4 En la cuestión anterior, ¿cómo son los dos movimientos que, juntos, explican la trayectoria de la piedra?

Es la composición de dos movimientos, según los ejes :

**Eje horizontal**

Es un movimiento con velocidad constante, rectilíneo y uniforme, siendo la velocidad $v_x = v_0$ la velocidad inicial y el espacio $x = v_x \cdot t = v_0 \cdot t$ .

**Eje vertical**

En el caso ideal ( sin rozamiento con el aire ) es una movimiento con aceleración constante = g , es decir uniformemente acelerado, la velocidad inicial $v_{0y} = 0$, $v_y = -gt$ y la altura recorrida $y = h - ½ \cdot g \cdot t^2$ , e donde h es la altura del lanzamiento.

## Cuestiones ( Pág 69 )

1 Comprueba que se consigue el mismo alcance con dos ángulos de tiro diferentes si éstos son complementarios.

La ecuación del alcance o $x_{máxima}$ es :

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen(2\theta)}{g}$$

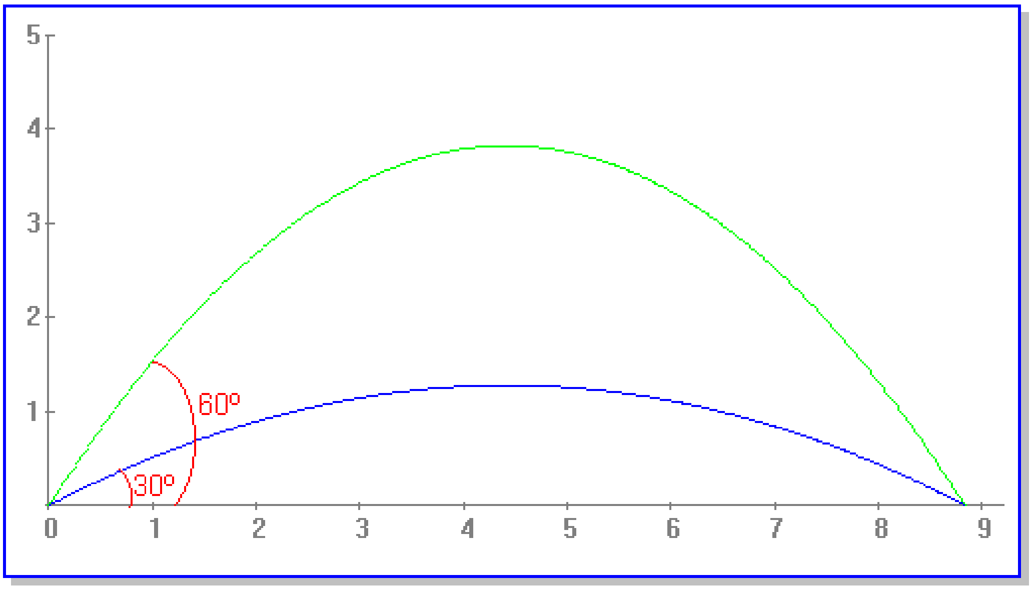
Si los ángulos son complementarios y llamamos $\alpha_1 = \theta$ al primero y $\alpha_2 = 90 - \theta$ al segundo, se cumple que :

$$sen ( 2 \alpha_2 ) = sen ( 2( 90 - \theta)) = sen ( 180º - 2 \theta) = sen ( 2\theta ) = sen\ 2 \alpha_1$$

ya que senos de ángulos suplementarios son iguales.

Por tanto el alcance máximo será el mismo para ángulos complementarios, puesto que lo único que varía es su ángulo y hemos demostrado que los senos son iguales.

Puede apreciarse en la gráfica siguiente para el caso de que los ángulos sean 30º y 90º - 30º = 60º :




✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 Calcula la velocidad con que debemos lanzar un proyectil si el ángulo de tiro es de 37° y queremos que el alcance sea de 1.000 m.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

$\theta = 37º$ y $x_{máx} = 1000$ m

Sustituyendo los datos en la fórmula del alcance máximo y despejando la velocidad inicial tenemos :

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen(2\theta)}{g} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{g \cdot x_{máx} \cdot sen(2\theta)} = \sqrt{9'8 \cdot 1000 \cdot sen(2 \cdot 37)} = 97'06 \ \tfrac{m}{s}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

3. ¿Qué altura máxima alcanza el proyectil de la cuestión anterior?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Conocida la velocidad inicial podemos hallar la altura máxima mediante su fórmula :

$$y_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen^2\theta}{2g} = \frac{9420'36 \cdot sen^2 37}{2 \cdot 9'8} = 174'1 \text{ m}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

4 Calcula el alcance y la altura máxima de ese mismo proyectil si lo lanzamos con idéntica velocidad, pero con un ángulo de tiro de 53°.

$v_0$ = 97'06 m/s , θ = 53º

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen(2\theta)}{g} = \frac{97'06^2 \cdot sen(2 \cdot 53)}{9'8} = 924'05 \text{ m}$$

$$y_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen^2\theta}{2g} = \frac{9420'36 \cdot sen^2 53}{2 \cdot 9'8} = 306'56 \text{ m}$$

## Cuestiones ( Pág ❼❶ )

1 Obtén la expresión que permite calcular el alcance en el tiro horizontal, y demuestra que las expresiones del tiro horizontal son un caso particular de movimiento parabólico.

- El alcance máximo ocurre cuando la y = 0 :

Si despejamos el tiempo de la ecuación del espacio vertical :

$$y = h - \tfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = h - \tfrac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\tfrac{2h}{g}}$$

y lo sustituimos en el espacio horizontal, obtenemos la ecuación del alcance:

$$x_{máx} = v_o\sqrt{\tfrac{2h}{g}}$$

Las ecuaciones del tiro o movimiento parabólico son :

$v_x = v_0 \cdot \cos\theta$ ; $x = v_x \cdot t = v_0 \cos\theta \cdot t$ para el eje horizontal

$v_y = v_{oy} - gt = v_0 \cdot sen\theta - gt$ ; $y = v_{oy} \cdot t - \tfrac{1}{2}g \cdot t^2 = v_0 \cdot sen\theta \cdot t - \tfrac{1}{2}g \cdot t^2$ para el vertical

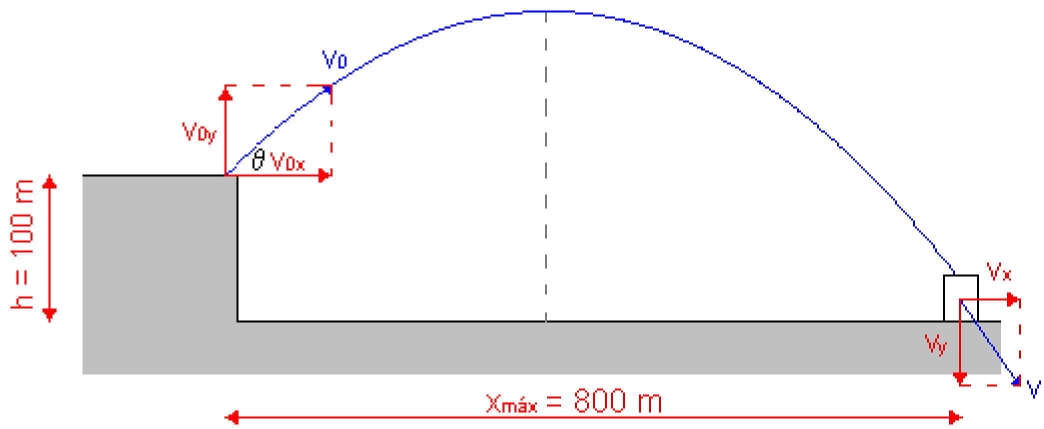
En el tiro horizontal, es un caso de tiro en que el ángulo de lanzamiento es nulo θ = 0º desde una altura inicial h, además cos θ = 1, sen θ = 0, que sustituidos en las ecuaciones anteriores nos da, como caso particular del parabólico :

$v_x = v_0 \cdot \cos\theta = v_0$ ; $x = v_x \cdot t = v_0 \cdot t$ para el eje horizontal

$$v_y = v_{oy} - gt = -gt \; ; \; y = h + v_{oy} \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = h - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ para el vertical}$$

**2** Imagina que una fortaleza se encuentra a 800 m de distancia, pero 100 m por debajo del nivel de una catapulta. Calcula la velocidad con que tendría que lanzar los objetos la catapulta si el ángulo de lanzamiento respecto a la horizontal es 37°.

h = 100 m , $x_{máx}$ = 800 m, θ = 37º




Las ecuaciones del movimiento son :

$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \; ; \; x = v_x \cdot t = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t$ para el eje horizontal

$$v_y = v_{oy} - gt = v_0 \cdot sen\theta - gt \; ; \; y = h - (v_{oy} \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2) = h - v_0 \cdot sen\theta \cdot t + \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ vertical}$$

Como sabemos la $x_{máx}$ despejamos de la ecuación del alcance el tiempo que tarda en llegar el proyectil a la fortaleza, en función de la velocidad inicial ($v_0$) :

$$t = \frac{x_{máx}}{v_0 \cdot \cos\theta} = \frac{800}{v_0 \cdot \cos 37} = \frac{1001'71}{v_0}$$

Ahora sustituimos este tiempo en la ecuación de la altura, teniendo en cuenta que en ese tiempo ha de ser y = 0 :

$$y = h - v_0 \cdot sen\theta \cdot t + \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow 0 = 100 - v_0 sen37 \cdot \frac{1001'71}{v_0} + \tfrac{1}{2} g \cdot \left(\frac{1001'71}{v_0}\right)^2$$

y despejamos la velocidad inicial :

$$-100 + sen37 \cdot 1001'71 = \tfrac{1}{2} 9'8 \frac{1001'71^2}{v_0^2} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 502'84}{9'8 \cdot 1001'71^2}} = 98'89 \; \tfrac{m}{s}$$

También podemos usar la ecuación de la trayectoria, haciendo coincidir los ejes con el punto en que se encuentra la catapulta con lo que y = 100m ( ya que está por debajo ) y despejar $v_0$ =

$$y = xtg\theta - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\theta} \cdot x^2 \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot \cos^2\theta \cdot (x \cdot tg\theta - y)}} = \sqrt{\frac{9'8 \cdot 800^2}{2 \cdot \cos^2 37 \cdot (800 tg 37 + 100)}} = 98'89 \frac{m}{s}$$

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

3 ¿Cuál es la expresión del vector velocidad que corresponde al objeto cuando llega a la fortaleza?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Velocidad según el eje horizontal ( constante ) :

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta = 98'89 \cdot \cos 37º = 78'97 \text{ m/s}$$

Veamos ahora el tiempo que tarda en llegar al punto más alto de su trayectoria( $v_y$ =0 ) :

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \cdot sen\theta}{g} = \frac{98'89 \cdot sen37}{9'8} = 6'07 \text{ s}$$

durante los cuales sube una altura :

$$h_1 = v_0 sen\theta \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = 98'89 \cdot sen37 \cdot 6'07 - \tfrac{1}{2} \cdot 9'8 \cdot 6'07^2 = 180'54 \text{ m}$$

La altura máxima es pues $h_{máx} = h + h_1 = 100 + 180'54 = 280'54$ m.

El tiempo que tarda en llegar al suelo desde esa altura ( 2ª parte del recorrido, desde el máximo de la parábola al suelo ) es :

$$h_{máx} = (v_{0y})' \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \tfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{máx}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 280'54}{9'8}} = 7'57 \text{ s}$$

Al cabo de ese tiempo, adquiere una velocidad vertical de :

$$v_y = g \cdot t = 9'8 \cdot 7'57 = 74'15 \text{ m/s}$$

El vector velocidad al llegar al suelo será :

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} = 78'97\ \vec{i} + 74'15 \cdot \vec{j}$$

$$;|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{78'97^2 + 74'15^2} = 108'33 \frac{m}{s}$$

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

4 ¿Varía la altura máxima alcanzada por el objeto en comparación con la que alcanzaría si la catapulta y la fortaleza estuviesen en el mismo plano horizontal?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Respecto del punto de lanzamiento no, como hemos visto en la cuestión anterior $h_{máx}$ =180’54 m, respecto del suelo serían 100 m más, que es desde la altura que se lanza.

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

# ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

## CUESTIONES

1 La fuerza que permite a un objeto moverse en una trayectoria circular se denomina:

**a)** Centrífuga **b)** Centrípeta **c)** Circular **d)** Normal

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Es la fuerza hacia dentro o centrípeta.

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

2 Un cuerpo gira con movimiento circular, atado al extremo de una cuerda. Si ésta se rompe, la trayectoria del cuerpo respecto al círculo inicial debe ser:

**a)** Tangencial **b)** El propio círculo **c)** Radial **d)** Indefinida

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

El cuerpo sale según la tangente en el punto de rotura luego la trayectoria será tangencial.

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

3 Desde un avión que vuela horizontalmente, se lanza un paracaidista. Transcurridos unos instantes desde que ha abierto el paracaídas, el movimiento vertical que describe es un movimiento:

**a)** Rectilíneo uniforme. **b)** Rectilíneo uniformemente acelerado.
**c)** Variado. **d)** De frenado.

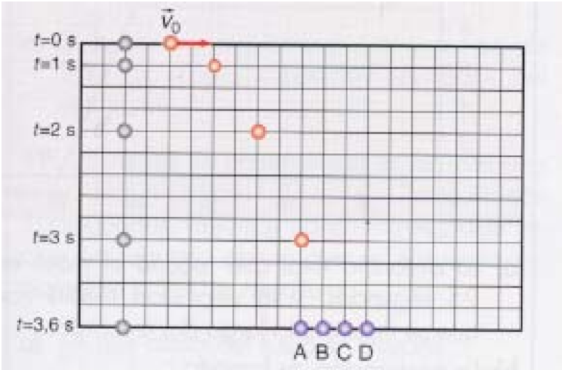
◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

En el caso ideal sería rectilíneo y uniforme pues la fuerza de atracción gravitatoria es contrarrestada por la fuerza accensional del aire sobre el paracaídas y al ser la resultante de las fuerzas nula, se mueve con a = 0, es decir con la velocidad constante y hacia abajo, que es el sentido que llevaba cuando se neutralizan las fuerzas.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

4 En el diagrama se muestran los sucesivas posiciones, a intervalos de tiempo iguales, que alcanzan dos bolas que han sido lanzadas a la vez desde el mismo punto, la primera con velocidad horizontal $v_0$ y la segunda en caída libre (velocidad inicial nula).

Cuando la bola que cae verticalmente llega al suelo, ten qué posición se encuentra la otra bola?




◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

La segunda bola describe un movimiento parabólico, la posición que se ajusta mejor a la parábola parece el punto B.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

5 Se lanza un paquete desde un avión que vuela horizontalmente. Considerando despreciable la resistencia que ofrece el aire al desplazamiento del paquete, si el avión aumenta su velocidad, el tiempo que se requiere para que un segundo paquete alcance el suelo:

**a)** Aumenta. **b)** No varía. **c)** Disminuye. **d)** Depende de la altura.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Como el ángulo de lanzamiento no varia ( es nulo al ser un lanzamiento vertical ), la velocidad de lanzamiento vertical tampoco ( también es nula al lanzarse horizontalmente ) y la altura hasta el suelo tampoco, el tiempo que tarda en llegar al suelo no varía, pues este tiempo depende de esas tres variables ( y de g que suponemos constante ) y estas permanecen constantes, sólo se modifica la velocidad horizontal inicial que hará que el paquete caiga más lejos, recorra más distancia horizontal en el mismo tiempo de caída.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

6 En cualquier caso, la distancia horizontal a la que cae el paquete, medida desde la vertical del punto de lanzamiento:

**a)** Aumenta. **b)** No varía. **c)** Disminuye. **d)** Depende de la altura.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Hemos dicho en el apartado anterior que la velocidad aumenta, luego, en el mismo tiempo recorre más espacio y la distancia horizontal de caída aumenta., $x = v_{0x} \cdot t$

✻✻✻❀❀✪❀❀✻✻✻

## EJERCICIOS

7 Calcula la velocidad angular con que la Tierra gira sobre sí misma y la velocidad angular con la que órbita alrededor del Sol.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

❍ **Sobre sí misma** ( movimiento de rotación) :

Espacio angular recorrido = θ = 1 vuelta = 2π radianes.

Tiempo que tarda en dar una vuelta sobre sí misma = t = 1 día = 24·60·60 = 86400 s

$$\omega_R = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{86400\text{s}} = 7'27 \cdot 10^{-5} \ \frac{rad}{s}$$

❍ **Alrededor del Sol** ( movimiento de traslación ) :

Espacio angular recorrido = θ = 1 vuelta = 2π radianes.

Tiempo que tarda en dar una vuelta sobre sí misma = t = 1 año ( y 6 horas) = (365·24 + 6 )·60·60 = 31 557 600 s

$$\omega_T = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{31557600\text{s}} = 1'99 \cdot 10^{-7} \ \frac{rad}{s}$$

✻✻✻❀❀✪❀❀✻✻✻

8 Calcula la velocidad angular con que se mueve un punto situado en el ecuador y otro situado en el polo norte, debido al movimiento de rotación de la Tierra sobre sí misma y al movimiento de rotación de ésta alrededor del Sol. ¿Necesitas algún dato para resolver el problema?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

La velocidad angular de rotación de un punto situado en el Ecuador es la calculada en ejercicio anterior $\omega_R$ = 7'27 · $10^{-5}$ rad/s. La de un punto del Polo Norte es nula ya que al encontrase en el eje de rotación el punto no rota.

Respecto del movimiento alrededor del Sol ( traslación), todos los puntos de un sólido rígido tienen la misma velocidad de giro que es la calculada en el ejercicio anterior.

No se necesita ningún dato distinto de los tiempos, conocidos, que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre sí misma ( un día ) y alrededor del Sol ( 1 año y 6 horas).

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

9 Una esfera de metal, de masa $m_1$ = 5 kg, y otra de masa $m_2$ = 1 kg, están situadas a 20 y 5 m de altura, respectivamente. Si se sueltan a la vez sin velocidad inicial, ¿cuál es el intervalo de tiempo, medido en segundos, que transcurre desde que la primera bola llega al suelo hasta que lo hace la segunda?

**a)** 0 **b)** 1 **c)** 3 **d)** 4

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Las masas no influyen, sí las alturas desde la que se dejan caer, es un movimiento uniformemente acelerado ( a = g = 9'81 m / $s^2$ ).

Tiempo que tarda la primera en llegar al suelo, con $v_0$ = 0 :

$$h = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ ya que } v_0 = 0$$

despejando el tiempo y sustituyendo las alturas dadas :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \; ; \left\langle \begin{array}{l} t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9'81}} = 2'02\text{s} \\ t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{9'81}} = 1'01\text{s} \end{array} \right\rangle$$

Evidentemente llega antes al suelo la bola que estaba a 5 m y la diferencia de tiempos es semejante al del apartado **b)** :

**$\Delta t = t_1 - t_2 = 2'02 - 1'01 = 1'01$ s**

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

10 Copia en una hoja el diagrama del ejercicio 4. Sobre dicho diagrama, dibuja el vector velocidad que corresponde a cada bola en cada uno de los instantes que se representan.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

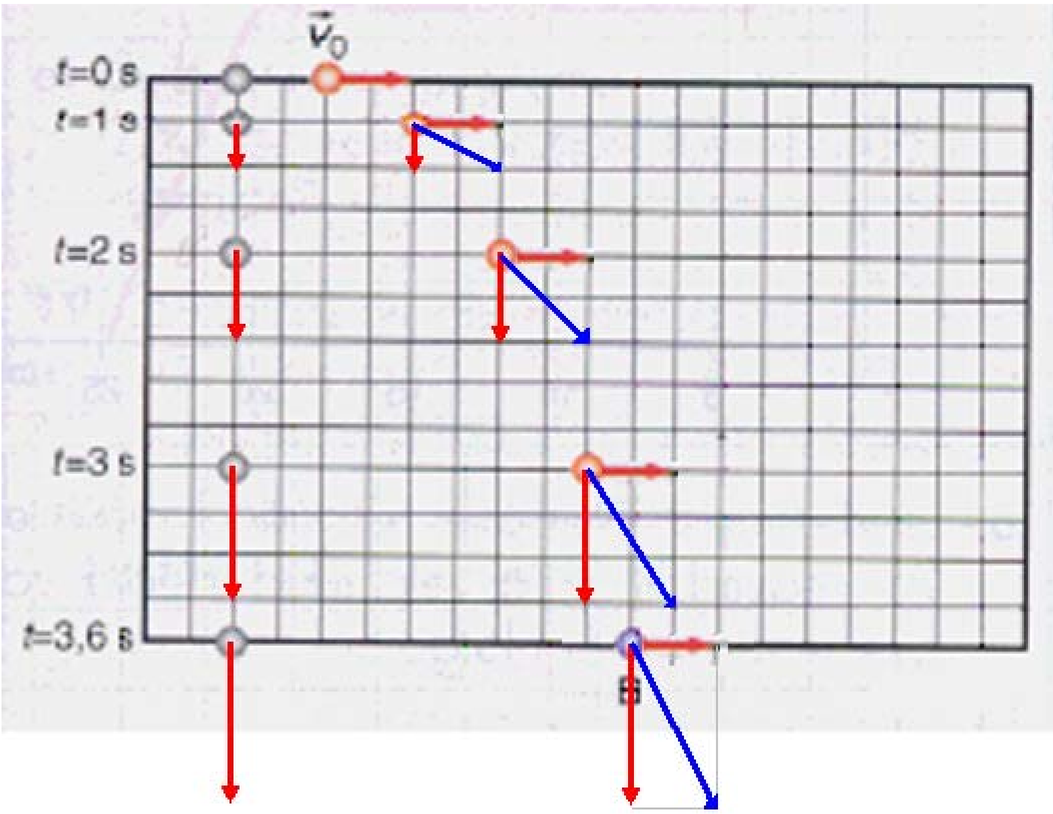
Supongo que se refiere a la cuestión Nº 4.

La primera bola cae verticalmente sin velocidad inicial, sólo tiene velocidad según el eje vertical que va aumentando proporcionalmente al tiempo según la fórmula :

$$v_y = v_{0y} + gt = gt$$

Representamos el vector velocidad den rojo y proporcional a t ( cuando t = 2 doble de grande, etc.)

La segunda bola es lanzada horizontalmente, luego su velocidad inicial según el eje horizontal permanece constante ( vectores de igual módulo ) y con velocidad inicial según el eje vertical nula y por tanto sus velocidades verticales evolucionan como las de la bola nº 1 ( dibujo los vectores iguales), la composición o resultante de ambas velocidades 8 da el vector velocidad en cada posición ( que deben ser tangentes a la trayectoria en ese punto ) y que coloreamos de azul .




❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

**1 1** Demuestra que la caída libre es un movimiento parabólico en el que el ángulo de lanzamiento es de -90°.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Para demostrarlo partimos de las ecuaciones del tiro parabólico y sustituimos el ángulo por su valor θ = - 90º = 270º , para comprobar si obtenemos las del movimiento de caída :

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta = v_0 \cdot \cos 270^o = v_0 \cdot 0 = 0$$

$$x = v_x \cdot t = 0 \cdot t = 0$$

$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta - gt = v_0 \cdot \text{sen}270^o - gt = v_0 \cdot (-1) - gt = -(v_0 + gt)$, el signo menos indica que el sentido es hacia abajo.

$$y = v_{oy} \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = v_0 \cdot \text{sen}\theta \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = v_0 \cdot \text{sen}270 \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = -(v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} g \cdot t^2)$$

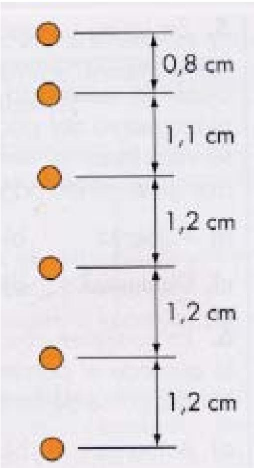
Quedan pues las ecuaciones de caída libre, que prescindiendo del sigo que indica el sentido hacia abajo son :

$$v_y = v_0 + gt$$

$$y = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} g \cdot t^2$$

❃❃❃❁❁❂❁❁❃❃❃

1 2 El diagrama muestra las posiciones que ocupa un globo que cae verticalmente.




Si el intervalo que separa dos posiciones sucesivas es de 1 /60 s, ¿qué valor alcanza la velocidad límite con que se mueve el globo en su caída, medida en cm/ s ?

**a)** 33 **b)** 48

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

hallamos primero la velocidad inicial sabiendo que ha recorrido una altura $h_1$ = 0'8 cm = 0'008 m, en un $t_1$ = 1/60 s :

$$h_1 = v_0 t + \tfrac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow 0'008 = v_0 \tfrac{1}{60} + \tfrac{1}{2} \cdot 9'81 \cdot (\tfrac{1}{60})^2 \Leftrightarrow v_0 \simeq 0'40 \ \tfrac{m}{s}$$

Como sabemos el tiempo total (t) que tarda en llegar al suelo, sumando los 5 intervalos :

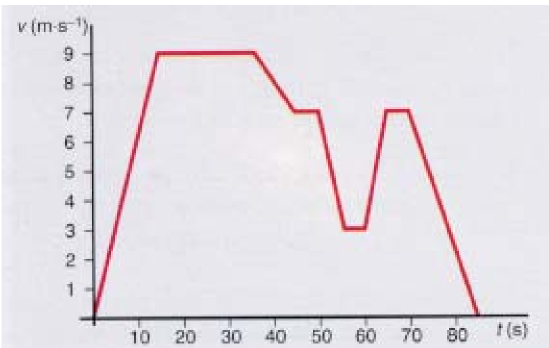
$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 5 \cdot t_1 = 5 \cdot \tfrac{1}{60} = \tfrac{5}{60} = \tfrac{1}{12} s$$

podemos la velocidad al llegar al suelo ( en ese tiempo t) :

**$v = v_0 + g \cdot t$ = 0'40 + 9'81 · (1/12) = 1'22 m/s = 122 cm/s**.

❃❃❃❁❁❂❁❁❃❃❃

1 3 El gráfico muestra cómo varía con el tiempo la velocidad con que se mueve una chica que viaja en bicicleta.



**a)** Describe el movimiento que realiza la chica a partir de la información que proporciona el gráfico.

**b)** ¿Cuál es la velocidad media con que se mueve durante los primeros 40 s?

**c)** Calcula la distancia total que recorre mientras se mueve.

**d)** ¿En qué instantes es negativa la aceleración?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

**a)** Dividimos el movimiento en intervalos temporales de características iguales :

❑ Intervalo de 0 a 15 s

La velocidad aumenta linealmente, luego describe un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado de aceleración :

$$a_1 = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{9-0}{15-0} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0'6 \ \frac{m}{s^2}$$

❑ Intervalo de 15 a 35 s

La velocidad permanece constante e igual v = 9 m/s, es un movimiento rectilíneo y uniforme, la aceleración en este intervalo es nula.

❑ Intervalo entre 35 y 45 s

La velocidad disminuye uniformemente ( según una recta) luego es un movimiento rectilíneo uniformemente retardado o decelerado de aceleración negativa :

$$a_3 = \frac{v_{45} - v_{35}}{t - t_0} = \frac{7-9}{45-35} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5} = -0'2 \ \frac{m}{s^2}$$

❑ Intervalo entre 45 y 50 s

La velocidad permanece constante v = 7 m/s por tanto la aceleración en este intervalo es nula y el movimiento es uniforme.

❑ Intervalo entre 50 y 55 s

De nuevo diminuye uniformemente la velocidad, luego el movimiento en este intervalo es uniformemente retardado de aceleración negativa :

$$a_5 = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{3-7}{55-50} = \frac{-4}{5} = -0'8 \ \frac{m}{s^2}$$

❑ Intervalo de 55 a 60 s

La velocidad permanece constante v = 3 m/s, luego en este intervalo el movimiento es uniforme, de aceleración nula.

❑ Intervalo de 60 a 70 s

La velocidad aumenta linealmente de 3 m/s a 7 m/s, luego la aceleración es positiva y el movimiento uniformemente acelerado, de aceleración :

$$a_7 = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{7-3}{70-60} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0'4 \text{ m/s}^2$$

❑ Intervalo de 70 a 75 s

De nuevo mantiene la velocidad v = 7 m/s de manera constante, el movimiento es uniforme.

❑ El último intervalo de 75 a 85 s

La velocidad disminuye de forma uniforme hasta pararse, el movimiento es uniformemente retardado o decelerado :

$$a_9 = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{0-7}{85-75} = \frac{-7}{10} = -\ 0'7 \text{ m/s}^2$$

**b)** Para hallar la velocidad media en ese intervalo hemos de calcular el espacio recorrido en ese tiempo y dividirlo por el tiempo empleado ( los 40 s)

❍ Intervalo de 0 a 15 s ( mrua)

$$e_1 = e_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a_1 \cdot t^2 = 0 + 0 + \tfrac{1}{2} \cdot 0'6 \cdot 15^2 = 67'5 \text{ m}$$

❍ Intervalo de 15 a 35 s ( mru)

$$e_2 = v \cdot (t - t_0) = 9 \cdot (35 - 15) = 9 \cdot 20 = 180 \text{ m.}$$

❍ Intervalo de 35 a 40 s ( mrud)

$$e_3 = v_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = 9 \cdot 5 - \tfrac{1}{2} \cdot 0'2 \cdot 5^2 = 45 - 2'5 = 42'5 \text{ m}$$

Luego el espacio total recorrido en los 40 s es la suma :

$$e = e_1 + e_2 + e_3 = 67'5 + 180 + 42'5 = 290 \text{ m}$$

y la velocidad media : $v_m = \frac{e}{t} = \frac{290 \text{ m}}{40 \text{ s}} = 7'25$ m / s

**c)** Para hallar la distancia total calculamos el espacio recorrido en cada intervalo por la fórmula que corresponda según el tipo de movimiento que lleve y después calculamos la suma :

***Intervalo de 0 a 15 s***

$v_0$ = velocidad al inicio del intervalo = 0 m/s
t = tiempo del intervalo = $t_f - t_0$ = 15 s

a = $a_1$ = 0'6 m/s$^2$.

$$e_1 = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 \cdot 15 + \tfrac{1}{2} \cdot 0'6 \cdot 15^2 = 67'5 \text{ m}$$

***Intervalo de 15 a 35 s***

v = cte = 9 m/s
t = $t_f$ - $t_0$ = 35 - 15 = 20 s

$$e_2 = v \cdot t = 9 \cdot 20 = 180 \text{ m.}$$

***Intervalo entre 35 y 45 s***

$v_0$ = velocidad al inicio del intervalo = 9 m/s ( la del anterior que ha permanecido cte.).
a = $a_2$ = - 0'2 m / s$^2$
t = $t_f$ - $t_0$ = 45 - 35 = 10 s

$$e_3 = v_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = 9 \cdot 10 - \tfrac{1}{2} \cdot 0'2 \cdot 10^2 = 90 - 10 = 80 \text{ m}$$

***Intervalo de 45 a 50 s***

v = cte = 7 m/s
t = $t_f$ - $t_0$ = 50 - 45 = 5 s

$$e_4 = v \cdot t = 7 \cdot 5 = 45 \text{ m.}$$

***Intervalo entre 50 y 55 s***

$v_0$ = velocidad al inicio del intervalo = 7 m/s ( la del anterior que ha permanecido cte.).
a = $a_3$ = - 0'8 m / s$^2$
t = $t_f$ - $t_0$ = 55 - 50 = 5 s

$$e_5 = v_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = 7 \cdot 5 - \tfrac{1}{2} \cdot 0'8 \cdot 5^2 = 35 - 10 = 25 \text{ m}$$

***Intervalo de 55 a 60 s***

v = cte = 3 m/s
t = $t_f$ - $t_0$ = 60 - 55 = 5 s

$$e_6 = v \cdot t = 3 \cdot 5 = 15 \text{ m.}$$

***Intervalo entre 60 y 70 s***

$v_0$ = velocidad al inicio del intervalo = 3 m/s ( la del anterior que ha permanecido cte.).
a = $a_4$ = 0'4 m / s$^2$
t = $t_f$ - $t_0$ = 70 - 60 = 10 s

$$e_7 = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = 3 \cdot 10 + \tfrac{1}{2} \cdot 0'4 \cdot 10^2 = 30 + 20 = 50 \text{ m}$$

***Intervalo de 70 a 75 s***

v = cte = 7 m/s
t = $t_f$ - $t_0$ = 70 - 75 = 5 s

$$e_8 = v \cdot t = 7 \cdot 5 = 35 \text{ m.}$$

***Intervalo entre 75 y 85 s***

$v_0$ = velocidad al inicio del intervalo = 7 m/s ( la del anterior que ha permanecido cte.).
a = $a_5$ = - 0'7 m / $s^2$
t = $t_f$ - $t_0$ = 85 - 75 = 10 s

$$e_9 = v_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = 7 \cdot 10 - \tfrac{1}{2} \cdot 0'7 \cdot 10^2 = 70 - 35 = 35 \text{ m}$$

El espacio total recorrido es :

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7 + e_8 + e_9 = 67'5+180+80+45+25+15+35+50+35 = 532'5 \text{ m}$$

**d)** La aceleración es negativa en los intervalos :

Entre los 35 y los 45 s , a = - 0'2 m / $s^2$.

Entre los 50 y los 55 s, a = - 0'8 m / $s^2$ .

Entre los 75 y los 85 s, a = - 0'7 m / $s^2$ .

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃