacia abajo y d_2 sobre F_2 hacia arriba del plano que los contiene.

Como sen90º = 1 queda :

$d_1 \cdot F_1 = d_2 \cdot F_2$, de donde despejada F_2 obtenemos :

$$F_2 = \frac{d_1}{d_2} \cdot F_1 = \frac{40}{30} \cdot 24 = 32 \text{ N}$$

La respuesta correcta es la opción d).

✻ ✻ ✻ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ✻ ✻ ✻

29 Tres bloques X, Y y Z, de masas 2 kg, 4 kg y 6 kg, respectivamente, son acelerados sobre una superficie horizontal por una fuerza de 60 N, como se aprecia en la figura. Suponiendo que no existe rozamiento, calcula la fuerza que Y ejerce sobre X y sobre Z:

a) Mientras aplicamos la fuerza.

b) Si nos desplazamos a velocidad constante.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) Si no existe rozamiento Y ejerce sobre X una fuerza igual y de sentido contrario a al que X ejerce sobre Y (principio de acción y reacción) es decir de - 60 N, y sobre Z de 60 N.

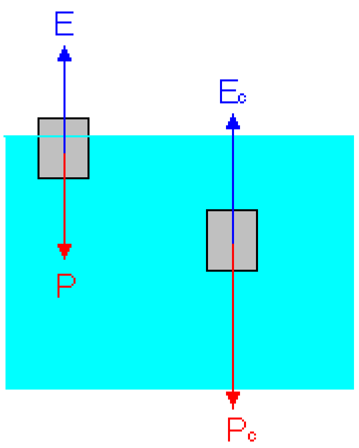
b) Si nos desplazamos a velocidad constante las fuerzas son nulas pues no existe aceleración.

30 En la superficie de un vaso con agua (densidad = 1 .000 kg / m^3) flota un corcho de forma cúbica del que emerge un 30% de su volumen. Calcula la masa de plomo que debemos colgar del corcho en su parte inferior si queremos que el corcho se hunda con una aceleración de 2 cm/ s^2, sabiendo que su masa es de 20 g.

Dato: Densidad del plomo = 16.000 kg / m^3.

Sea :

m_c = masa del corcho = 20 gr = 0’02 kg
m_p = masa del plomo que deseamos hallar
m = masa de corcho sumergida cuando flota.
m_{ac} = masa de agua desalojada por el corcho cuando está sumergido.
m_{ap} = masa de agua desalojada por plomo cuando está sumergido.
V_c = volumen del corcho.
V_s = volumen de corcho sumergido = 70% de V_c = $0,7V_c$.
V_p = volumen del plomo.
d_a = densidad del agua = 1 000 kg/m^3
d_p = densidad del plomo = 16 000 kg/m^3.



Al flotar es por que están en equilibrio las dos fuerzas que actúan sobre el corcho: el peso del corcho, hacia abajo, y el empuje del agua desalojada por el 70 % de su volumen sumergido, hacia arriba según el principio de Arquímides, lo que nos sirve para conocer el volumen del corcho :

$P = E$, $m_c \cdot g = m \cdot g$, $m_c = m$, $m_c = d_a \cdot V_s$, $m_c = d_a \cdot 0,7V_c$, de donde podemos despejar el volumen del corcho :

$$V_c = \frac{m_c}{0,7 \cdot d_a} = \frac{0,02 \text{ kg}}{0,7 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3} = 2,857 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Al colocar una cierta masa de plomo el conjunto ha de sumergirse con una aceleración a = 2 cm/s^2 = 0’02 m/s^2, luego la resultante de las fuerzas que actúan sobre el conjunto ha de ser igual a la masa del conjunto por la aceleración del movimiento, lo que (despreciado el rozamiento con el agua) nos proporciona la ecuación :

$$R = m_c \cdot a,$$

y como la resultante de las fuerzas que actúan es la diferencia entre el peso del conjunto (P_c), hacia abajo, y el empuje debido al agua desalojada por el conjunto (Ec) según el principio de Arquímides, hacia arriba, queda la anterior expresión :

$$P_c - E_c = m_{conjunto} \cdot a \quad (1)$$

La fuerza peso del conjunto se calcula multiplicando la masa del conjunto de los dos objetos (corcho y plomo) por la aceleración con que la Tierra atrae a los cuerpos en su superficie (g) :

$$P_c = (m_c + m_p) \cdot g \quad (2)$$

El empuje debido a la masa de agua desalojada por los dos objetos es la suma de las masa de agua desalojada por cada uno multiplicada por g :

$$E_c = (m_{ac} + m_{ap}) = (d_a \cdot V_c + d_a \cdot V_p) \cdot g = d_a \cdot (V_c + m_p/d_p) \cdot g \quad (3)$$

Si sustituimos las expresiones (2) y (3) en (1) la única incógnita que tenemos es la masa de plomo, que puede ser despejada :

$$(m_c + m_p) \cdot g - \left[\left(V_c + \frac{m_p}{d_p}\right) \cdot d_a \cdot g\right] = (m_c + m_p) \cdot a$$

Ahora tenemos dos opciones :

(a) Sustituir datos primero y después despejar m_p :

$$(0,02 + m_p) \cdot 9,8 - [(2,857 \cdot 10^{-5} + \frac{m_p}{16000}) \cdot 1000 \cdot 9,8] = (0,02 + m_p) \cdot 0,02$$

$$0,196 + 9,8\ m_p - 0,279986 - 0,6125\ m_p = 0,0004 + 0,02\ m_p$$

trasponiendo términos :

$$9,8\ m_p - 0,6125\ m_p - 0,02\ m_p = 0,0004 + 0,279986 - 0,196$$

reduciendo términos semejantes :

$$9,1675\ m_p = 0,084286, \text{ y despejando :}$$

$$m_p = \frac{0,084286}{9,1675} = 9,205 \cdot 10^{-3} kg \simeq 9,2 \text{ gr de plomo}$$

(b) Despejar primero y sustituir después :

$$m_c g + m_p g - V_c d_a g - \frac{d_a g}{d_p} m_p = m_c a + m_p a$$

trasponiendo y extrayendo factor común :

$$m_p g - m_p a - \frac{d_a g}{d_p} m_p = m_c a - m_c g + V_c d_a g \rightarrow \left(g - a - \frac{d_a \cdot g}{d_p}\right) \cdot m_p = m_c a - m_c g + V_c d_a g$$

despejando y sustituyendo :

$$m_p = \frac{m_c a - m_c g + V_c d_a g}{g - a - \frac{d_a \cdot g}{d_p}} = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}02 - 0{,}02 \cdot 9{,}8 + 2{,}859 \cdot 10^{-5} \cdot 1000 \cdot 9{,}8}{9{,}8 - 0{,}02 - \frac{1000 \cdot 9{,}8}{16000}} = \frac{0{,}0004 - 0{,}196 + 0{,}279986}{9{,}1675} = 9{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$