Cuestiones (Pág ❺❼)

1 Cita tres movimientos, al menos, en los que la trayectoria sea rectilínea y la aceleración, nula.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

En la naturaleza no se dan movimientos con velocidad constante (aceleración nula) ya que siempre existe la fuerza de rozamiento que se opone al movimiento y va disminuyendo la velocidad (no existe el móvil perpetuo de primera especie), podemos citar movimientos idealizados :

❅ Un automóvil que se desplaza a v = 120 km/hr, en cierto intervalo de tiempo por una carretera recta.

❅ Un barco de papel que se desplaza por un cauce de agua tranquilo con velocidad constante y en línea recta.

❅ Un tren que mantiene una velocidad de 180 km/hr por un tramo de vía recta.

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

2 El vector de posición que describe el movimiento de un objeto es: $\vec{r}$ = (3, 2 · t, 4 + t). ¿Se trata de un m.r.u.?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Como la posición es de grado uno respecto del tiempo, el vector velocidad será constante y, por tanto, el movimiento será rectilíneo y uniforme.

Hallamos la velocidad derivando el vector de posición :

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt = (0, 2, 1) = cte$$

❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

Cuestiones (Pág ❺❾)

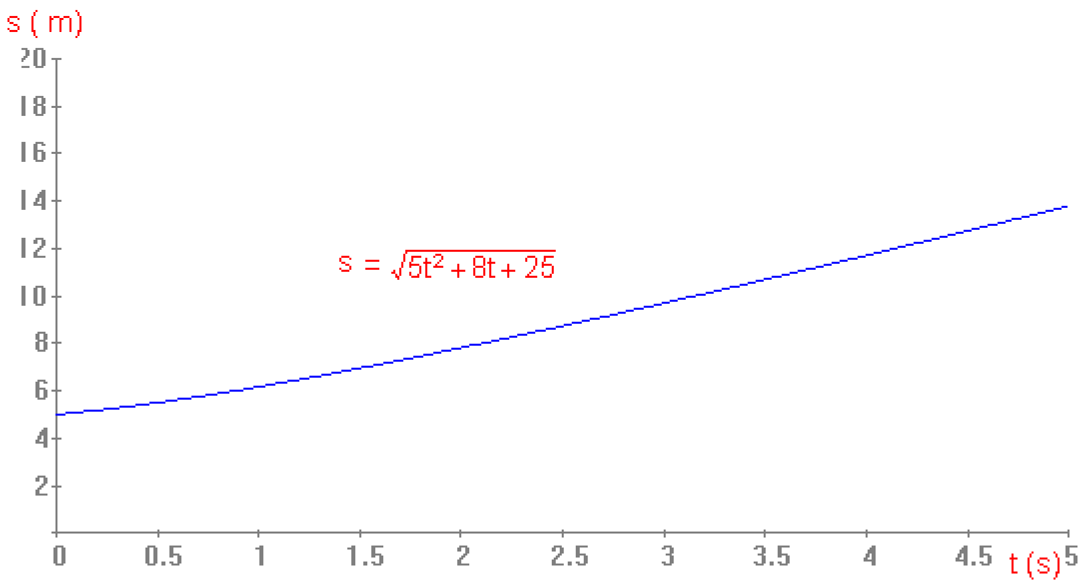
1 El vector de posición que describe el movimiento de un objeto es: $\vec{r}$ = (3, 2 · t, 4 + t). En dicha expresión, las unidades se miden en metros y segundos, respectivamente.
Calcula la velocidad con que se mueve el objeto y confecciona los gráficos posición-tiempo y velocidad-tiempo que corresponden al movimiento que describe.

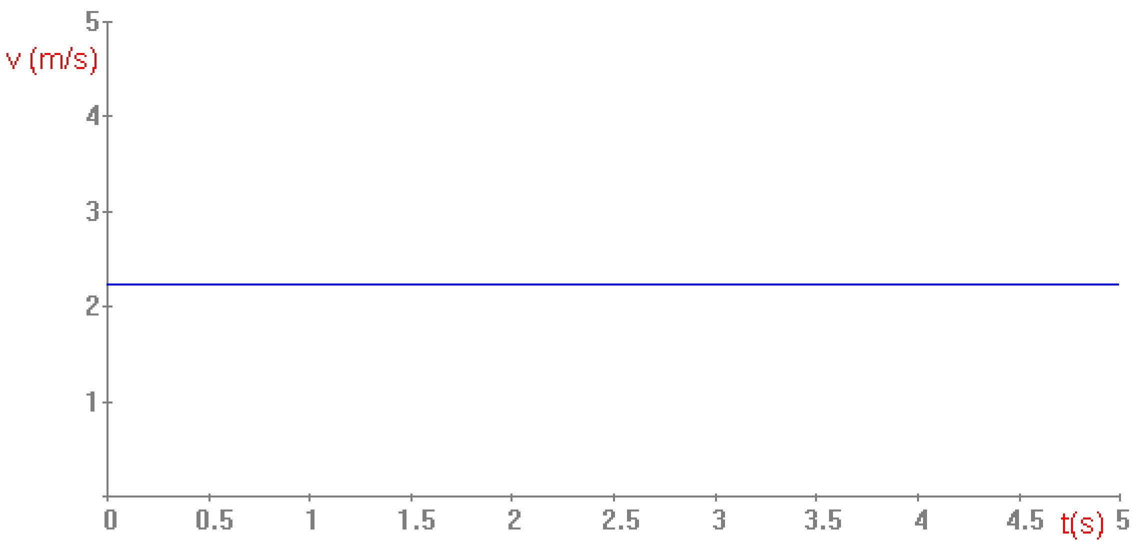
◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Ya hemos hallado en cuestión anterior el vector velocidad, calculamos ahora los módulos del vector posición y del vector velocidad :

$$s = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{3^2 + (2t)^2 + (4+t)^2} = \sqrt{5t^2 + 8t + 25}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{0 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{5}\ \frac{m}{s}$$





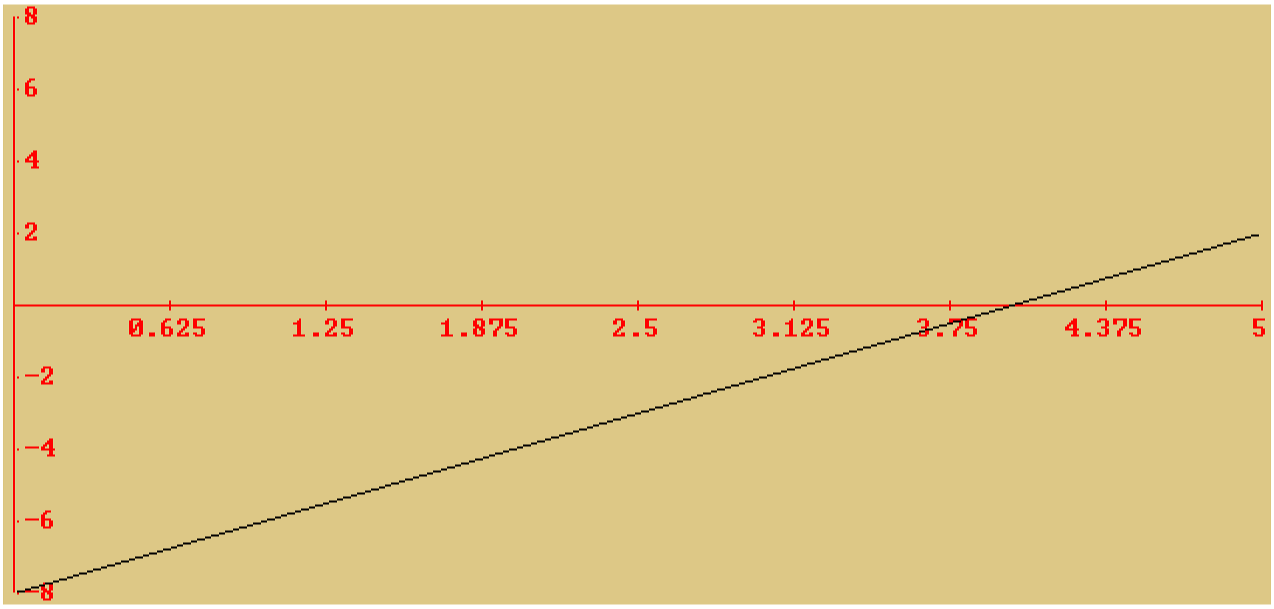
❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

2 Representa en un sistema de referencia la trayectoria del movimiento que describe el objeto de la cuestión anterior entre los instantes t= 0 s y t = 5 s

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Del vector de posición de deducimos :
x = 3, y = 2t, z = 4 + t

Despejando el tiempo de z : t = z - 4 y sustituyendo en la y = 2 (z - 4) = 2z -8, es un línea recta el plano y-z que corta al eje X en x = 3



❃❃❃❁❁✪❁❁❃❃❃

Cuestiones (Pág ❻❶)

1 Lanzamos un objeto verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcula la altura que alcanza y el tiempo que permanece en el aire. Considera g = 9,8 m /s^2 .

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

v_0 = 20 m/s	v = 0 m/s	g = 9'8 m/s^2	x_0 = 0

Es un movimiento uniformemente retardado de a = - g y espacio inicial nulo, de las tres ecuaciones :

$$v = v_0 - gt$$
$$h = v_0 t - ½ \cdot g\, t^2$$
$$v^2 = v_0^2 - 2gh$$

para hallar la altura máxima, usamos la tercera, que conocemos todas las magnitudes menos una, la altura :

$$v^2 = v_0^2 - 2gh \Leftrightarrow h = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{20^2 - 0^2}{2 \cdot 9'8} = 20'1 \text{ m}$$

El tiempo que permanece en aire es la suma del tiempo que tarda en llegar al punto más alto más el tiempo que tarda en llegar de nuevo al suelo al caer, como estos dos tiempos son iguales, el tiempo requerido será dos veces el tiempo que emplea en recorre la altura máxima, que calculamos aplicando al primera fórmula:

$$v = v_0 - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{20-0}{9'8} = 2'04 \text{ s}$$

Luego el tiempo que está en el aire(t_a) es :

t_a = 2t = 2 · 2’04 = 4’ 08 s

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

2 Si, al tiempo que lanzamos el objeto del ejercicio anterior, dejamos caer otro objeto desde una altura de 20 m, ¿en qué punto se cruzan? ¿En qué instante lo hacen?

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

El objeto que se deja caer desde una altura de h_2 = 20m con velocidad inicial nula tiene un movimiento uniformemente acelerado de a = g. Como la altura que recorre el del ejercicio anterior es de 20’1 m, ambos móviles se cruzarán en un punto intermedio entre 0 y 20 m cuando el primero sube y el segundo cae, que dista del suelo una altura que llamamos x. Para hallar esta altura tenemos en cuenta que el espacio recorrido por el segundo en su caída (s) es s = h_2 - x, expresamos todas las magnitudes en función del tiempo y resolvemos la ecuación anterior :

Espacio recorrido por el 2º hasta el punto de encuentro (tiempo transcurrido = t) :

$s = v_{02} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} g t^2$, ya que se deja caer con velocidad inicial nula.

Espacio recorrido por el que sube en ese mismo tiempo :

$$x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 20t - \frac{1}{2} g t^2$$

Luego, como s = h_2 - x, se cumple :

$$\frac{1}{2} g t^2 = 20 - (20t - \frac{1}{2} g t^2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} g t^2 = 20 - 20t + \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow 20 = 20t \Rightarrow t = \frac{20}{20} = 1 \text{ s}$$

Se cruzan pues después de transcurrido un tiempo t = 1 s, y el punto en que se cruzan es a un altura del suelo :

$$x = 20t - \frac{1}{2} g t^2 = 20 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9'8 \cdot 1^2 = 20 - 4'9 = 15'1 \text{ m}$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Cuestiones (Pág ❻❸)

1 Tenemos tres bolas iguales. Simultáneamente, y desde una altura de 16 m, se deja caer una de ellas libremente; otra se lanza verticalmente hacia arriba a 20 m /s, y la tercera se lanza con la misma velocidad verticalmente hacia abajo. Calcula cuándo llega al suelo cada

bola y representa en un gráfico a-t, un gráfico v-t y un gráfico s-t el movimiento de cada una de las tres bolas.

Las tres llevan movimientos con a= cte, la de la gravedad terrestre.

Primera bola

Velocidad inicial = v_{01} = 0 m/s (se deja caer).
Altura desde la que cae = h = 16 m.
Aceleración de caída = g = 9'8 m/s^2.

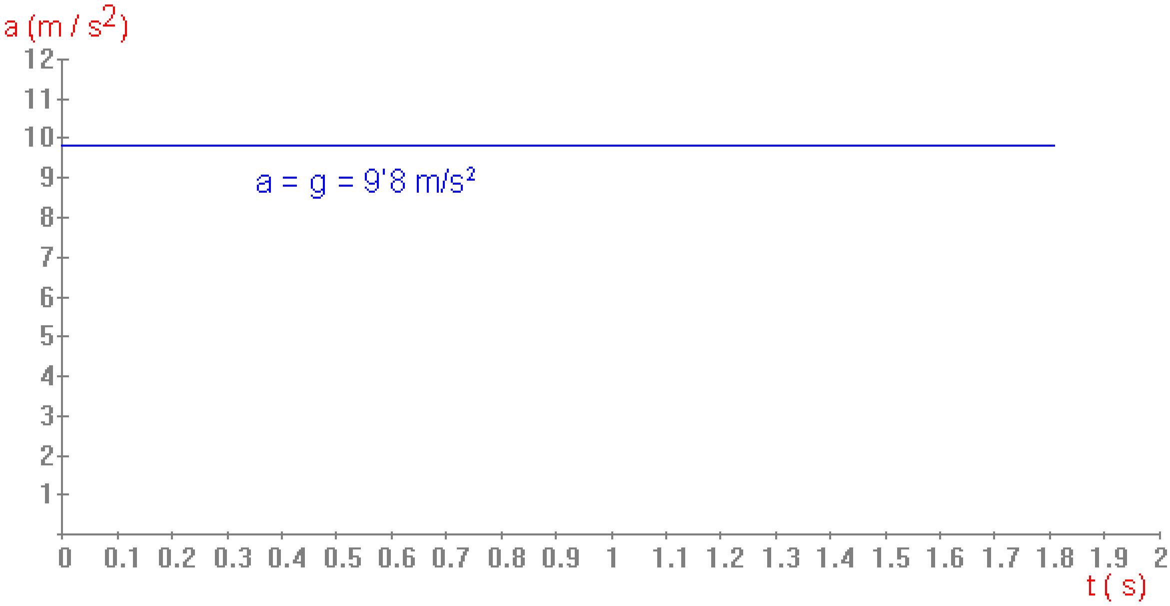
Para hallar el tiempo que tarda en llegar al suelo, usamos al ecuación del espacio recorrido o altura desde la que cae :

$$h = v_{01} \cdot t + \tfrac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow h = \tfrac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{2h/g} = \sqrt{2 \cdot 16/9'8} = 1'81 \text{ s}$$

Gráficas

Aceleración - tiempo

La aceleración es constante e igual a = g = 9'8 m/s^2

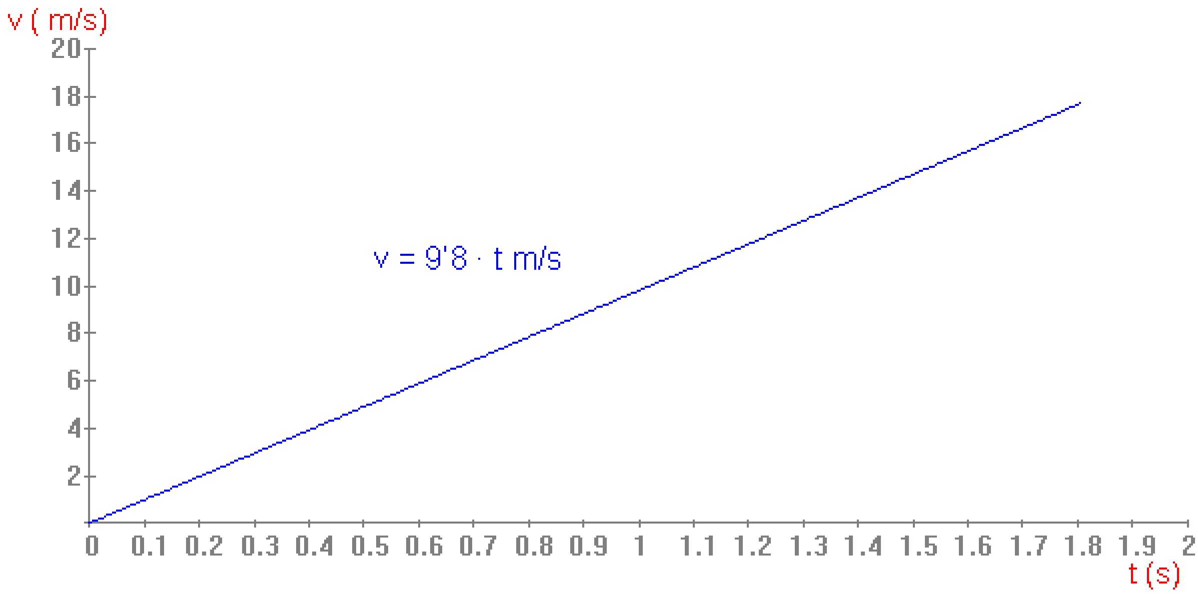


Velocidad - tiempo

La ecuación que relaciona la velocidad en cada instante con el tiempo es :

$$v = v_{01} + gt = g \cdot t = 9'8 \cdot t \text{ m/s}$$

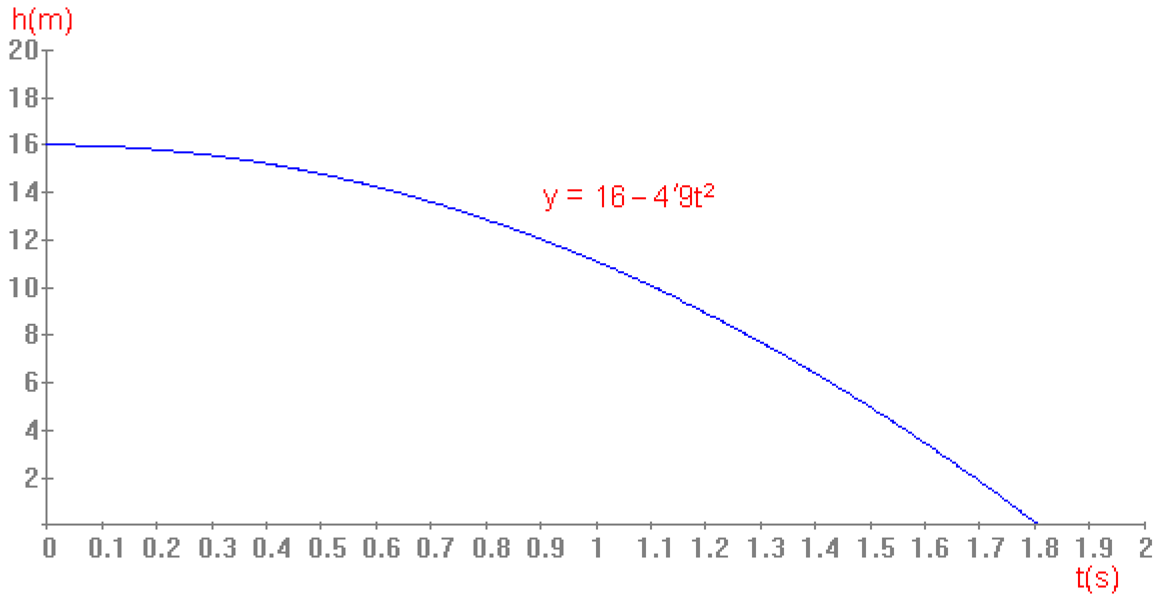
que representada es :



Espacio - tiempo

La ecuación que relaciona ambas magnitudes es :

$$y = h\ -(v_{01}\cdot t + \tfrac{1}{2}gt^2) = 16 - \tfrac{1}{2}9'8t^2 = 16 - 4'9t^2$$



❍ **Segunda bola**

Velocidad inicial = v_{02} = 20 m/s
Velocidad final = v = 0 m/s
Aceleración = - g = - 9'8 m/s.

El tiempo que tarda en llegar al suelo de nuevo será el doble del tiempo que tarda en llegar al punto más alto (v = 0 m/s), tiempo que calculamos :

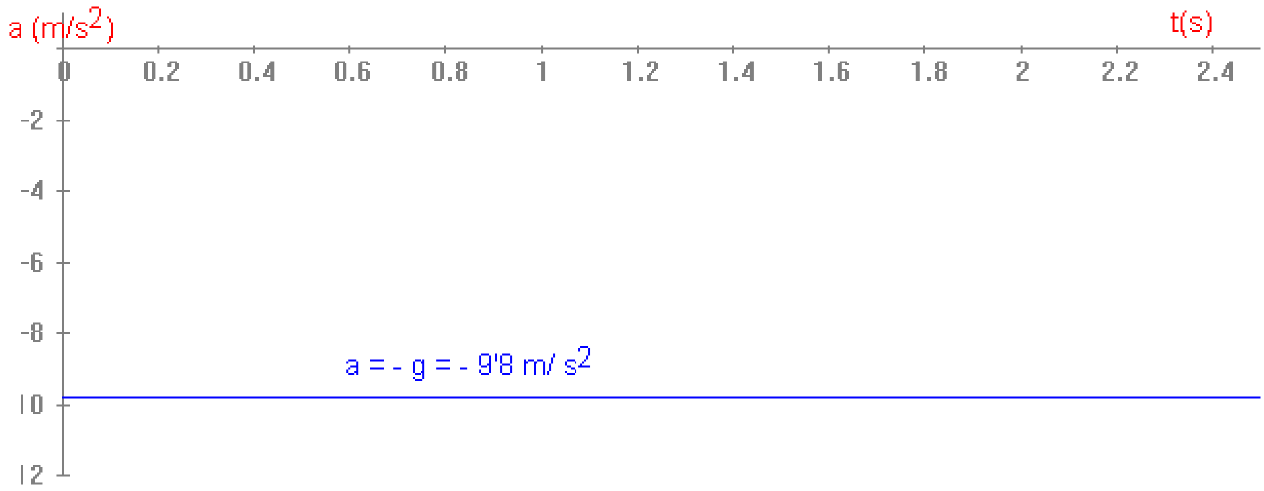
$$v = v_{02} - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_{02}-v}{g} = \frac{20-0}{9'8} = 2'04 \text{ s}$$

Luego llega al suelo en 2·t = 2· 2'04 = 4'08 s.

❁ Gráficas

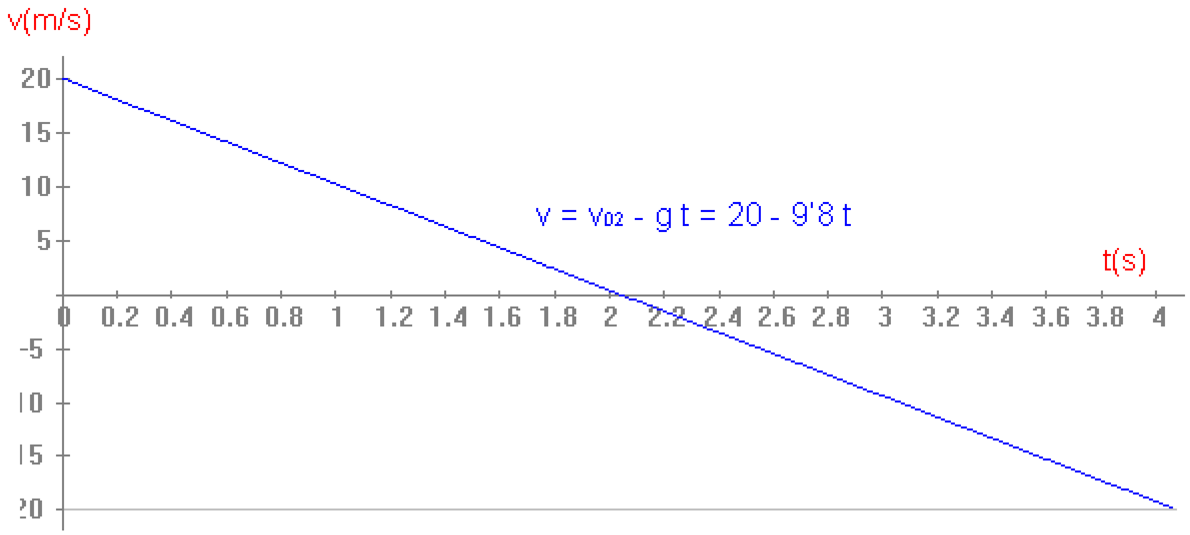
Aceleración - tiempo

Como para la anterior la aceleración es constante pero negativa, ya que la bola sube.



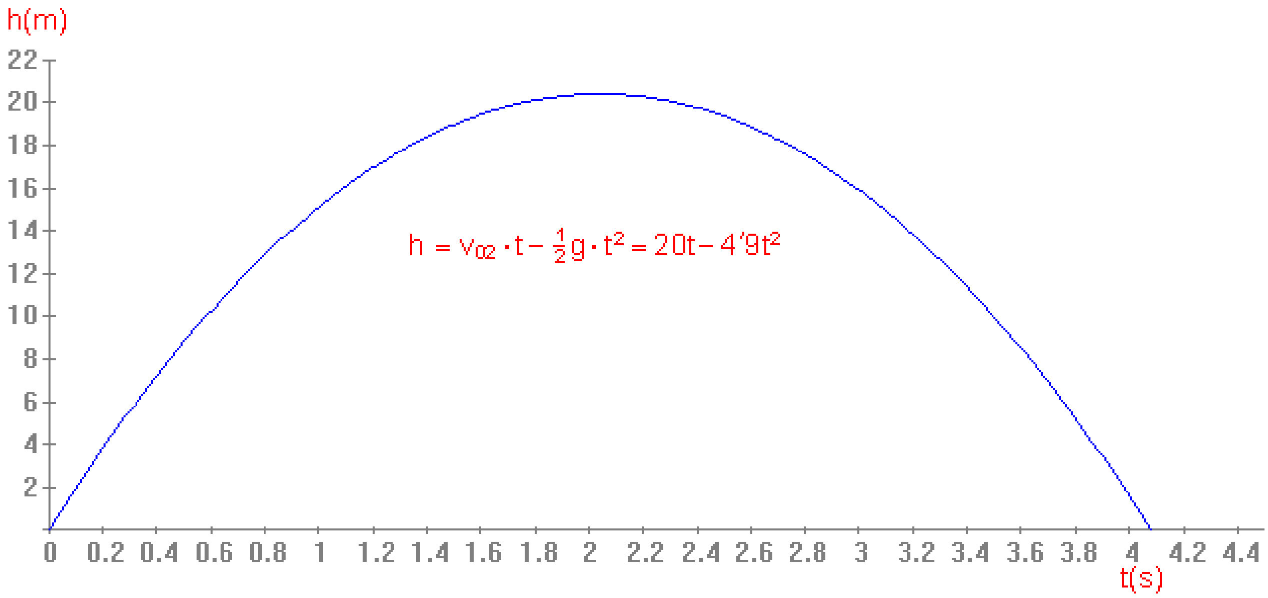
Velocidad - tiempo

$v = v_{02} - g\,t = 20 - 9'8\,t$



Espacio - tiempo

$$h = v_{02} \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = 20t - 4'9t^2$$



❍ Tercera bola

Velocidad inicial = v_{03} = 20 m/s .
Altura desde la que cae = h = 16 m.
Aceleración de caída = g = 9'8 m/s^2.

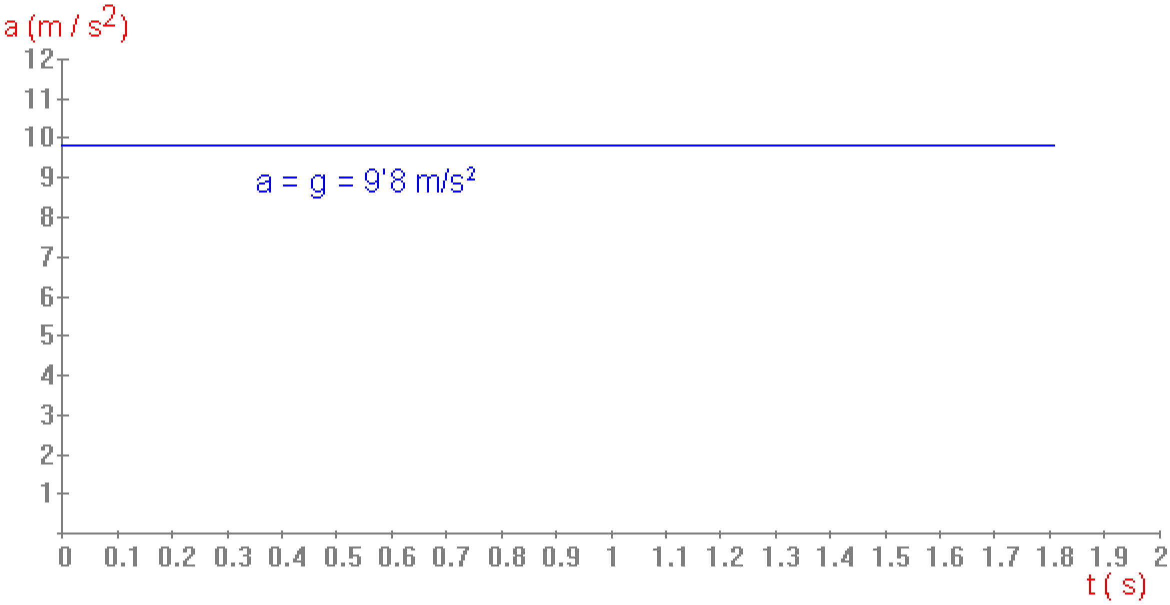
Para hallar el tiempo que tarda en llegar al suelo, usamos al ecuación del espacio recorrido o altura desde la que cae :

$$h = v_{03}t + \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 16 = 20t + 4'9t^2 \Rightarrow t = \frac{-20 \pm \sqrt{400 + 4 \cdot 16 \cdot 4'9}}{9'8} = \frac{-20 \pm 26'71}{9'8} = 0'69 \text{ s}$$

❁ Gráficas

Aceleración - tiempo

La aceleración es constante e igual a = g = 9'8 m/s^2

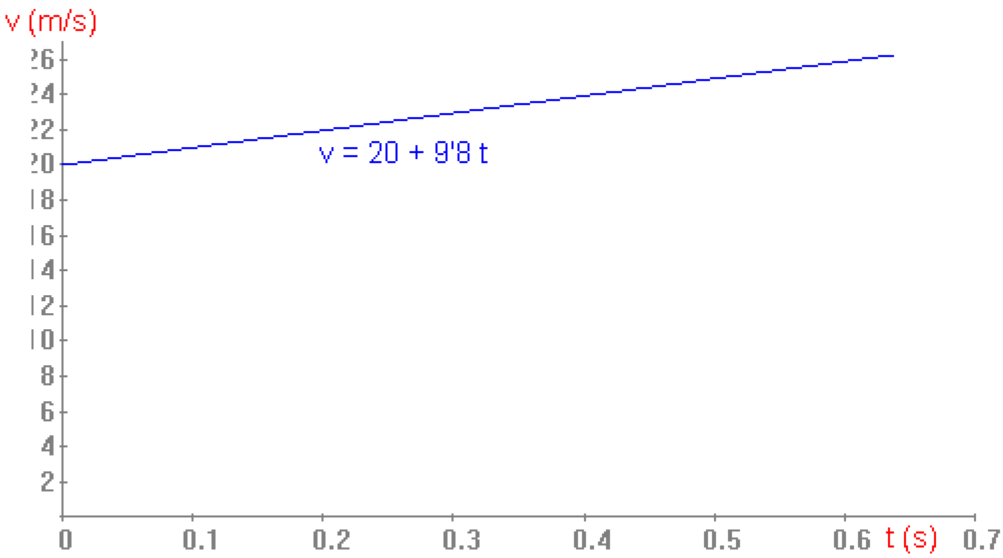


Velocidad - tiempo

La ecuación que relaciona la velocidad en cada instante con el tiempo es :

$$v = v_{03} + gt = g \cdot t = 20 + 9'8 \cdot t \text{ m/s}$$

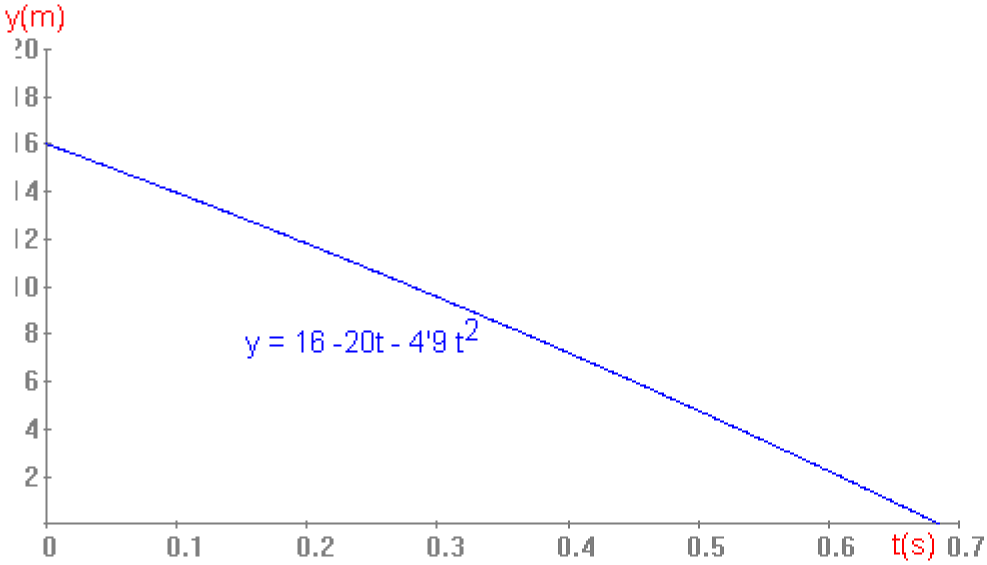
que representada es :



Espacio - tiempo

La ecuación que relaciona ambas magnitudes es :

$$y = h - (v_{03} \cdot t + \tfrac{1}{2} g \cdot t^2) = 16 - 20 \cdot t - \tfrac{1}{2} 9'8 \cdot t^2 = 16 - 20t - 4'9t^2$$



2 Demuestra que, si se lanza verticalmente hacia abajo un objeto desde cierta altura, con velocidad inicial v_0, la velocidad en cualquier punto, v, viene dada por la expresión:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot \Delta s}$$

siendo Δs la distancia recorrida por la bola.

Las ecuaciones de la velocidad y el espacio recorrido en función del tiempo son :

$$\begin{cases} v = v_0 + gt \\ \Delta s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$, si despejamos t de la primera y lo sustituimos en la 2ª :

$$t = \frac{v - v_0}{g}; \Delta s = v_0 \frac{v - v_0}{g} + \frac{1}{2} g \left(\frac{v - v_0}{g}\right)^2 = \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{g} + \frac{v^2 - 2v \cdot v_0 + v_0^2}{2g} \Rightarrow 2g\Delta s = 2v \cdot v_0 - 2v_0^2 + v^2 - 2v \cdot v_0^2 + v_0^2$$

reduciendo término, trasponiendo y despejando :

$$2g\Delta s = v^2 - v_0^2 \Leftrightarrow v^2 = v_0^2 + 2g\Delta s \Leftrightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2g\Delta s}$$

Cuestiones (Pág ❻❺)

1 Teniendo en cuenta la definición de radián, calcula a cuántos grados equivalen 1,5 radianes.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

$$\frac{2\pi \text{ radianes}}{360^0} = \frac{1'5 \text{ radianes}}{x} \Rightarrow x = \frac{360 \cdot 1'5}{2\pi} = 85^0 56' 37''$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

2 Sin hacer uso de la calculadora, indica a cuántos grados equivalen

$$\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3} \text{ y } 3\pi \text{ radianes}$$

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Como sabemos la equivalencia : 180º = π radianes, sustituimos :

π radianes = 180º

π/4 radianes = 180º/4 = 45º

2π/3 radianes = 2·180º/3 = 120º

3π radianes = 3 ·180º = 540º

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

3 Expresa en unidades S.I. las siguientes velocidades angulares:

3.000 r.p.m.
30 rad / min
36.000 rad /hr .

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

Utilizamos los factores de conversión :

$$3000 rpm = 3000 \ \frac{vueltas}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 314'16 \ \frac{rad}{s}$$

$$30 \ \frac{rad}{\text{min}} = 30 \ \frac{rad}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0'5 \ \frac{rad}{s}$$

$$36000 \ \frac{rad}{hr} = 36000 \ \frac{rad}{hr} \cdot \frac{1 \text{ hr}}{3600 \text{ s}} = 10 \ \frac{rad}{s}$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Cuestiones (Pág ❻❼)

1 Cita tres movimientos en los que la trayectoria sea una composición de movimientos.

◊◊◊▣▣◉▣▣◊◊◊

- Lanzamiento de un cuerpo con un cierto ángulo
- Cruzar un río con una barca.
- Dejar caer un objeto en un tren en marcha.

2 En la cuestión anterior, señala cuáles son esos dos movimientos.

- Un movimiento horizontal con velocidad cte. (mru) y otro vertical con aceleración cte (la de la gravedad = g) .
- El debido al de la barca (perpendicular a la corriente) y el de la corriente (perpendicular al de la barca).
- El de caída del cuerpo con aceleración = g y el del tren hacia delante(perpendicular al del objeto).

3 Lanzamos horizontalmente una piedra. ¿Qué trayectoria describe? ¿Eres capaz de descomponerla en dos movimientos?

La trayectoria es una parábola. En el primer apartado de la cuestión anterior se han especificado.

La representación sería :