Problemas para entrenarse

① *Un vibrador conectado al extremo de un cable tiene una frecuencia de 30 Hz. Si la velocidad de propagación de la perturbación por el cable es 10 m/s, ¿cuál es el valor de la longitud de onda de la onda transmitida?*

f = 30 Hz.
v = 10 m/s.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}\,\text{m} = 0{,}\widehat{3}\ \text{m}$$

② *Un órgano emite un sonido de 5 000 Hz. ¿Cuál es la longitud de onda?*
Dato: velocidad del sonido en el aire, 340 m/s.

f = 5 000 Hz.
v = 340 m/s.

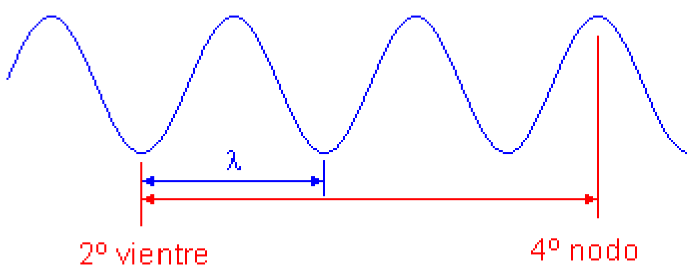
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{5000} = 0{,}068\,\text{m}$$

③ *El oído humano percibe los sonidos cuyas frecuencias están comprendidas entre 16 Hz y 20 000 Hz. Calcular las longitudes de onda correspondientes a estas frecuencias en el aire.*

f_1 = 16 Hz.
f_2 = 20 000 Hz.
v = 340 m/s.

$$\left\{\begin{array}{l} \lambda_1 = \dfrac{v}{f_1} = \dfrac{340}{16} = 21{,}25\,\text{m} \\ \lambda_2 = \dfrac{v}{f_2} = \dfrac{340}{20000} = 0{,}017\,\text{m} \end{array}\right\}$$

④ *Hallar la longitud de onda de un movimiento ondulatorio sabiendo que la distancia entre el segundo vientre y el cuarto nodo es 40 cm.*



Como vemos en el dibujo 2,5λ = 40 cm, luego: $\lambda = \dfrac{40}{2{,}5} = 16$ m

⑤ *Un diapasón oscila con una frecuencia de 440 Hz. Calcular la longitud de onda en el aire del sonido que produce.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} = 0{,}7\overline{72}\ \text{m}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

⑥ *Se somete a una tensión de 25 N a una cuerda de 2 m de longitud y 20 g de masa. Calcular la velocidad de las ondas transversales que se propagan por dicha cuerda.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

T = 25 N.
Densidad lineal de masa = 0,02 Kg/ 2 m = 0,01 kg/m.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{25}{0{,}01}} = 50\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

⑦ *Una onda está descrita por la ecuación: y = 4 senπ (5t - 2x) Estando x e y expresadas en cm y t en segundos, hallar:*

a) *El período de vibración de las partículas alcanzadas por la onda.*
b) *La frecuencia.*
c) *La amplitud de la vibración.*
d) *La longitud de onda.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a) Comparamos la ecuación general de una onda con la dada:

$$\left\{\begin{array}{l} y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y(x,t) = 4\text{sen}\pi(5t - 2x) \end{array}\right\} \rightarrow \frac{2}{T} = 5 \Leftrightarrow T = \frac{2}{5} = 0{,}4\ \text{s}$$

b) f = 1/T = 1/0,4 = 2,5 Hz.

c) A = 4 cm

d) $\frac{2}{\lambda} = 2 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2}{2} = 1\,\text{cm}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

8 *Dada la ecuación y = 3 sen π (6t – 0,2x), donde x e y están en metros y t en segundos, hallar:*

a) *El período y la frecuencia.*

b) *La longitud de onda y la velocidad de propagación.*

c) *La amplitud.*

Escribir la ecuación de onda correspondiente a un movimiento ondulatorio de las mismas características pero que se propaga en sentido opuesto.

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

a) $\left\{\begin{array}{l} y(x,t) = A\mathrm{sen}2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right) \\ y(x,t) = 3\mathrm{sen}\pi(6t-0{,}2x) \end{array}\right\} \rightarrow \dfrac{2}{T} = 6 \Leftrightarrow T = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}\ \mathrm{s}; f = \dfrac{1}{T} = 3\,\mathrm{Hz}.$

b) De la comparación de las fórmulas anteriores $\dfrac{2}{\lambda} = 0{,}2 \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{2}{0{,}2} = 10\ \mathrm{m}$ y $v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{10}{1/3} = 30\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

c) La amplitud, A = 3 m.

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

9 *Calcular para el instante t = T/4 la elongación de un punto cuya distancia a un foco emisor de ondas es x =λ/4 sabiendo que la amplitud de la vibración es 2 cm.*

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

Sustituimos en la ecuación de la función de onda:

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \rightarrow \left\{\begin{array}{l} t = \dfrac{T}{4} \\ x = \dfrac{\lambda}{6} \end{array}\right\}; y = 2\mathrm{sen}2\pi\left(\frac{T/4}{T}-\frac{\lambda/6}{\lambda}\right) = 2\mathrm{sen}2\pi\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right) = 2\mathrm{sen}\frac{\pi}{6} = 1\mathrm{cm}$$

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

10 *Un observador se encuentra a 10 m de un altavoz. Averiguar a qué distancia del altavoz debe situarse un segundo observador para percibir un sonido emitido:*

a) *Con mitad de intensidad que el primero.*

b) *Con la cuarta parte.*

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

a) $I_2 = I_1/2$; $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{r_2^2}{r_1^2} \Leftrightarrow r_2 = r_1\sqrt{\dfrac{I_1}{I_2}} = 10\sqrt{\dfrac{I_1}{I_1/2}} = 10\sqrt{2} = 14{,}14\ \mathrm{m}$

b) $I_2 = I_1/4$; $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Leftrightarrow r_2 = r_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 10\sqrt{\frac{I_1}{I_1/4}} = 10\sqrt{4} = 20\text{ m}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

11 *Una motocicleta emite ruido con una potencia sonora de 12 W. Hallar el nivel de intensidad sonora a una distancia:*

a) *De 2 m.*

b) *De 10 m.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a) $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{12}{4\pi 2^2} = 0{,}24\ \frac{W}{m^2}$

b) $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{12}{4\pi 10^2} = 0{,}24\ \frac{W}{m^2} = 9{,}5\cdot 10^{-3}\ \frac{W}{m^2}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Problemas para pensar

12 *Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación:*

$$y = 0{,}1\ \text{sen}\ (4x - 200t)$$

Donde x e y están expresadas en cm y t en segundos. Hallar:

a) *La amplitud y el período de la onda.*

b) *Su frecuencia y su longitud de onda.*

c) *Su velocidad de propagación.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

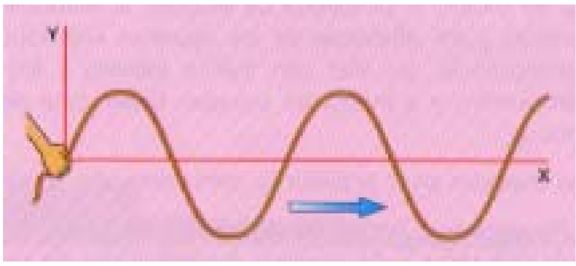
a) y = 0,1 sen (4x – 200t) = -0,1 sen(200t – 4x) =0,1 sen(200t – 4x +π), luego A = 0,1 cm y $\frac{2\pi}{T} = 200 \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{200} = 0{,}0314\text{ s}$.

b) $f = \frac{1}{T} = \frac{100}{\pi} = 31{,}83\text{Hz}$; $\frac{2\pi}{\lambda} = 4 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} = 1{,}57\text{ cm}$

c) $v = \lambda f = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{100}{\pi} = 50\frac{cm}{s}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

13 *Una onda transversal se propaga por una cuerda con una velocidad de 7,5 m/s. Si su frecuencia es 100 Hz y su amplitud 0,2 cm, escribir su función de onda.*



v = 7,5 m/s.
f = 100 Hz.
A = 0,2 cm.

Hallamos primero la longitud de onda: $v = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{7,5}{100} = 0,075 \text{ m} = 7,5\text{cm}$

La función de onda: $y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0,2\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{\frac{1}{100}} - \frac{x}{7,5}\right) = 0,2\text{sen}2\pi\left(100t - \frac{x}{7,5}\right)$, x en cm y t en s.

14 *La amplitud de una onda es 10 cm y su frecuencia 0,1 Hz. Un punto P tiene una elongación nula en el instante t = 2 s. Escribir la ecuación de onda, sabiendo que la distancia del punto P al foco emisor es 4 cm.*

Necesitamos conocer la longitud de onda (o la velocidad de propagación), la hallamos a partir de la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right); 0 = 10\text{sen}2\pi\left(0,1\cdot 2 - \frac{4}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \text{sen}2\pi\left(0,1\cdot 2 - \frac{4}{\lambda}\right) = 0 \Leftrightarrow \left(0,1\cdot 2 - \frac{4}{\lambda}\right) = 0$$

$$0,2 = \frac{4}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{4}{0,2} = 20 \text{ cm.}$$

La ecuación pedida es:

$$y(x,t) = 10\text{sen}2\pi\left(0,1\cdot t - \frac{x}{20}\right) = 10\text{sen}2\pi(0,1\cdot t - 0,05x)$$

15 *La ecuación de una onda armónica que se des plaza por una cuerda es: y (x, t) = 0,002 sen (50x + 300t)*
Estando x e y expresadas en metros y t en segundos. Hallar:

a) *La amplitud, el período, la frecuencia, la longitud d onda y la velocidad de propagación.*
b) *El desplazamiento máximo de un punto de la cuerda.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a) Si comparamos:

$$\left\{\begin{array}{c} y(x,t) = A\text{sen}2\pi(ft + \frac{x}{\lambda}) \\ y(x,t) = 0{,}002\text{sen}(300t + 50x) \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} 2\pi f = 300 \Leftrightarrow f = \frac{300}{2\pi} = 47{,}75\,\text{Hz}; T = \frac{1}{f} = 0{,}021\,\text{s} \\ A = 0{,}002\text{ m} \\ \frac{2\pi}{\lambda} = 50 \Leftrightarrow \lambda = \frac{50}{2\pi} = 7{,}96\text{ m} \\ v = \lambda \cdot f = 7{,}96 \cdot 47{,}75 = 380\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array}\right\}$$

b) Los puntos de la cuerda no se desplazan, vibran en vertical una amplitud máxima de A = 0,002 m = 0,2 cm.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

16 *Dos corchos que flotan en un estanque de agua dan 8 oscilaciones en 10 segundos cuando son alcanzado por una onda. Sabiendo que la distancia entre ellos es 80 cm y que oscilan en oposición de fase, calcular la velocidad de propagación de la onda sobre la superficie del agua*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

$$T = \frac{10\text{s}}{8\text{oscilaciones}} = \frac{5}{4}\text{s}$$

x = 80 cm

Al estar en oposición de fase están separados un número impar de semilongitudes de onda: $(2n+1)\frac{\lambda}{2} = 80$ cm, para n = 0 $\frac{\lambda}{2} = 80 \Leftrightarrow \lambda = 160\,\text{cm}$.

Ahora podemos hallar la velocidad: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{160\text{cm}}{\frac{5}{4}\text{s}} = 128\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

17 *La ecuación de una onda es: ξ = 0,03 cos (2πx – πt) Estando ξ y x expresadas en metros y t en segundos.*

a) *Hallar la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda la velocidad de propagación.*
b) *Calcular la elongación del punto x = 0,25 m en el instante t = 1 s.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a) Ya conocemos bien la técnica de comparación:

$$\left\{\begin{array}{l} A = 0{,}03 \text{ m} \\ \dfrac{2\pi}{T} = \pi \Leftrightarrow T = 2 \text{ s} \Leftrightarrow f = 0{,}5 \text{ Hz} \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \Leftrightarrow \lambda = 1\text{m} \\ v = \lambda f = 0{,}5 \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \end{array}\right\}$$

b) Sustituyendo en la ecuación de la elongación, x y t:

$$\xi(0{,}25,\ 1) = 0{,}03 \cos(2\pi\cdot 0{,}25 - \pi\cdot 1) = 0{,}03 \cos(-\pi/2) = 0 \text{ m.}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

18 *Un foco sonoro emite energía uniformemente en todas las direcciones del espacio con una potencia de 50 W y un período de 2 milisegundos.*

a) *Calcular la intensidad de la onda a una distancia d 5 m del foco.*

b) *Hallar el valor de la amplitud de la onda a una distancia de 10 m del foco (densidad del aire, ρ = 1,293 kg · m^{-3}).*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a) $I = \dfrac{P}{4\pi r^2} = \dfrac{50}{4\pi 5^2} = 0{,}16 \dfrac{W}{m^2}$

b) Como sabemos la intensidad de la onda a 5 cm, calculamos la intensidad a 10 cm:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Leftrightarrow I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = 0{,}16\left(\frac{5}{10}\right)^2 = 0{,}4\frac{W}{m^2}$$

y, a partir de ella calculamos la amplitud:

$$I = 2\pi^2 \rho A \frac{2\pi}{T}\left(\frac{1}{T}\right)^2 A^2 \Leftrightarrow 0{,}4 = 4\pi^3 \cdot 1{,}293 \frac{1}{0{,}002^2} A^3 \Leftrightarrow A = \sqrt[3]{9 \cdot 10^{-9}} = 0{,}02\text{m}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

19 *La intensidad de una onda sonora es dos veces la intensidad de otra. Expresar en decibelios la diferencia de los niveles de intensidad sonora entre ambas.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_0}-10\log\frac{I_1}{I_0}=10\log\frac{I_2/\cancel{I_0}}{I_1/\cancel{I_0}}=10\log\frac{I_2}{I_1}=10\log\frac{10I_1}{I_1}=10\log 10=10$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

20 *Una onda sonora armónica tiene una frecuencia de 1 kHz y una amplitud de 100 Å.*

a) *Calcular su longitud de onda.*

b) *Escribir la ecuación de onda correspondiente.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a) $v = A\,\omega = A\,2\pi f = 100\cdot10^{-8}\,2\pi\,1\cdot10^{3} = 2\pi\cdot10^{-3} = 6{,}28\cdot10^{-3}$ m/s.

Ahora podemos hallar la longitud de onda: $v=\lambda f \Leftrightarrow \lambda=\frac{v}{f}=\frac{6{,}28\cdot10^{-3}}{1000}=6{,}28\cdot10^{-6}\text{ m}$

b) $y(x,t)=A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(ft-\frac{x}{\lambda}\right)=10^{-6}\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(1000t-\frac{x}{6{,}28\cdot10^{-6}}\right)$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

21 *Un pequeño altavoz emite con una potencia de 500 μW (1 μW = 10^{-6} W) y una frecuencia de 1000 Hz Hallar hasta qué distancia es audible.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Si consideramos que el umbral de audición para el oído humano se corresponde con una intensidad $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 y consideramos la onda que emite el altavoz esférica, tendremos:

$$I_0=\frac{P}{4\pi r^2}\Leftrightarrow r=\sqrt{\frac{P}{4\pi I_0}}=\sqrt{\frac{500\cdot10^{-6}\,W}{4\pi\cdot10^{-12}\,W/m^2}}=\sqrt{39{,}79\cdot10^{6}\,m^2}=6308\text{ m}=6{,}31\text{ km}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

22 *La tabla siguiente incluye la velocidad del sonido en diversas sustancias*

Sustancia	Velocidad del sonido
Hierro	5 130
Cobre	3 750
Agua	1 493
Aire a 0º C	331
Hidrógeno(0º C)	1 270

Hallar la longitud de onda de la nota musical de 262 Hz en cada una de las sustancias de la tabla.

****

Como v = λf, despejando λ = v/f

Sustancia	Velocidad del sonido	Longitud de onda (λ)
Hierro	5 130	$\lambda = \frac{5130}{262} = 19{,}58\text{ m}$
Cobre	3 750	$\lambda = \frac{3750}{262} = 14{,}31\text{ m}$
Agua	1 493	$\lambda = \frac{1493}{262} = 5{,}7\text{ m}$
Aire a 0º C	331	$\lambda = \frac{331}{262} = 1{,}26\text{ m}$
Hidrógeno(0º C)	1 270	$\lambda = \frac{1270}{262} = 4{,}85\text{ m}$

****

23 *Un extremo de una cuerda tensa horizontal de 4 m de longitud tiene un movimiento oscilatorio armónico de dirección vertical; en el instante t = 0,3 s la elongación de ese extremo es 2 cm. Se mide que la perturbación tarda en llegar de un extremo al otro de la cuerda 0,9 segundos y que la distancia entre dos mínimos consecutivos es 1 m. Calcular:*

a) *La amplitud del movimiento vibratorio.*
b) *La frecuencia.*
c) *La velocidad del punto medio de la cuerda en el instante t = 1 s.*

****

a) En el extremo x = 0 y sabemos que para t = 0,3 s, y(0, 0,3) = 0,02 m, si podemos hallar T y λ, podremos conocer A.

Como la distancia entre dos mínimos consecutivos es 1 m, λ = 1m.
Como la longitud de la cuerda es de 4 m, hay 4 longitudes de onda y como en recorrer esa distancia tarda 0,9 s, en recorrer una distancia igual a una longitud de onda λ, es:

$$T = \frac{0{,}9}{4} = 0{,}225\text{ s}$$

luego: $y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, $y(0{,}0{,}3) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{0{,}3}{0{,}225} - \frac{0}{1}\right) = 0{,}02 \Leftrightarrow A = \frac{0{,}02}{\text{sen}8{,}38} = 0{,}023\text{ m}$

b) f = 1/T = 1/ 0,225 = 4,44 Hz

c) Para hallar la velocidad de la onda en un punto (x = 2 m, ya que es el punto medio) en un instante dado, derivamos la función de onda en ese punto respecto del tiempo:

$$y(2,t) = 0{,}023\mathrm{sen}2\pi\left(4{,}44t - \frac{2}{1}\right) \Rightarrow v(2,t) = \frac{dy(2,t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[0{,}023\mathrm{sen}2\pi(4{,}44t-2)\right] =$$

= 0,023·2π·4,44cos2π(4,44t – 2) = 0,642cos2π(4,44t – 2), luego:

$$v(2,1) = 0{,}64\cos 2\pi(4{,}44\cdot 1 - 2) = -0{,}6 \text{ m/s.}$$

****

Problemas para profundizar

24 *La expresión de la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en un muelle es:*

$$v = l\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Siendo k la constante elástica del muelle, l su longitud y m su masa. Calcular la longitud de onda de las ondas longitudinales inducidas en un muelle de 2 m de longitud cuya masa es 400 g y cuya constante elástica es 250 N/m, cuando su extremo está acoplado a un vibrador de 20 Hz.

****

Hallamos primero la velocidad de propagación:

$$v = l\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{\frac{250}{0{,}4}} = 50\ \frac{m}{s}$$

y como conocemos la frecuencia (f = 20 Hz), podemos hallar la longitud de onda:

$$v = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{20} = 2{,}5 \text{ m}$$

****

25 *La velocidad del sonido en el aire en función de la temperatura absoluta viene dada aproximadamente por la ecuación:*

$$v = 20\sqrt{T}$$

Siendo T la temperatura del aire expresada en Kelvin. Hallar la longitud de onda de la nota musical DO mayor (frecuencia: 262 Hz) cuando la temperatura del aire es:

a) *0 °C* **b)** *20 °C* **c)** *40 °C.*

****

Como en el ejercicio anterior, hallamos primero la velocidad de propagación (v) y después la longitud de onda:

a) $v = 20\sqrt{T} = 20\sqrt{273} = 330{,}45\,\frac{m}{s} \mapsto \lambda = \frac{v}{f} = \frac{330{,}45}{262} = 1{,}26\ m$

b) $v = 20\sqrt{T} = 20\sqrt{273+20} = 342{,}34\,\frac{m}{s} \mapsto \lambda = \frac{v}{f} = \frac{342{,}34}{262} = 1{,}31\ m$

c) $v = 20\sqrt{T} = 20\sqrt{273+40} = 353{,}84\,\frac{m}{s} \mapsto \lambda = \frac{v}{f} = \frac{353{,}84}{262} = 1{,}35\ m$

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

26 *La ecuación de onda en una cuerda es: y = 0,01 sen (2t – 3x) Estando x e y expresadas en metros y t en segundos.*

a) *En el instante t = 0, ¿cuál es el desplazamiento de los puntos x = 1 cm, x = 10 cm?*

b) *¿Cuál es el desplazamiento en el punto x = 10 cm en los instantes t = 0 s, t = 1 s, t = 2 s?*

c) *Escribir la ecuación de la velocidad de vibración de un punto de la cuerda.*

d) *Hallar la velocidad máxima de vibración de un punto de la cuerda y la velocidad de propagación de la onda.*

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

a) Mantenemos constante el tiempo t = 0 y variamos x:

y(0,01, 0) = 0,01 sen(2 · 0 – 3·0,01) = 0,01 sen(- 0,03) = - 0,0003 m

y(0,1, 0) = 0,01 sen(2 · 0 – 3·0,1) = 0,01 sen(- 0,3) = - 0,003 m.

b) Ahora es la posición (x = 10 cm = 0,1 m) la que se mantiene constante y el tiempo el que varía:

y(0,1, 0) = 0,01 sen(2 · 0 – 3·0,1) = 0,01 sen(- 0,3) = - 0,003 m
y(0,1, 1) = 0,01 sen(2 · 1 – 3·0,1) = 0,01 sen(1,7) = 0,01 m
y(0,1, 2) = 0,01 sen(2 · 2 – 3·0,1) = 0,01 sen(3,7) = - 0,005 m

c) Dado un punto x = x_0, la ecuación de la velocidad de vibración de ese punto con el tiempo se obtiene derivando la ecuación de onda respecto del tiempo:

$$v(x_0,t) = \frac{dy(x_0,t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[0{,}01\,sen(2t-3x_0)\right] = 0{,}01\cdot 2\cos(2t-3x_0) = 0{,}02\cos(2t-3x_0)$$

d) La velocidad máxima de vibración de un punto x = x_0 se alcanza cuando $\cos(2t-3x_0)=1$ y, por tanto, $v_{máx}$ =0,02 m/s.

Para hallar la velocidad de propagación necesitamos la frecuencia(f) – o el período – y la longitud de onda(λ). Los valores de ambas magnitudes se obtienen por comparación de la ecuación general de propagación de una onda y la dada para este caso particular:

$$\left\{\begin{matrix} y(x,t) = A\mathrm{sen}2\pi\left(ft - \dfrac{x}{\lambda}\right) \\ y(x,t) = 0{,}01\mathrm{sen}(2t - 3x) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} 2\pi f = 2 \Leftrightarrow f = \dfrac{2}{2\pi} = \dfrac{1}{\pi} \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = 3 \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow v = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{3}\cdot\frac{1}{\pi} = \frac{2}{3}\frac{m}{s}$$

****

27 *Las ecuaciones de onda de tres ondas armónicas son:*

1) $\xi(x, t) = 6 \text{ sen } (0{,}2x - 0{,}5t)$
2) $\xi (x, t) = 6 \text{ sen } (0{,}5t - 0{,}2x)$
3) $\xi (x, t) = 6 \cos (0{,}2x - 0{,}5t)$

a) *Calcular la amplitud, el período y la longitud de onda de esta ondas.*

b) *Representar gráficamente las funciones de onda anteriores para t = 0 y comparar los resultados.*

****

a) ❶ $\left\{\begin{matrix} 2\pi f = 0{,}5 \Leftrightarrow f = \dfrac{0{,}5}{2\pi} = \dfrac{1}{4\pi}\text{Hz} \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = 0{,}2 \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi \text{ m} \\ A = 6 \text{ m} \end{matrix}\right\}$

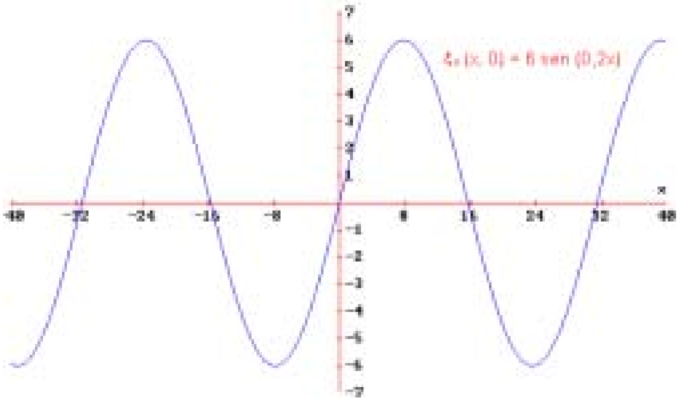
❷ $\left\{\begin{matrix} 2\pi f = 0{,}5 \Leftrightarrow f = \dfrac{0{,}5}{2\pi} = \dfrac{1}{4\pi}\text{Hz} \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = 0{,}2 \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi \text{ m} \\ A = 6 \text{ m} \end{matrix}\right\}$

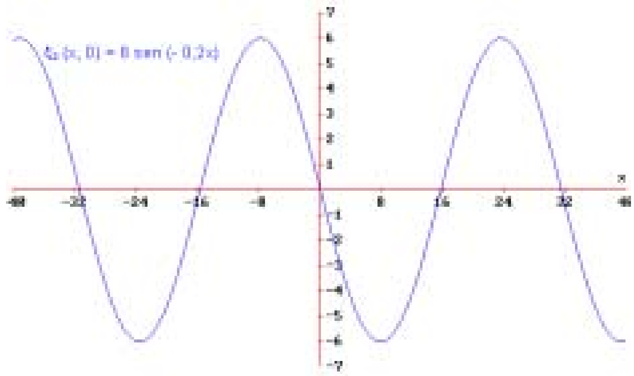
❸ $\left\{\begin{matrix} 2\pi f = 0{,}5 \Leftrightarrow f = \dfrac{0{,}5}{2\pi} = \dfrac{1}{4\pi}\text{Hz} \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = 0{,}2 \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi \text{ m} \\ A = 6 \text{ m} \end{matrix}\right\}$

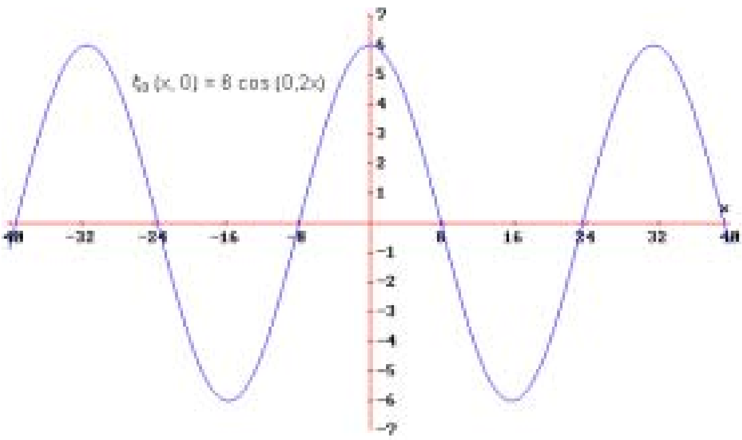
b) Para t = 0, quedan:

1) $\xi_1 (x, 0) = 6 \text{ sen } (0{,}2x)$
2) $\xi_2 (x, 0) = 6 \text{ sen } (- 0{,}2x)$
3) $\xi_3 (x, 0) = 6 \cos (0{,}2x)$

****







Las funciones son iguales pero desplazadas horizontalmente.

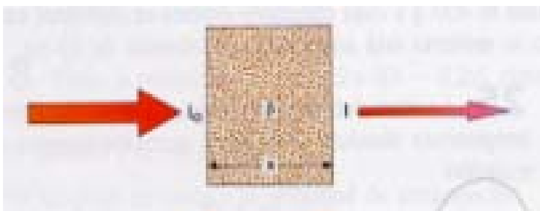
28 *Cuando una onda se propaga por un medio absorbente, la intensidad de onda* I *en función de la distancia x al foco emisor sigue una ley exponencial del tipo:*

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta x}$$

Siendo I_0*, la intensidad de la onda en el foco emisor y (*β *el coeficiente de absorción del medio (en* m^{-1}*):*

a) *Una onda reduce su intensidad a la mitad después de recorrer 4 m en el medio, ¿cuál el coeficiente de absorción del medio?*

b) *¿Cuánto se reduciría la intensidad después de recorrer 10 m?*



a) A una distancia x, la intensidad se reduce a la mitad, es decir $I = \dfrac{I_0}{2}$

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\beta 4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-4\beta} \Leftrightarrow L\left(\frac{1}{2}\right) = L\left(e^{-4\beta}\right) \Leftrightarrow -L2 = -4\beta \Leftrightarrow \beta = \frac{L2}{4} = 0{,}17\,m^{-1}$$

b) $I = I_0 e^{-0{,}17\cdot 10} \Leftrightarrow \dfrac{I}{I_0} = e^{-1{,}7} = 0{,}18$, la reducción de la intensidad es de un 18 %.

29 *El coeficiente de absorción de un material absorbente es 7 m^{-1}. ¿Qué espesor debe tener el revestimiento con este material de una habitación insonorizada para que la intensidad se reduzca a la quinta parte?*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Si la intensidad debe reducirse a la quinta parte, $I = \frac{I_0}{5}$, luego:

$$I = I_0 e^{-\beta x} \Rightarrow \frac{I_0}{5} = I_0 e^{-7x} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = e^{-7x} \Leftrightarrow L\left(\frac{1}{5}\right) = -7x \Leftrightarrow -L5 = -7x \Leftrightarrow x = \frac{L5}{7} = 0{,}23 \text{ m}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

30 *El valor de la intensidad de una onda sonora es 3 · 10^{-8} W . m^{-2}. Después de atravesar una pared de 20 cm de espesor, la intensidad se reduce a 2 · 10^{-9} W . m^{-2}.*

a) *¿Cuál es el coeficiente de absorción de la pared para ese sonido?*

b) *¿Qué espesor de pared se necesitaría para reducir el valor de la intensidad de la onda sonora a la mitad?*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

a)

$I_0 = 3 \cdot 10^{-8}$ W/m^2
$I = 2 \cdot 10^{-9}$ W/m^2
$x = 20$ cm $= 0{,}2$ m.

$$I = I_0 e^{-\beta x} \Leftrightarrow 2{\cdot}10^{-9} = 3{\cdot}10^{-8} e^{-0{,}2\beta} \Leftrightarrow e^{-0{,}2\beta} = \frac{2{\cdot}10^{-9}}{3{\cdot}10^{-8}} \Leftrightarrow 0{,}2\beta = L0{,}0\widehat{6}$$

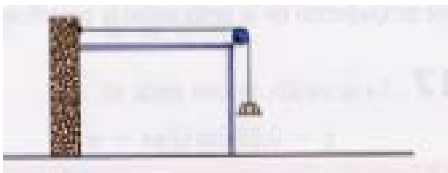
luego $\beta = 2{,}7$ m^{-1}

b) $I = I_0/2$; $\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-2{,}7x} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-2{,}7x} \Leftrightarrow L\left(\frac{1}{2}\right) = -2{,}7x \Leftrightarrow -L2 = -2{,}7x \Leftrightarrow x = \frac{L2}{2{,}7} = 0{,}26\,\text{m}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

31 *Una cuerda de 1,5 metros de longitud tiene una masa de 20 gramos. Un extremo se fija a una pared y el otro se pasa por la garganta de una polea y se suspende de él una masa de 10 kilogramos, como se indica en la figura. Calcular la velocidad de propagación de las ondas transversales en esta cuerda.*

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻



La tensión a que se ve sometida la cuerda es el peso de la masa suspendida, T = P = mg = 10 · 9,8 = 98 N.

La masa de la cuerda por unidad de longitud :

$$\mu = \frac{m_c}{l_c} = \frac{0{,}02\,\text{kg}}{1{,}5\,\text{m}} = 0{,}01\widehat{3}$$

La velocidad de propagación: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{98}{0{,}01\widehat{3}}} = 85{,}73\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

32 *El extremo de una cuerda tensa está acoplado a un foco vibrante que tiene un movimiento armónico simple (m.a.s.) definido por la ecuación:*

$$y = 0{,}02 \text{ sen } 4\pi t$$

Donde las distancias están expresadas en metros y el tiempo en segundos. La cuerda tiene 2 m de longitud, 20 g de masa y está sometida a una tensión de 5 N:

a) *Hallar la velocidad de propagación de la onda transversal en la cuerda.*

b) *Hallar el período, la frecuencia, la amplitud y la longitud de onda del movimiento ondulatorio.*

c) *Escribir la ecuación de la elongación de un punto situado a 1 m del foco y representar la gráfica de la elongación en función del tiempo en ese punto.*

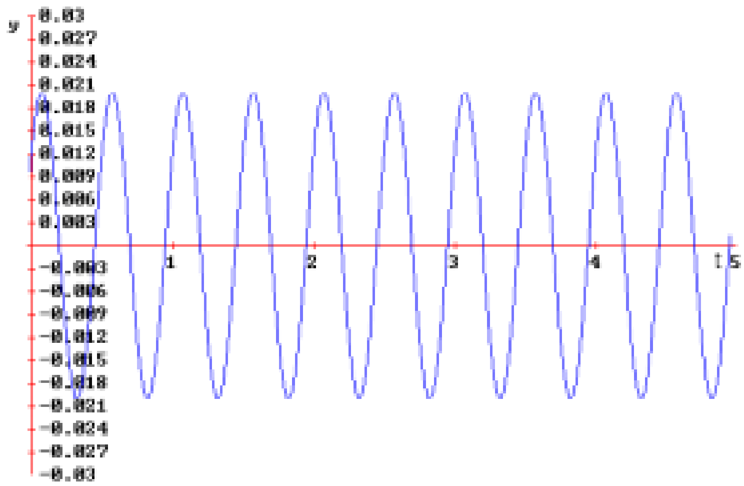
d) *Representar la gráfica de la elongación en función de x para el instante t = 2 s.*

a) Masa por unidad de longitud $\mu = \dfrac{0{,}02}{2} = 0{,}01\dfrac{\text{kg}}{\text{m}}$, luego la velocidad de propagación:

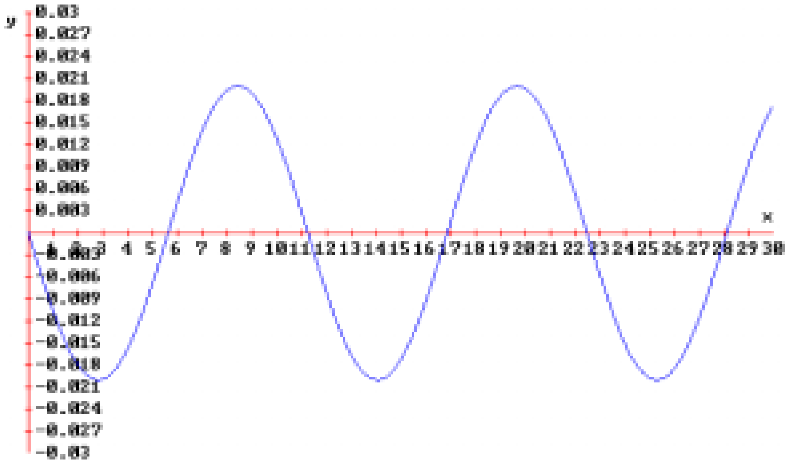
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{5}{0{,}01}} = 22{,}36\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b)
$$\begin{pmatrix} \dfrac{2\pi}{T} = 4\pi \Leftrightarrow T = \dfrac{1}{2}\text{s} \Leftrightarrow f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{1/2} = 2\text{Hz} \\ A = 0{,}02\,\text{m} \\ v_p = \dfrac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = v_p \cdot T = 22{,}36 \cdot \dfrac{1}{2} = 11{,}18\,\text{m} \end{pmatrix}$$

c) $y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right); y(1,t) = 0{,}02\text{sen}2\pi\left(\dfrac{t}{1/2} - \dfrac{1}{11{,}18}\right) = 0{,}02\text{sen}2\pi(2t - 0{,}089)$



d) $t = 2\text{s} \quad y(x,2) = 0{,}02\,\text{sen}\,2\pi\left(\dfrac{2}{1/2}-\dfrac{x}{11{,}18}\right) = 0{,}02\,\text{sen}\,2\pi(4-0{,}089x)$



33 *Comprobar que son válidas las siguientes expresiones de la función de onda:*

$\xi(x, t) = \mathcal{A}\,\text{sen}\,k\,(vt - x)$

$\xi(x, t) = \mathcal{A}\,\text{sen}\,2\pi\,(ft - \dfrac{x}{\lambda})$

$\xi(x, t) = \mathcal{A}\,\text{sen}\,kv\,(t - \dfrac{x}{\lambda f})$

$\xi(x, t) = \mathcal{A}\,\text{sen}\,(2\pi ft - kx)$

Siendo $\mathcal{A}$ la amplitud, f la frecuencia, λ la longitud de onda, v la velocidad de propagación y k el número de ondas.

Vamos a partir de expresiones dadas y ver si podemos llegar a la expresión:

$$\xi(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\xi(x,t) = A\text{sen}k(vt-x) = A\text{sen}\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{T}t - x\right) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{\lambda t}{T\lambda}-\frac{x}{\lambda}\right) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \text{ Sí.}$$

$$\xi(x,t) = A\text{sen}2\pi(ft - \frac{x}{\lambda}) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \text{ ya que f = 1/T.}$$

$$\xi(x,t) = A\text{sen}kv(t-\frac{x}{\lambda f}) = A\text{sen}\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{T}\left(t-\frac{x}{\lambda f}\right) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda T\frac{1}{T}}\right) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\xi(x,t) = A\text{sen}(2\pi ft - kx) = A\text{sen}\left(2\pi\frac{1}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$