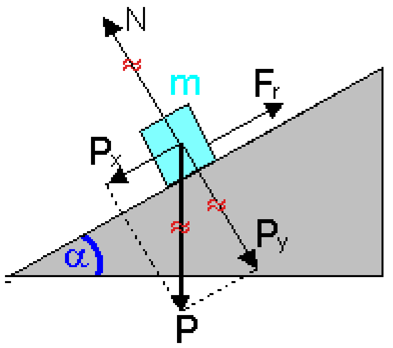
Cuestiones (Pág ❶❶❼)

1 Dibuja las fuerzas que actúan sobre un objeto que desciende por un plano inclinado si existe rozamiento.



◉ Dibujamos primero el peso del cuerpo (P = m·g) perpendicular a la superficie del suelo, que descomponemos en sus dos componentes : la componente paralela al plano $P_x = P \cos \alpha = m \cdot g \cos \alpha$, que "tira del cuerpo hacia abajo" y la componente perpendicular $P_y = P \operatorname{sen}\alpha = m \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha$, que se equilibra con la reacción normal del plano $N = P_y$.

◉ Por último colocamos la fuerza de rozamiento del cuerpo con la superficie del plano, contraria al movimiento $Fr = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = \mu \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{sen} \alpha$

2 Calcula el trabajo que realiza cada una de esas fuerzas al descender el objeto a lo largo del plano.

Como N y P_y son perpendiculares al desplazamiento (θ) **no realizan trabajo** (cos θ).

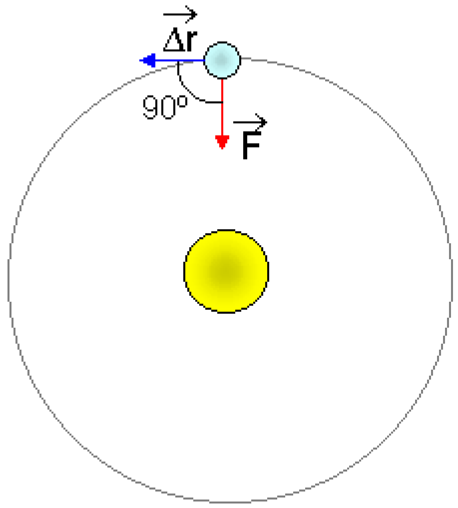
El trabajo realizado por P_x es :

$$W = P_x \cdot d \cdot \cos\theta = P_x \cdot d,$$ ya que el ángulo es θ = 0º.

El trabajo debido a las fuerzas de rozamiento (que se convierte en calor) es :

$$W = Fr \cdot d \cdot \cos\theta = \mu \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos 180^{o} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \operatorname{sen}\alpha$$, contrario al movimiento.

3 ¿Qué trabajo realiza la fuerza que el Sol ejerce sobre la Tierra cuando ésta se traslada alrededor del Sol?



La fuerza de atracción gravitatoria, Sol - Tierra en nuestro caso está dirigida hacia los cuerpos, y el desplazamiento en cada punto es perpendicular a la trayectoria, supuesta que describe una circunferencia, luego el ángulo formado por la fuerza y el desplazamiento es de 90º en cualquier instante y por tanto el trabajo es nulo (al ser cos90º = 0).

También podíamos razonar diciendo que al ser la fuerza de atracción gravitatoria una fuerza conservativa y el desplazamiento es cerrado (circular o elíptico) el trabajo es nulo, según el principio de conservación de la energía mecánica.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Cuestiones (Pág ❶❷❶)

1 Calcula la energía cinética que transfiere un martillo de 600 g de masa que golpea un clavo con una velocidad de 3 m / s si, tras el impacto, el martillo queda en reposo.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

m = 600 g = 0,6 kg
$\mathbf{v_1}$ = 3 m/s
$\mathbf{v_2}$ = 0 m/s

$$\Delta E_c = \tfrac{1}{2} m \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \tfrac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot (0 - 3^2) = \text{-2,7 J}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 En un caso real, ¿recibe el clavo toda la energía cinética que pierde el martillo? ¿La recibe en forma de energía cinética?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

No, parte de la energía cinética se convierte en calor que se disipa en el ambiente.

La energía recibida por el clavo se transforma en trabajo de penetración, venciendo la fuerza resistente del medio a la penetración.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

3 Se lanza un cuerpo de 1 kg por una superficie horizontal y se detiene tras recorrer 2 m. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,2, calcula la velocidad con que se lanzó el cuerpo.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

m = 1 kg.
d = 2 m
$\mathbf{v_0}$ = incógnita.
v = velocidad final = 0 m/s
μ = coeficiente de rozamiento = 0,2

Es un ejercicio de aplicación del teorema de las fuerzas vivas, el trabajo producido por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética del sistema (que se convierte en calor) :

$$W_{1\to 2} = \Delta E_c$$

La única fuerza que actúa es la de rozamiento, la hallamos primero :

$$Fr = \mu \cdot N = \mu \cdot P = \mu \cdot m \cdot g$$

Luego :

$$-Fr \cdot d = \tfrac{1}{2} m \cdot (v^2 - v_0^2) \Leftrightarrow -\mu \cdot m \cdot g \cdot d = -\tfrac{1}{2} m \cdot v_0^2 \Leftrightarrow \mu \cdot g \cdot d = \tfrac{1}{2} \cdot v_0^2$$

En donde hemos tenido en cuenta, que el ángulo que forman la fuerza de rozamiento Fr y el desplazamiento es 180º (sentido contrario) y que cos180º = -1, y que v = 0 (se para) y hemos simplificado la masa. Si despejamos la velocidad inicial :

$$v_0 = \sqrt{2\mu \cdot g \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 0,2 \cdot 9,8 \cdot 2} = 2,8 \text{ m/s}$$

También podemos resolverlo aplicando los principios de la dinámica, hallando la aceleración negativa :

$$Fr = ma;\ a = \frac{Fr}{m} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{m} = \mu \cdot g$$

Y aplicar la tercera fórmula del movimiento uniformemente retardado para hallar la velocidad inicial :

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Leftrightarrow 0 = v_0^2 - 2 \cdot \mu \cdot g \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{2\mu \cdot g \cdot d}$$

que es la misma fórmula que hemos obtenido por energías.

❁❁✪❁❁

Cuestiones (Pág ❶❷❸)

1 Demuestra que la ecuación de dimensiones de la energía potencial elástica coincide con la del trabajo.

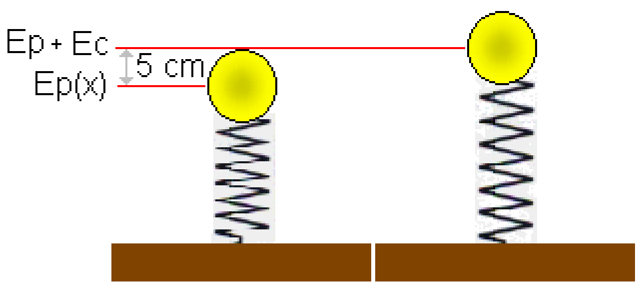
◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

$$[Ep] = \left[\tfrac{1}{2} \cdot k \cdot x^2\right] = [k] \cdot [x]^2;\ [k] = \left[\tfrac{F}{x}\right] \text{ luego } [Ep] = \frac{[F]}{[x]} \cdot [x]^2 = [F] \cdot [x] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = ML^2T^{-2}$$

que es la ecuación de dimensiones del trabajo (y la energía).

❁❁✪❁❁

2 Resuelve de nuevo el problema del ejemplo suponiendo que el resorte se coloca en posición vertical sobre la mesa y se lanza la esfera verticalmente hacia arriba.



◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

El cálculo de la constante no varía :

$$k = \frac{F}{x} = \frac{m \cdot g}{x} = \frac{0,5 \cdot 9,8}{0,1} = 49 \text{ N/m}$$

Al comprimir el resorte x = 5 cm = 0,05 m, se realiza un trabajo que aumenta la energía potencial de este :

$$Ep(x) = \frac{1}{2}k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 0,05^2 = 0,061J$$

Cuando colocamos la bola y soltamos el resorte esta energía potencial elástica se transforma al estirarse los 5 cm en suma de las energías potencial (respecto de la posición comprimida que consideramos el cero) gravitatoria y cinética de la bola (aquí reside la diferencia, en que si el desplazamiento es horizontal, la variación de energía potencial es nula ya que esta depende de la variación de la altura y los puntos inicial y final están a la misma altura), es la aplicación del teorema de conservación de la energía mecánica a los puntos en que está comprimido el resorte y al punto en que sale la bola, ver el dibujo anterior :

$$Ep(x) = Ep+Ec \Leftrightarrow Ep(x) = mgh + \frac{1}{2}m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(Ep(x)-mgh}{m}} = \sqrt{\frac{2(0,061-0,025 \cdot 9,8 \cdot 0,05)}{0,025}} = 1,97 \text{ m/s}$$

Evidentemente menor pues parte de la energía que antes se convertía en cinética ahora se convierte en energía potencial.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Cuestiones (Pág ❶❷❹)

1 ¿Cómo podrías demostrar que la fuerza de rozamiento no es conservativa?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

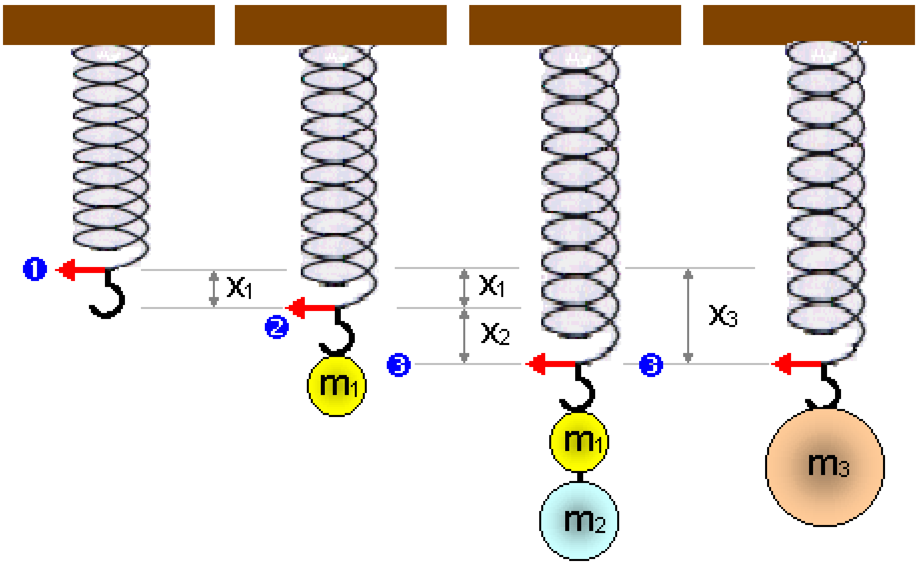
Haciendo que dos cuerpos recorran la misma altura pero por dos caminos distintos:
Uno en caída libre desde una altura h.
Otro por un plano inclinado con rozamiento, de altura h.

Si las fuerza implicadas son conservativas, las energías cinéticas al final de esa altura h deberían ser iguales, pues el trabajo de las fuerzas conservativas no de pende del camino, lo cual se puede comprobar que no se cumple sin más que medir la velocidad con que llegan a ese punto.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

2 Diseña una experiencia que permita comprobar que la fuerza elástica es conservativa.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



Podemos plantear un experimento con el dinamómetro:

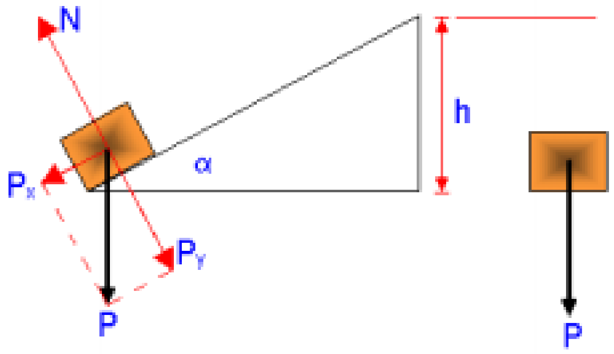
- Colgar un peso de masa m_1 y anotar el alargamiento x_1.
- Cuando se haya alcanzado el equilibrio, añadimos otra masa m_2 y anotamos el alargamiento respecto a la posición de equilibrio anterior x_2.
- Por último retiramos ambas masas y suspendemos una masa m_3, suma de las dos anteriores ($m_3 = m_1 + m_2$).

La suma de los alargamiento $x_1 + x_2$ ha de ser igual a x_3, ya que si es conservativa el trabajo o energía de la Fuerza conservativa, la elástica no depende del camino sino de los valores inicial y final:

En el primer caso hemos ido al punto ❸ en dos pasos, primero al punto ❷ y después al ❸, en el segundo directamente de ❶ a ❸ . El alargamiento, que nos mide la energía potencial de la masa y por tanto del trabajo de estiramiento, es el mismo en ambos casos.

❋ ❋ ❋ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❋ ❋ ❋

3 Si la fuerza gravitatoria es conservativa, ¿por qué utilizamos un plano inclinado para elevar un objeto a cierta altura, en vez de elevarlo verticalmente?



◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Aunque la energía potencial que hay que vencer es la misma y por tanto el trabajo a realizar, no es igual la fuerza (el esfuerzo físico) que hemos de emplear, pues, como puede apreciarse en el dibujo adjunto :

Si un cuerpo de masa m lo elevamos a una altura h verticalmente, tenemos que hacer una fuerza igual a su peso P = m · g.

Pero si lo elevamos por un plano inclinado, la fuerza que hemos de hacer (en ausencia de rozamiento) es igual a la componente horizontal del peso $P_x = P \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$, y como al ser $0º < \alpha < 90º$, el sen α siempre es menor que la unidad, $P_x < P$, tanto menor cuanto menor sea el valor del ángulo.

✳✳✳❁❁✪❁❁✳✳✳

4 Calcula el trabajo que realizas en cada caso en la cuestión anterior, si el plano tiene 37° y la altura que hay que salvar es de 2 m.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

◈ Elevación vertical

Trabajo = variación de energía potencial (y de signo contrario)

$$W = m \cdot g \cdot h = 2mg \text{ J}$$

◈ Elevación por el plano inclinado de longitud l

Como P_y y N son perpendiculares al desplazamiento, no producen trabajo, el trabajo debido a la fuerza P_x es :

$$W = P_x \cdot l = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha \cdot l$$

pero sen $\alpha = h / l$, que sustituyendo nos da :

$$W = m \cdot g \cdot (h/l) \cdot l = m \cdot g \cdot h = 2mg \text{ J}$$

El mismo trabajo que en el caso anterior

✳✳✳❁❁✪❁❁✳✳✳

5 ¿Qué ocurre con la energía mecánica de una pelota que, dejada caer libremente, rebota varias veces y acaba por detener su movimiento?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Que se va perdiendo al transformase, debido al rozamiento con el aire y suelo, en calor, y llega un momento en que se hace nula y la pelota se para.

✳✳✳❁❁✪❁❁✳✳✳

6 Desde 2 m de altura dejamos caer una bola de 100 g sobre un resorte que se comprime 5 cm. Calcula la velocidad con que saldrá despedida la bola cuando el resorte se distienda. ¿Qué energía mecánica posee el sistema formado por la bola y el resorte cuando

soltamos la bola, cuando ésta alcanza al resorte, cuando el resorte está comprimido 5 cm y cuando la bola deja de estar en contacto con el resorte?

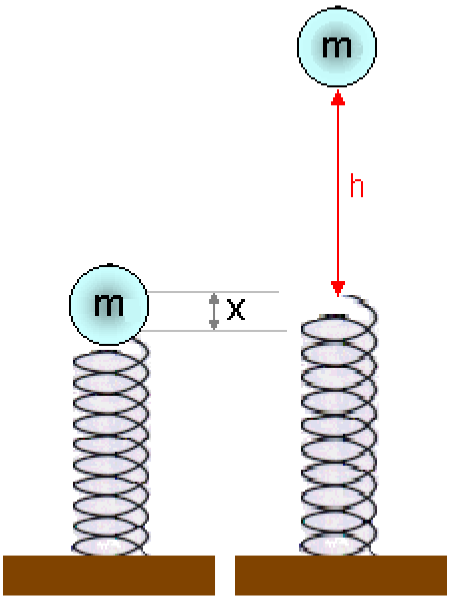
◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

La energía potencial de la bola a una altura de 2 m se transforma en trabajo de compresión del resorte que acumula energía potencial elástica, en ausencia de rozamiento, a su vez se transforma en energía cinética que impulsa la bola hacia arriba, luego

$Ep = m \cdot g \cdot h = 0{,}1\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 2\ m = 1{,}96\ J$

$Ep = Ep(x) = Ec = m \cdot v^2/2$, luego despejando la velocidad :

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot Ep}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}96}{0{,}1}} = 6{,}26\ m/s$$



❉ Cuando soltamos la bola el sistema sólo posee energía potencial de la bola, pues la energía potencial elástica del resorte es nula al estar en su posición de reposo y la energía cinética de la bola es nula por carecer de velocidad.

❉ Cuando la bola alcanza el resorte toda la energía potencial se ha transformado en cinética y la energía potencial elástica aún es nula.

❉ Cuando el resorte está comprimido 5 cm, la energía potencial elástica es máxima (igual a la energía potencial de la bola arriba) y la Ep y Ec nulas.

❉ Cuando la bola sale impulsada hacia arriba por el resorte, la energía es cinética, la Ep y Ep(x) son nulas.

✳✳✳❁❁✪❁❁✳✳✳

Cuestiones (Pág ❶❷❼)

1 ¿Qué cantidad de energía consume al mes una estufa cuya potencia es de 2 kW, si funciona 5 horas diarias?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

P = 2 kW = 2 000 W
t = 5 hr = 5 · 3 600 s/hr = 18 000 s

P = W / t W = P · t = 2 000 W · 18 000 s = 36 000 000 J

✳✳✳❁❁✪❁❁✳✳✳

2 Localiza en el recibo que pagas cada dos meses a la compañía que te suministra la corriente eléctrica la potencia que tienes instalada en tu casa y el consumo de energía que realizas. Con esos datos, y teniendo en cuenta el coste de cada una de las dos partidas (potencia instalada y energía consumida), analiza el porcentaje que supone n los gastos fijos sobre l importe total del recibo,:

Potencia contratada = Pc =5, 5 Kw
Energía consumida = E = 400 kWh

Costes :

☒ P. contratada = Cp = 5,5 kW x 2 meses x 139,4348 cent. d /kW · mes = 15,34 d

☒ Energía consumida = Ce = 400 kWh · 7,9213 cent. d / kWh = 31,69

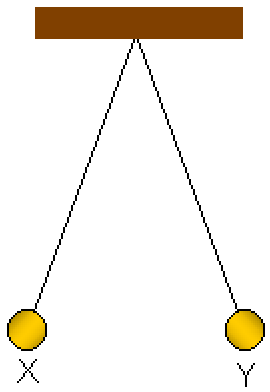
$$Porcentaje = \frac{Cp}{Cp+Ce} \cdot 100 = \frac{15{,}34}{15{,}34+31{,}69} \cdot 100 = 32'62\ \%$$

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

Cuestiones (Pág ❶❸⓿)

1 La figura muestra un péndulo simple que oscila alrededor de un punto fijo. Los puntos X e Y son los límites de la oscilación. Señala cuál de las respuestas que siguen es correcta cuando el péndulo se encuentra e n X:

a) La energía cinética es mínima y la potencial, máxima
b) La energía cinética es nula, al igual que la potencial.
c) La energía cinética es máxima y la potencial, mínima.
d) Las energías cinética y potencial son iguales y distintas de cero.



Si el punto X es el extremo de la oscilación es porque la velocidad es nula ya que en caso contrario seguiría desplazándose hacia la izquierda, luego la energía cinética es mínima (nula) y la potencial es máxima, ya que ha de cumplirse el teorema de conservación de la energía mecánica, es decir toda la energía mecánica está en forma de energía potencial ya que la negra cinética es nula al no tener velocidad .

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

2 ¿Cuál de las definiciones que siguen define el valor numérico de la potencia?:

a) Velocidad por unidad de masa.
b) Trabajo por unidad de tiempo.
c) Energía por unidad de longitud.
d) Fuerza por unidad de tiempo.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

b) Es el trabajo por unidad de tiempo, cuanto más trabajo se realiza en el mismo intervalo temporal, más “ potente” es la máquina, o la persona .

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

3 ¿En cuál de los siguientes pares de magnitudes se han incluido un escalar y un vector?

a) Distancia recorrida. Tiempo.
b) Potencia. Energía potencial.
c) Fuerza. Aceleración.
d) Trabajo. Velocidad.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

d) Trabajo (escalar) , velocidad (vector).

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

4 Dos objetos de la misma naturaleza, uno de doble masa que el otro, se deslizan, desde el mismo punto y ala vez, por un plano inclinado. Si ambos parten del reposo, señala cuál de las magnitudes que se indican tiene el mismo valor para ambos objetos:

a) La cantidad de movimiento con que llegan a la base del plano.
b) La energía cinética con que llegan a la base del plano.
c) La energía potencial que poseen antes de iniciar el movimiento.
d) La velocidad con que llegan ala base del plano.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Hallemos la energía potencial de ambos cuerpos en la parte superior del plano inclinado :

$$Ep_1 = m \cdot g \cdot h \text{ y } Ep_2 = 2m \cdot g \cdot h$$

Como, según el teorema de conservación de energía mecánica, esta energía potencial arriba ha de ser igual a la energía cinética en la parte inferior, podemos saber las velocidades con que llegan ambos cuerpos abajo :

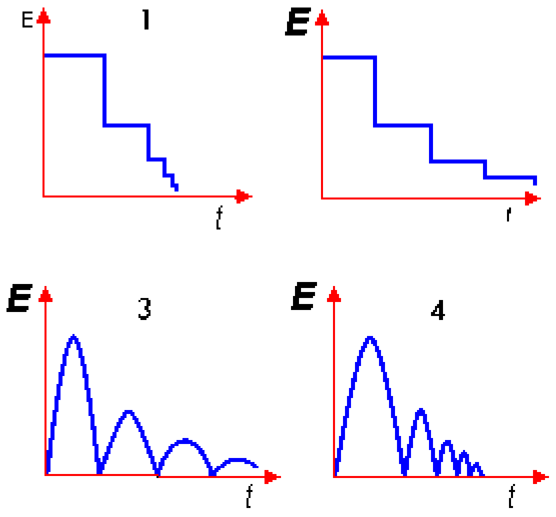
$$Ep_1 = Ec_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g \cdot h}$$

$$Ep_2 = Ec_2 \Rightarrow 2m \cdot g \cdot h = \tfrac{1}{2} 2m \cdot v_1^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g \cdot h}$$

Luego aunque las energías potencial y cinética son distintas, llegan con la misma velocidad al final del plano inclinado, respuesta correcta **d).**

Si tiene la misma velocidad no puede ser igual la cantidad de movimiento, ya que es el producto de masa por velocidad y las masa son diferentes (una el doble de la otra).

5 Desde cierta altura, h, se deja caer libremente una pelota de goma, que, tras golpear en el suelo, rebota y alcanza una altura, h', menor. Si el proceso se repite varias veces, ¿cuál de los gráficos siguientes representa cómo varía la energía mecánica total de la pelota en función del tiempo?



Hasta que choca con el suelo la energía mecánica se conserva (despreciando el rozamiento con el aire), al chocar con el suelo pierde energía por rozamiento y la energía que le queda se mantiene hasta que vuelve a chocar de nuevo de suelo (lo que ocurre en un intervalo temporal menor, ya que la energía perdida hace que suba a menor altura en el 2º bote) y así sucesivamente los intervalos de energía constante se van haciendo menores y la energía mecánica va disminuyendo, la opción que mejor se ajusta es la **1).** En la 2ª los y intervalos de energía constante son iguales lo que no es posible y en la **3)** y **4)** la energía mecánica varia entre bote y bote hasta anularse lo que tampoco es posible pues se conserva (supuesto nulo el rozamiento con el aire).

EJERCICIOS

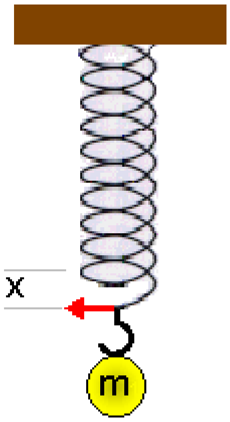
6 Dejamos caer libremente un objeto de 50 g desde 10 m de altura. Despreciando rozamientos, su energía mecánica, medida en joule, al llegar al suelo es:

a) 0 **b)** 2,5 **c)** 4,9 **d)** 4.900

m = 50 gr = 0,05 kg
h = 10 m

Em = Ep(arriba) + Ec(arriba) = Ec(suelo) + Ep (suelo) = Ep (arriba) = m · g · h = 0,05 · 9,8 · 10 = 4,9 J, repuesta correcta la **c).**

❊ ❊ ❊ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❊ ❊ ❊



7 Un resorte que cumple la ley de Hooke se alarga 4 cm cuando aplicamos sobre él una fuerza de 100 N. ¿Cuál es la energía, en joule, que almacena el resorte en esas condiciones?:

a) 0,08 **b)** 2 **c)** 4 **d)** 400 I

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

x = 4 cm = 0,04 m.
F = 100 N.

Aplicando la ley de Hooke, hallamos la constante del resorte :

$$F = k \cdot x \Leftrightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{100\ \text{N}}{0{,}04\ \text{m}} = 2500\ \text{N/m}$$

La energía almacenada es igual a la energía potencial elástica que adquiere el resorte al comprimirse :

$$E = Ep(x) = \tfrac{1}{2}k \cdot x^2 = \tfrac{1}{2}2500\ \tfrac{N}{m} \cdot 0{,}04^2 m^2 = 2\ \text{N} \cdot m = 2\ \text{J}$$

Respuesta correcta la **b).**

❊ ❊ ❊ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❊ ❊ ❊

8 En invierno, una vivienda unifamiliar pierde 356 millones de joule de energía al día, al no ser un sistema físico aislado. Calcula cuántos kW h necesitamos aportar a la vivienda en forma de calefacción para que la temperatura se mantenga a lo largo del día.

◈ ◈ ◈ ▣ ▣ ◉ ▣ ▣ ◈ ◈ ◈

Transformamos la energía en J en kW ·hr :

$$E = 356 \cdot 10^6\ \text{J} \cdot \frac{1\text{kW}\cdot hr}{3{,}6\ 10^6\ \text{J}} \simeq 99\ \text{kW} \cdot \text{hr}$$

❊ ❊ ❊ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❊ ❊ ❊

PROBLEMAS

9 Se deja caer desde 20 m de altura una bola de 1 kg de masa que, al chocar con el suelo, rompe una baldosa y rebota hasta alcanzar 15 m de altura. Si sigue rebotando,

¿cuántas baldosas romperá, si suponemos que no existen pérdidas de energía (salvo la que se utiliza para romper la baldosa) Calcula el trabajo que se realiza al romper una baldosa.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Calculemos primero el trabajo realizado al romper la baldosa, que será igual a la diferencia entre la energía potencial a la altura de 20m (h_0) y la energía potencial después de romperla (h_1), a 15 m :

$$W = \Delta E_p = Ep_0 - Ep_1 = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g(h_0 - h_1) = 1\text{kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (20-15)m = 49\text{J}$$

Seguirá rebotando hasta que agote la energía mecánica rompiendo baldosas, es decir :

Después del primer bote todavía posee una energía :

$$Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 1 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 15 \text{ m} = 147 \text{ J}$$

En el choque rompe una baldosa y pierde 49 J de energía, la equivalente a 5 m de altura, luego sólo sube hasta 10 m, baja, rompe la tercera baldosa y pierde la energía correspondiente a 5m, luego sólo sube hasta 5 m, baja y rompe la cuarta baldosa perdiendo toda su energía.

Rompe pues 4 baldosas.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

10 Lanzamos un objeto desde la base de un plano inclinado que forma un ángulo de 37° con la horizontal. Si la velocidad con que lo lanzamos es de 2 m /s y el coeficiente de rozamiento entre el objeto y el plano es 0,3, calcula la distancia que recorrerá sobre el plano.

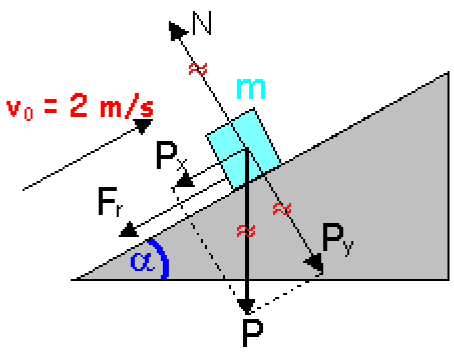
◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

α= 37º

v_0 = 2 m/s

μ = 0,3

El diagrama de fuerzas que actúan se muestra en la figura adjunta, si aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica podemos hallar la aceleración que se opone a que suba el cuerpo :



$$Px + Fr = - m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot sen\alpha + \mu N = -m \cdot a \Leftrightarrow m \cdot g.sen\alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = -ma$$

Ya que $P_x = P \cdot sen\alpha$ y $Fr = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$

Simplificando la masa y despejando la aceleración:

$$m(\cdot g.sen\alpha + \mu \cdot g \cdot \cos\alpha) = -ma$$

$$a = -(g \cdot sen\alpha + \mu \cdot g \cdot \cos\alpha) = -(9,8 \cdot sen37^0 + 0,3 \cdot 9,8 \cdot \cos 37^0) = -8,25 \text{ m/s}^2$$

Una vez hallada la deceleración, como conocemos las velocidades inicial y final, podemos hallar el espacio recorrido sobre el plano usando la ecuación de la cinemática :

$$v^2 = v_0^2 + 2as \Rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0-2^2}{-2 \cdot 8,25} = \frac{4}{16,5} = 0,24m = 24 \text{ cm}$$

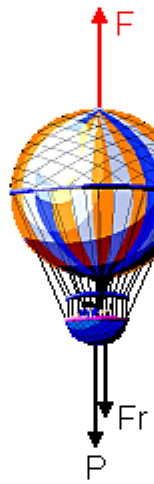
❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

1 1 Calcula el trabajo que realizan las fuerzas que actúan sobre un globo de 400 kg que asciende verticalmente con una aceleración de 0,2 m / s^2. ¿ Qué fuerza impulsa verticalmente el globo hacia arriba ? Considera que existe una fuerza de rozamiento con el aire de 1 .000 N.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Creo que me falta un dato. puedo hallar la fuerza ascensional F debida al principio de Arquímides, como se especifica a continuación, pero calcular el trabajo necesito o un tiempo o un espacio.

El diagrama de fuerzas que intervienen se muestra en la figura el peso (P) y la fuerza de rozamiento del aire (Fr) hacia abajo, contrarias al movimiento y la fuerza ascensional F, (consecuencia del principio de Arquímides) hacia arriba, aplicando la ecuación fundamental de la dinámica :



F - P - Fr = m ·a ⇔ F = m·a + P + Fr = m ·a + m ·g + Fr

F = 400·0,2 + 400 ·9,8 + 1 000 = 5 000 N

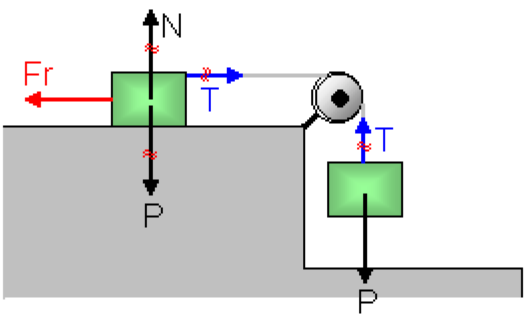
Si esta fuerza se ejerce en un desplazamiento d, el trabajo sería :

W = F · d = 5000 · d J.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

1 2 ¿Con qué velocidad llega al suelo el bloque que cuelga, si el coeficiente de rozamiento es μ y la altura desde la que desciende es h ? Las dos masas son iguales.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



El diagrama de las fuerzas que intervienen, se muestra en la figura adjunta en el que puede apreciarse que después de quitar las fuerzas que se neutralizar la resultante de fuerzas que actúan sobre el sistema son : El peso de la masa que cuelga y la fuerza de rozamiento de la masa que está en el plano sobre este.

Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica :

$$\Sigma F = m_s \cdot a \Leftrightarrow P - Fr = m_s \cdot a$$

Si sustituimos el peso P = m ·g y Fr = μ · N = μ · P = μ · m · g, tenemos :

$$m \cdot g - \mu \cdot m \cdot g = 2m \cdot a \Leftrightarrow m(g - \mu \cdot g) = m \cdot 2a \Leftrightarrow g - \mu \cdot g = 2a \Rightarrow a = \frac{g}{2}(1-\mu)$$

❋ ❋ ❋ ❁ ❁ ✪ ❁ ❁ ❋ ❋ ❋

13 Desde lo alto de una torre de altura h lanzamos tres pelotas idénticas con la misma velocidad inicial v, pero en direcciones distintas: una vertical hacia arriba, otra horizontal y la tercera vertical hacia abajo. Suponiendo despreciable el rozamiento con el aire, calcula:

a) La energía cinética con que llega cada una a la base de la torre.

b) El instante en que llega al suelo cada una.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

a) La pelota que sube lo hace hasta que toda la energía cinética se convierte en potencial, se detiene y comienza a caer, pasa por el punto de lanzamiento a la misma velocidad con que se lanzó (en el caso ideal que despreciamos las pérdidas de energía por el rozamiento) y llega al suelo con la misma energía cinética que las otras dos, ya que le lanzan desde el mismo punto y con la misma velocidad inicial, según el principio de conservación de la energía ha de ser la misma en el suelo ya que la energía potencial es nula (por convenio) y la energía mecánica inicial se ha convertido en cinética, para las tres igual.

Velocidad al llegar al suelo :

$$v_s^2 = v^2 + 2gh \Leftrightarrow v_s = \sqrt{v^2 + 2gh} \text{ m/s}$$

Energía cinética al llegar al suelo (de las tres) :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_s^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 + 2gh) \text{ J}$$

b) La segunda y tercera bola llegan al suelo al mismo tiempo, ya que recorren el mismo espacio vertical (la altura h) :

$$v_s = v + g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_s - v}{g} = \frac{\sqrt{v^2+2gh}}{g} \text{ s}$$

La primera bola tarda en llegar al punto más alto :

$v_1 = v_{01} - gt \Rightarrow t = \frac{v_{01} - v_1}{g} = v/g$ s, ya que la velocidad en el punto más alto $v_1 = 0$ y $v_{01} = v$

En volver a pasar por el punto de lanzamiento, al bajar, tarda el mismo tiempo, luego el tiempo que tarda en llegar al suelo es la suma de esos tres tiempos :

$$t_1 = \frac{2v}{g} + \frac{\sqrt{v^2+2gh}}{g} = \frac{2v+\sqrt{v^2+2gh}}{g} s$$

✻ ✻ ✻ ❆ ❆ ✪ ❆ ❆ ✻ ✻ ✻

14 En el problema 10, ¿qué ocurre con el objeto cuando se detiene sobre el plano inclinado? ¿Se pone de nuevo en movimiento? Si es así ¿con qué velocidad llega de nuevo ala base del plano inclinado?'

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

Depende de la relación entre la componente paralela al plano del peso, que tiende a a hacerlo deslizarse hacia abajo y la fuerza de rozamiento que se opone al movimiento :

P_x = P·senα = m·g · sen 37º = 5,898m N
Fr = μ·N = μ·P_y = μ· m·g· cos α = 0,3 · m · g · cos 37º = 2,34m N

Como P_x = 5,898m N > Fr = 2,34m N, el cuerpo se desliza en sentido contrario hacia abajo. Para conocer la velocidad con que llega abajo (hemos visto en problema nº 10 que tiene que recorrer un espacio de s = 24 cm = 0,24 m) hemos de hallar la aceleración del movimiento aplicando la ecuación fundamental de la dinámica, al sistema :

$\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow Px - Fr = ma \Leftrightarrow m\ g\ sen\alpha - \mu$ m g cosα = m a$\Leftrightarrow m$ g (senα-μcosα) = m a , luego
a = g (sen α - μ cos α) = 9,8 (sen 37º - 0,3 cos 37º) = 3,55 m /s².

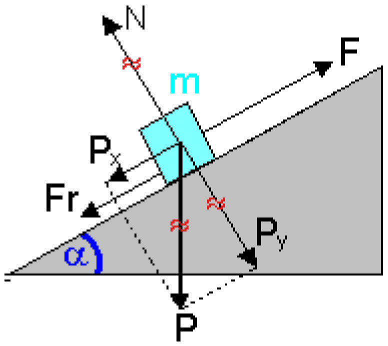
Conocida la aceleración, como la velocidad inicial es nula, la velocidad al recorrer el espacio s = 0,24 m es :

$$v^2 = v_0^2 + 2\ a\ h \Rightarrow v = \sqrt{2ah} = \sqrt{2 \cdot 3,55 \cdot 0,24} = 1,3 \text{ m/s}$$

✻ ✻ ✻ ❆ ❆ ✪ ❆ ❆ ✻ ✻ ✻

15 Un objeto de 200 g se encuentra en reposo sobre un plano inclinado 37°. Si el coeficiente de rozamiento del objeto con el plano es 0,8, calcula el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto si aplicamos una fuerza horizontal de 10 N y el objeto asciende por el plano 2 m.

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈



El esquema de las fuerzas que actúan se muestra en la figura adjunta :

Las fuerzas N y Py que son perpendiculares al movimiento no realizan trabajo ya que co90º = 0. Hallamos el trabajo que realizan el resto de las fuerzas :

La fuerza F realiza un trabajo :

$$W_F = \vec{F} \cdot \vec{r} = F \cdot s \cdot \cos(\vec{F} \wedge \vec{r}) = F \cdot s \cdot \cos 0^0 = F \cdot s =$$

= 10 N · 2 m = 20 J.

La componente paralela al plano del peso Px realiza un trabajo :

$$W_{Px} = \vec{Px} \cdot \vec{r} = Px \cdot s \cdot \cos(\vec{Px} \wedge \vec{r}) = mgsen\alpha s cos 180^0 = 0,2 \cdot 9,8 \cdot sen 37^0 \cdot \cos 180^0 =$$
$$= -1,18 \text{ J.}$$

La fuerza de rozamiento realiza un trabajo :

$$W_{Fr} = \vec{Fr} \cdot \vec{r} = Fr \text{ s } \cos(\vec{Fr} \wedge \vec{r}) = \mu \text{ m g } \cos\alpha \text{ s } \cos 180^0) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 9,8 \cdot \cos 37^0 \cdot (-1) =$$
$$= -1,25 \text{ J}$$

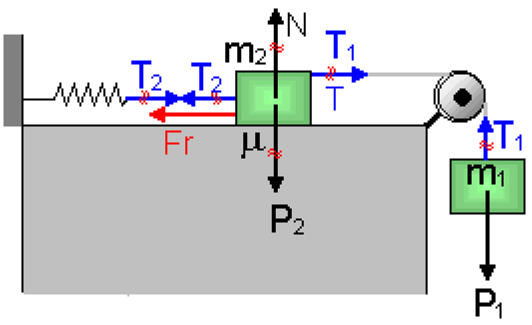
El peso realiza el mismo trabajo que su componente P_x ya que la otra realiza un trabajo nulo por ser perpendicular al desplazamiento.

✻ ✻ ✻ ❆ ❆ ✪ ❆ ❆ ✻ ✻ ✻

16 En el dispositivo de la figura, el resorte tiene una constante elástica k y el coeficiente de rozamiento de la masa m_2 con la mesa es μ. ¿Cuál es la expresión que proporciona el alargamiento máximo del resorte, si en el instante inicial el resorte está distendido y dejamos que el sistema evolucione de forma espontánea?

◈◈◈▣▣◉▣▣◈◈◈

El esquema o diagrama de fuerzas se representa en la figura.



La fuerza que hace que el muelle se estire es la tensión T_2, para poder hallar el alargamiento mediante la ley de Hooke necesitamos conocer el valor de esta fuerza pero como no conocemos la aceleración del sistema no podemos despejarla, tenemos que recurrir a razonar en término energéticos :

Como el muelle está distendido la única energía que inicialmente posee el sistema es la potencial del cuerpo m_1, sis dejamos que el sistema evolucione libremente esta energía potencial se ira transformando en energía que se pierde por la fuerza de rozamiento con el plano Fr y el resto se transforma en energía potencial elástica que va distendiendo el muelle hasta que la suma de estas dos últimas igualan la energía potencial inicial del sistema y el sistema se detiene. Como suponemos las cuerdas de unión inextensibles la altura que baje el cuerpo de masa m_1 hasta alcanzar el equilibrio será igual a la distancia que recorre el cuerpo de masa m_2, sobre el plano horizontal, e igual también a la longitud que se estira el muelle. Si llamamos a estas tres longitudes x, aplicando el principio de conservación tendremos :

E potencial de la masa m_1 = perdida de energía por rozamiento en la distancia x + aumento de la energía potencial elástica del muelle.

Sustituyendo :

$$m_1\, g\, x = Fr \cdot x + \tfrac{1}{2}kx^2$$

Ya que el trabajo de la fuerza de rozamiento es igual a la fuera por desplazamiento al ser el ángulo 180º y esta energía perdida.

Si simplificamos, sustituimos $Fr = \mu\, N = \mu\, Py = \mu\, m_2\, g$ y despejamos x tenemos :

$$m_1\, g\, x = x\,(Fr + \tfrac{1}{2}kx) \Leftrightarrow m_1 g = \mu m_2 g + \tfrac{1}{2}kx \Leftrightarrow x = \frac{2(m_1 g - \mu m_2 g)}{k}$$

Expresión que nos proporciona el máximo alargamiento del muelle en función de datos conocidos (las dos masas, y las constantes g, k y μ).

❋❋❋❁❁❂❁❁❋❋❋