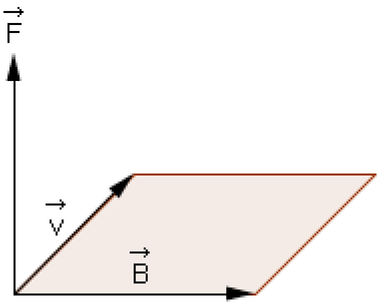
Problemas para entrenarse

① Una partícula α ($q = 3{,}2\cdot 10^{-19}$ C) se introduce perpendicularmente en un campo cuya inducción magnética es $2{,}0 \cdot 10^{3}$ T con una velocidad de $4{,}5 \cdot 10^{5}$ m/s. Calcular la fuerza magnética sobre la partícula.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

$q = 3{,}2\cdot 10^{-19}$ C
$B = 2{,}0\cdot 10^{3}$ T.
$v = 4{,}5\cdot 10^{5}$ m/s



Como $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ la fuerza resultante será perpendicular al plano formado por el vector velocidad ($\vec{v}$) y el vector inducción magnética ($\vec{B}$) y su módulo :

$$F = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}90º = 3{,}2\cdot 10^{-19} \cdot 4{,}5\cdot 10^{5} \cdot 2{,}0\cdot 10^{3}\ \text{sen}90º = \mathbf{2{,}88\cdot 10^{-10}\ N}.$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

② Una carga de 6 µC penetra en un campo magnético de 0,05 T con una velocidad de 4 000 ms^{-1} que forma un ángulo de 30° con el vector inducción magnética. Calcular la fuerza magnética que actúa sobre la carga.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

$q = 6\ \mu C = 6\cdot 10^{-6}$ C
$B = 0{,}05$ T.
$v = 4\ 000$ m/s

Como $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ la fuerza resultante será perpendicular al plano formado por el vector velocidad y el vector inducción magnética y su módulo :

$$F = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}30º = 6\cdot 10^{-6} \cdot 4\ 000\cdot 0{,}05\ \text{sen}30º = \mathbf{0{,}0006\ N}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

③ Un electrón ($q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg) que se mueve con una velocidad de 50 000 km/s describe una circunferencia de 10 cm de radio en un campo magnético uniforme. Calcular el valor del campo.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

$q = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C.
$m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ kg.
$v = 50\ 000$ km/s $= 5\cdot 10^{7}$ m/s.
$R = 10$ cm $= 0{,}1$ m.

La fuerza magnética ha de ser igual a la fuerza centrífuga:

$$q\cdot v\cdot B = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow q\cdot B\cdot R = mv \Rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 5\cdot 10^{7}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}1} = 0{,}0028$$

T perpendicular al plano formado por v y F, es decir al plano de la trayectoria circular.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

④ Un protón (q = 1,6 · 10^{-19} C, m = 1,7 · 10^{-31} kg) que se mueve con una velocidad de 10 000 km/s penetra perpendicularmente en un campo magnético de 0,1 T.

a) ¿Cuál es el tiempo que tardará en recorrer la circunferencia que describe?
b) ¿Cuántos giros completará en un segundo?

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

q = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C.
m = $1{,}7\cdot10^{-31}$ kg.
v = 10 000 km/s = $1\cdot10^{7}$ m/s.
B = 0,1 T.

a) Partimos de la igualdad del ejercicio anterior pero sustituyendo la velocidad lineal en función de la angular (ω) y el radio (R) y ω = 2π/T:

$$q\cdot v\cdot B = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow q\cdot B\cdot R = mv \Leftrightarrow q\cdot B\cdot R = m\omega R \Leftrightarrow q\cdot B = m\frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi\cdot 1{,}7\cdot 10^{-31}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}1} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{s}$$

b) Ahora se nos pide la frecuencia = $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6{,}67\cdot 10^{-11}} = 1{,}5\cdot 10^{10}$ vueltas o ciclos en un segundo.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

⑤ Un conductor rectilíneo de 40 cm de longitud, por el que circula una corriente de 0,15 A, se encuentra en un campo magnético uniforme de 30 T. Si el ángulo formado por el conductor y el campo es 45°, hallar la fuerza magnética que actúa sobre el conductor.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

Longitud = l = 40 cm = 0,4 m.
Intensidad de la corriente = i = 0,15 A.
Intensidad del campo magnético = B = 30 T.
Ángulo = α = 45º

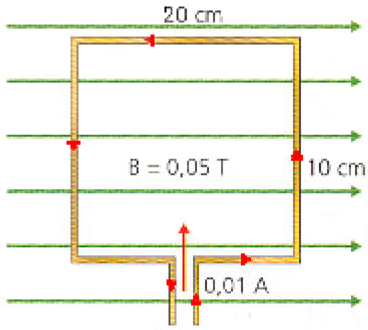
$\vec{F} = i\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$ y su módulo F = i · l · B · senα = 0,15 · 0,4 · 30 · sen45º = 1,27 N de dirección perpendicular al plano formado por el vector longitud y el vector campo magnético.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

⑥ Una espira rectangular conductora de 20 cm de largo y 10 cm de ancho se encuentra, como se indica en la figura, en un campo magnético uniforme de 0,05 T. Hallar el momento del par de fuerzas que actúa sobre la espira cuando circula por ella una corriente de 0,01 A.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Largo = b = 20 cm = 0,2 m.
Ancho = a = 10 cm = 0,1 m.
Campo magnético = B = 0,05 T.
Intensidad de la corriente eléctrica = i = 0,01 A.



S = a x b = 0,1 m x 0,2 m = 0,02 m^2. que es perpendicular a la espira.

$$\vec{M} = i\left(\vec{S} \times \vec{B}\right) = i \cdot S \cdot B \cdot \mathrm{sen}\,90^\circ = i \cdot S \cdot B = 0{,}01 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}05 = 0{,}00001\ \mathrm{N \cdot m}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

⑦ Hallar el momento del par de fuerzas sobre una espira circular de 20 cm de diámetro situada en un campo magnético de 0,2 T cuando circula por ella una corriente de 10 A, sabiendo que el plano de la espira forma un ángulo de 45° con la dirección del campo.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Diámetro = d = 20 cm = 0,2 m; Radio = r = 0,1 m
Ángulo = α = 45º .
Campo magnético = B = 0,2 T.
Intensidad de la corriente eléctrica = i = 10 A.

S = π r^2 = π· (0,1 m)^2 = 0,0314 m^2.

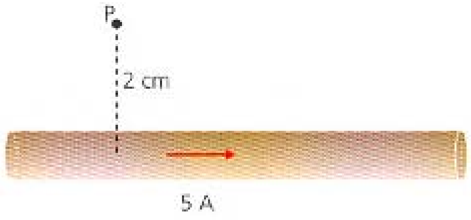
$$\vec{M} = i\left(\vec{S} \times \vec{B}\right) = i \cdot S \cdot B \cdot \mathrm{sen}\,\alpha = i \cdot S \cdot B \cdot \mathrm{sen}\,45^\circ = 10 \cdot 0{,}0314 \cdot 0{,}2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}0444\ \mathrm{N \cdot m}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

⑧ Un conductor rectilíneo muy largo está recorrido por una corriente eléctrica de 5 A. Hallar la inducción magnética en un punto que dista 2 cm del conductor (μ_0 = 4π · 10^{-7} N/A^2).

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Intensidad de la corriente eléctrica = i = 5 A.
Distancia = d = 2 cm = 0,02 m.



$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 0{,}02} = 5 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

⑨ Hallar el campo magnético en el centro de una espira de 15 cm de radio por la que circula una corriente eléctrica de 25 A.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Radio = R = 15 cm = 0,15 cm.
Intensidad de la corriente eléctrica = i = 25 A.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25}{2 \cdot 0{,}15} = 0{,}00042\ \text{T}$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

①⓪ Hallar el valor de la inducción magnética en el interior de un solenoide de 1 000 espiras por metro cuando está recorrido por una intensidad de corriente de 0,2 A.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Número de espiras = n = 1 000.
Intensidad de la corriente eléctrica = i = 0,2 A.

$B = \mu_0\ i\ n = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}2 \cdot 1\ 000 = 0{,}00025$ T.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

①① Un solenoide de 20 cm de longitud genera en su interior un campo magnético de $2 \cdot 10^{-3}$ T al ser recorrido por una corriente de 5 A. Hallar el número de vueltas del solenoide.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Campo magnético = B = 2·10-3 T.
Longitud = l = 20 cm = 0,2 m.
Intensidad de la corriente eléctrica = i = 5 A.

$$B = \frac{\mu_0 i N}{l} \Leftrightarrow N = \frac{Bl}{\mu_0 i} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5} = 127{,}32\ \text{espiras.}$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

➀➁ Dos conductores muy largos, rectos y paralelos, están situados en el vacío a una distancia de 10 cm y recorridos por corrientes de 10 A y 20 A. Hallar la fuerza por centímetro entre ellos:

a) Si las corrientes tienen el mismo sentido.
b) Si tienen sentidos contrarios.

❋❋❋❆❆✪❆❆❋❋❋

Distancia = r = 10 cm = 0,1 m.
i_1 = 10 A.
I_2 = 20 A.

a) $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 20}{2\pi \cdot 0{,}1} = 4 \cdot 10^{-4}\ \frac{N}{m}$, es atractiva.

b) La misma pero de sentido contrario, es decir repulsiva.

❋❋❋❆❆✪❆❆❋❋❋

Problemas para pensar

➀➂ Un electrón con una energía cinética de 15 eV (electrón-voltio) penetra perpendicularmente en un campo magnético de 10^{-3} T. Determinar la trayectoria que sigue el electrón en el campo (1 eV = 1,6 · 10^{-19} J).

❋❋❋❆❆✪❆❆❋❋❋

Energía cinética = 15 eV = $2{,}4 \cdot 10^{-18}$ J.
Campo magnético = B = 10^{-3} T.

Como el electrón penetra perpendicularmente en el campo magnético y la fuerza viene dada por:

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

el vector velocidad y el vector campo son perpendiculares y por tanto la fuerza perpendicular a ellos y de módulo constante e igual a q·v·B. Una fuerza constante y dirigida hacia el centro produce un movimiento circular uniforme, luego la trayectoria es una circunferencia.

❋❋❋❆❆✪❆❆❋❋❋

➀➃ Un protón penetra en una región en la que coexisten un campo eléctrico cuya intensidad es 3 000 V/m y un campo magnético cuya inducción es 5 · 10^{-4} T. Ambos campos producen sobre el protón fuerzas iguales y opuestas. Hallar la velocidad del protón.

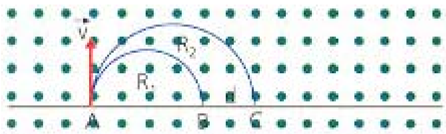
❋❋❋❆❆✪❆❆❋❋❋

Intensidad del campo eléctrico = E = 3 000 V/m
Intensidad del campo magnético = B = $5 \cdot 10^{-4}$ T.

Como las fuerzas producidas por los campos son iguales y opuestas:

$$q\cdot\vec{E} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \Leftrightarrow E = v\cdot B\cdot \text{sen}90^{\circ} \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{3000\,V/m}{5\cdot 10^{-4}\,T} = \frac{3}{5}\cdot 10^{7}\,\frac{m}{s}$$

①⑤ En la figura se representa el movimiento de doy partículas de la misma carga y de distinta masa que penetran por el punto A en un campo magnético uniforme perpendicular al plano del papel, ambas con la misma velocidad. Después de describir media circunferencia, la primera incide en el punto B y la segunda en el punto C. Hallar la separación final entre las partículas (la distancia BC).



Hallamos los radios de las trayectorias circulares igualando las fuerzas centrífugas y magnéticas:

$$R_1 = \frac{m_1 v}{qB};\ R_2 = \frac{m_2 v}{qB} \Rightarrow \overline{BC} = R_2 - R_1 = \frac{m_2 v}{qB} - \frac{m_1 v}{qB} = \frac{v}{qB}(m_2 - m_1)$$

①⑥ Calcular la energía cinética que debe tener un electrón para atravesar sin ser desviado un aparato selector de velocidades en el que actúa un campo eléctrico de $4 \cdot 10^{5}$ V/m perpendicular a un campo magnético de 0,2 T.

Para que no sea desviado la fuerza resultante que actúa sobre el e^- sea nula la fuerza producida por el campo eléctrico ha de ser opuesta y del mismo módulo de la magnética:

$$F_E = F_{Mag} \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{4\cdot 10^{5}\,V/m}{0{,}2T} = 2\cdot 10^{6}\,\frac{m}{s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} 9{,}11\cdot 10\cdot 10^{-31} kg\cdot (1\,2\cdot 10^{6}\,m/s)^2 = 18{,}22\cdot 10^{-19}\,J$$

①⑦ Una partícula a (q = 3,2 · 10^{-19} C, m = = 6,5 · 10^{-27} kg) describe una circunferencia de 80 cm de diámetro en el interior de un campo magnético uniforme de 2,5 T. Hallar el período del movimiento, la velocidad y la energía cinética (en eV) de la partícula.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v/R} = \frac{2\pi}{\frac{qBR}{mR}} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-27}}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}5} = \frac{13\pi}{8} \cdot 10^{-8}\,s.$$

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi}{T} \cdot R = \frac{2\pi}{\frac{13\pi}{8} \cdot 10^{-8}} = \frac{16}{13} \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}.$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 6{,}5 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot \left(\frac{16}{13} \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}\right)^2 = 4{,}92 \cdot 10^{-11}\,J = 4{,}92 \cdot 10^{-11}\,J \frac{1eV}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J} = 3{,}08 \cdot 10^{8}\,eV$$

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

➀➇ Un segmento horizontal de conductor de 25 cm de longitud y 20 g de masa por el que circula una corriente de 10 A se encuentra en equilibrio en un campo magnético uniforme, también horizontal, y perpendicular al conductor, como se indica en la figura. Hallar el valor de la inducción magnética.

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

Para que se mantenga en equilibrio, la fuerza magnética hacia arriba debe ser igual al peso hacia abajo:

$$F_M = P \Leftrightarrow \vec{F} = i\left(\vec{l} \times \vec{B}\right) \Leftrightarrow i \cdot l \cdot B \cdot sen\alpha = i \cdot l \cdot B \cdot sen90^o = i \cdot l \cdot B = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{i \cdot l} = \frac{0{,}02kg \cdot 9{,}8m/s}{10A \cdot 0{,}25m} = 0{,}0784\ T$$

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

➀➈ Disponemos de un conductor de longitud l que enrollamos para formar una espira circular. Demostrar que el momento magnético de la espira cuando circula por ella la corriente¡ es $\frac{l^2 i}{4\pi}$. ¿Será igual el momento magnético para espiras de otra forma obtenidas con el mismo conductor?

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

Si enrollamos el conductor de longitud l se forma una circunferencia de esa misma longitud cuyo radio será:

longitud = $l = 2\pi r \Leftrightarrow r = \frac{l}{2\pi}$, luego la superficie del círculo de la espira circular formada es:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 = \frac{l^2}{4\pi}$$

Como el momento magnético es $\vec{m} = i\,\vec{S}$ su módulo es $m = i \cdot S = \frac{i \cdot l^2}{4\pi}$.

❉❉❉❁❁✪❁❁❉❉❉

②⓪ Una bobina compuesta por 200 espiras circulares de 10 cm de diámetro se encuentra en una región con un campo magnético uniforme de 2 T. Hallar el momento del par máximo que actúa sobre la bobina cuando circula por ella una corriente de 4 A.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Diámetro = d = 10 cm ; Radio = r = 5 cm = 0,05 m

El momento del par de fuerzas que actúa sobre la bobina es :

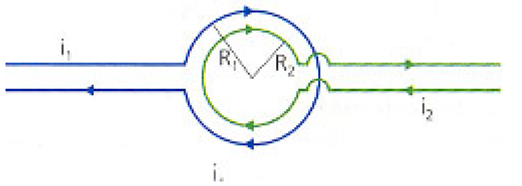
$$\vec{M} = i\left(\vec{S} \times \vec{B}\right) = i \cdot S \cdot B = i \cdot \pi r^2 \cdot B = 4A \cdot \pi \cdot (0{,}05)^2 m^2 \cdot 2T = 0{,}0628\ N \cdot m$$

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

②① Dos espiras circulares, coplanares y concéntricas, de radios R_1 y R_2, están recorridas por las corrientes i_1 e i_2. Hallar para qué relación $\frac{i_1}{i_2}$ entre las corrientes es nulo el campo magnético en el centro de las espiras.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

Para que el campo en el centro sea nulo la corriente en la espiras ha de ser de sentido contrario, los vectores campo magnético serían opuestos (uno hacia arriba y otro hacia dentro del plano) y la relación entre intensidades la obtenemos de igualar sus módulos:



$$B_1 = B_2 \Leftrightarrow \frac{\mu_0 i_1}{2R_1} = \frac{\mu_0 i_2}{2R_2} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

es decir la relación entre las intensidades (de sentidos opuestos) ha de ser igual a la relación entre los radios de las espiras.

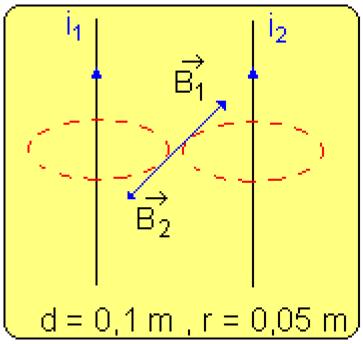
❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

②② Dos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, distantes entre sí 10 cm, están recorridos por corrientes eléctricas de 1,5 A y 3 A. Hallar la inducción magnética producida en un punto equidistante de ambos conductores y coplanario con ellos:

a) Si ambas corrientes tienen el mismo sentido.
b) Si tienen sentidos contrarios.

❋❋❋❁❁✪❁❁❋❋❋

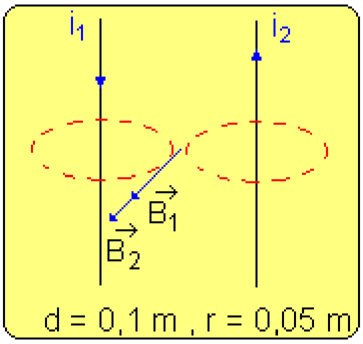
Distancia = 10 cm, distancia al punto medio entre ambos = r = 5 cm = 0,05 m.
i_1 = 3 A.
i_2 = 3 A



a) $\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_1 = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r} - \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi r}(i_2 - i_1) =$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}05}(3 - 1{,}5) = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

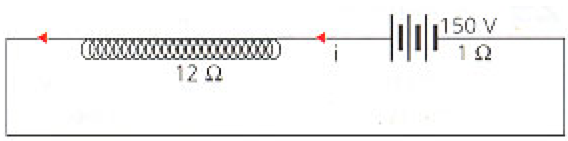
b)



$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_1 = B_2 + B_1 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r} + \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0}{2\pi r}(i_2 + i_1) =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}05}(3 + 1{,}5) = 4{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

②③ Un solenoide que tiene 10 000 espiras por metro y una resistencia eléctrica de 12 ohmios se conecta a una batería de 150 voltios de fuerza electromotriz y 1 ohmio de resistencia interna. Calcular el campo magnético inducido en el interior del solenoide.



F.e.m. = 150 V.
Resistencia interna = r = 1 Ω.
Resistencia del solenoide = 12 Ω.
Número de espiras/longitud = N/l = 10 000 espiras/m.

En primer lugar tenemos que hallar la intensidad que recorre el circuito (atraviesa el solenoide):

f.e.m. = Caída de tensión en la resistencia interna de la pila + diferencia de potencial en el circuito externo.

$$\varepsilon = ir + iR \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{150}{1 + 12} = \frac{150}{13} = 11{,}54\ \mathrm{A}$$

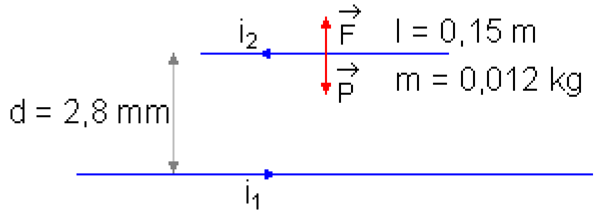
Ahora podemos, mediante la fórmula, hallar el campo magnético en el interior del solenoide:

$$B = \frac{\mu_0 N i}{l} = \frac{N}{l}\mu_0 i = 10000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 11{,}54 = 0{,}145\ \mathrm{T}.$$

㉔ Un conductor de 15 cm de largo y de 12 g de masa se encuentra en equilibrio situado 2,8 mm por encima de un conductor rectilíneo muy largo y paralelo al mismo; circulan por ambos conductores corrientes iguales y opuestas. Hallar la intensidad de las corrientes en los conductores.

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

l = 0,15 m
m = 0,012 kg
d = 2,8 mm = 0,0028 m



Para el conductor superior se encuentre en equilibrio su peso debe ser contrarrestado por la fuerza magnética debida al conductor de longitud indefinida:

$$\vec{F} = \vec{P} \Leftrightarrow \frac{\mu_0 \cdot l \cdot i_1 \cdot i_2}{2\pi d} = mg\{\text{como } i_1 = i_2 = i\} \Rightarrow i = \sqrt{\frac{2\pi dmg}{\mu_0 \cdot l}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 0{,}0028 \cdot 0{,}012 \cdot 9{,}8}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}15}} = 104{,}8 \text{ A.}$$

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

Problemas para profundizar

㉕ La frecuencia de giro de una partícula cargada en un campo magnético uniforme se llama frecuencia cidotrónica. Demostrar que la frecuencia ciclotrónica de una partícula con carga q, que penetra con velocidad v perpendicularmente en un campo uniforme B, no depende de la velocidad de la partícula.

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

Como la partícula penetra perpendicularmente en el campo magnético y la fuerza viene dada por:

$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

al ser el vector velocidad y el vector campo perpendiculares, la fuerza es perpendicular a ellos y de módulo constante e igual a q·v·B. Una fuerza constante y dirigida hacia el centro produce un movimiento circular uniforme en que la fuerza magnética proporciona la fuerza centrípeta necesaria, por tanto:

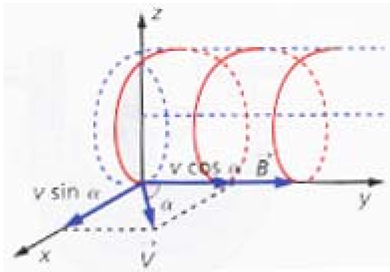
$F_{centrífuga} = F_{magnética} \Leftrightarrow \frac{mv^2}{R} = qvB \Leftrightarrow \frac{mv}{R} = qB$, como además $v = \omega R = 2\pi fR$, sustituyendo tenemos $\frac{m2\pi fR}{R} = qB \Rightarrow f = \frac{qB}{2\pi m}$ en donde vemos que la frecuencia no depende de la velocidad (v) con que penetre la partícula en el campo magnético.

✲✲✲❁❁✪❁❁✲✲✲

②⑥ Una partícula cargada penetra oblicuamente en un campo magnético. Determinar el paso de la hélice que describe la partícula en el campo.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

Una partícula de masa m y carga q penetra con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme, en una dirección que forma un ángulo α con $\vec{B}$. Si elegimos unos ejes de manera que el OY sea paralelo al campo $\vec{B}$, tenemos:



$$\begin{cases} \vec{v} = v\,\text{sen}\alpha\,\vec{i} + v\cos\alpha\,\vec{j} \\ \vec{B} = B\,\vec{j} \end{cases}$$

Como la fuerza sobre una carga móvil es $\vec{F} = q\cdot\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$, dicha fuerza sólo actúa sobre la componente perpendicular de la velocidad, el producto vectorial del campo por la componente horizontal es nulo ya que su producto vectorial es nulo sen0º = sen 180º = 0. Como consecuencia la partícula describe un movimiento circular uniforme en un plano perpendicular a $\vec{B}$ (plano ZX), como la componente paralela al campo (vcos α) se mantiene constante la trayectoria circular se modifica, transformándose en una helicoidal en la dirección del eje OY.

El paso, distancia entre dos ramos de la helicoide es el espacio en sentido OY que recorre la partícula en un tiempo igual a su período, luego hallamos su período igualando las fuerzas magnética y centrífuga que no depende de la velocidad (como veremos en el ejercicio anterior: $T = \frac{2\pi m}{qB}$, luego e = vcos $\alpha\cdot T = v\cos\alpha\frac{2\pi m}{qB}$ que nos da el paso de hélice en función de las características de la partícula y el campo.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

②⑦ Una partícula de carga q y de masa m se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial V. Después se introduce en una región con un campo magnético uniforme B de dirección perpendicular a la velocidad de la partícula de modo que ésta describa una trayectoria circular de radio R. Demostrar que la relación carga/masa de la partícula es $\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2 \cdot B^2}$.

❊❊❊❁❁✪❁❁❊❊❊

Hallamos la velocidad al final del período de aceleración mediante la tensión V:

Trabajo eléctrico = variación de la energía cinética de la partícula

$$T = E_C \Leftrightarrow V\cdot q = \frac{1}{2}m\cdot v^2 \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} v^2 = \frac{2Vq}{m} \\ v = \sqrt{\frac{2Vq}{m}} \end{Bmatrix}$$

Al penetrar perpendicularmente, con esa velocidad v, en el campo magnético:

$F_{centrífuga} = F_{magnética} \Leftrightarrow \frac{mv^2}{R} = qvB \Leftrightarrow \frac{mv}{R} = qB$, sustituyendo la velocidad por su expresión, tenemos:

$$\frac{m\sqrt{\frac{2Vq}{m}}}{R} = qB \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2Vq}{m}} = \frac{qRB}{m} \Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{2Vq}{m}}\right)^2 = \left(\frac{qRB}{m}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{2Vq}{m} = \frac{q^2R^2B^2}{m^2} \Leftrightarrow 2V = \frac{q}{m}R^2B^2 \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2B^2} \text{ Q.E.D.}$$

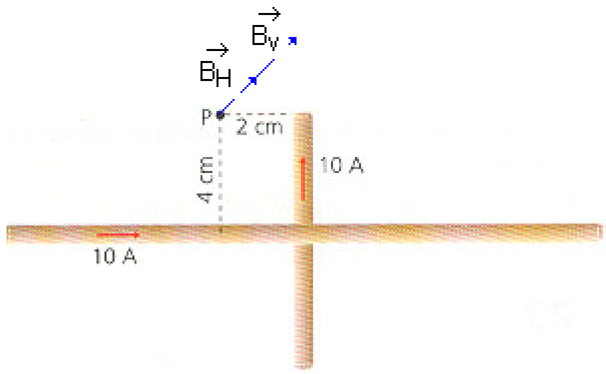
✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

②⑧ Dos conductores perpendiculares están recorridos por corrientes de 10 A. Hallar la inducción magnética en el punto P de la figura.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Intensidad eléctrica por el conductor horizontal = i_H = 10 A = Intensidad de la corriente eléctrica que circula por el conductor vertical = i_V = i = 10 A.

Distancia del conductor horizontal al punto P = r_H = 4 cm = 0,04 m.
Distancia del conductor vertical al punto P = r_V = 2 cm = 0,02 m.



En el punto P, el campo magnético debido a los conductores tienen la misma dirección y sentido, luego su resultante es la suma de los módulos y la dirección y sentido el de ambos:

$$\vec{B}_H + \vec{B}_V = B_H + B_V = \frac{\mu_0 i}{2\pi r_H} + \frac{\mu_0 i}{2\pi r_V} = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{r_H} + \frac{1}{r_V}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi}\left(\frac{1}{0{,}04} + \frac{1}{0{,}02}\right) = 15 \cdot 10^{-5} \text{ T.}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

②⑨ Un electrón que se mueve con una velocidad de 10^7 m/s se encuentra a 2 cm de un conductor recto muy largo por el que circula una corriente eléctrica de 10 A de intensidad. Hallar la fuerza que actúa sobre el electrón:

a) Si su velocidad es paralela al conductor.
b) Si es perpendicular al mismo y al plano que contiene a ambos.

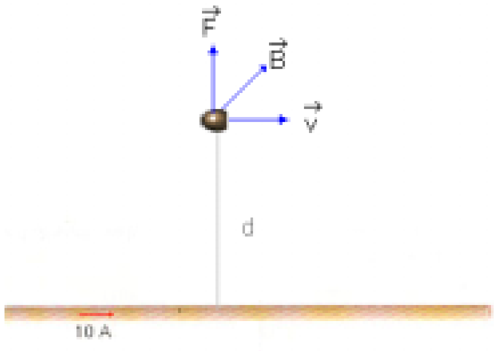
✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

v = 10^7 m/s.
Distancia = d = 2 cm = 0,02 m.
Intensidad de la corriente = i = 10 A.
Carga del electrón = q = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Primero hallamos el valor del campo magnético en el punto en que se halla el electrón:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0{,}02} = 10^{-4}\,T$$

a) Si la velocidad es paralela al conductor, el campo magnético es perpendicular al vector velocidad y la fuerza perpendicular a ambos:



$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \Leftrightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}90^\circ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 10^{7}\,\frac{m}{s} \cdot 10^{-4}\,T =$$

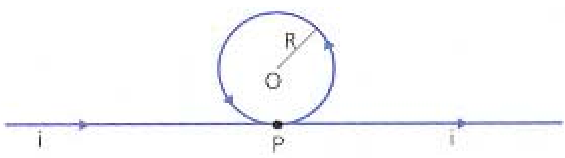
$$= 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,N$$

b) En este caso la velocidad y el campo son paralelos y por tanto el producto vectorial es nula y nula es también la fuerza, F = 0 N.

❄❄❄❁❁✪❁❁❄❄❄

③⓪ Un alambre conductor, por el que circula una corriente i, se dobla formando una circunferencia como se indica en la figura sin que haya contacto eléctrico en el punto P. Hallar el campo magnético en el centro O de la circunferencia.

❄❄❄❁❁✪❁❁❄❄❄



En el centro O actúan dos campos magnéticos, el producido por la espira cuyo vector campo se dirige perpendicularmente hacia dentro del papel ya que la corriente circula en sentido antihorario y el producido por el conductor rectilíneo cuyo vector, también perpendicular, se dirige hacia fuera del papel, luego ambos vectores tienen la misma dirección pero sentido opuesto, la resultante será perpendicular al papel y de sentido el del mayor.

Módulo del vector campo magnético debido a la espira:

$$B_e = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

Módulo del vector campo magnético debido al conductor lineal:

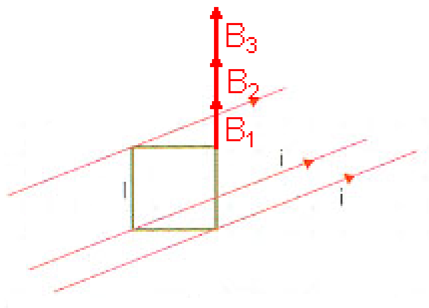
$$B_c = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

luego el módulo del campo resultante es:

$$B = B_e - B_c = \frac{\mu_0 i}{2R} - \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R}\left(1 - \frac{1}{\pi}\right) = \frac{\mu_0 i}{2R} \cdot \frac{\pi - 1}{\pi}\,T$$

❄❄❄❁❁✪❁❁❄❄❄

③① Tres alambres conductores muy largos y paralelos pasan por tres de los vértices de un cuadrado de lado l tal como se indica en la figura. Hallar el valor del campo magnético en el cuarto vértice si las intensidades i de las corrientes que circulan por los tres conductores son iguales y del mismo sentido.



✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Supuestos los conductores perpendiculares al cuadrado, los vectores campo magnético en el cuarto vértice se dirigen en la dirección del lado hacia arriba, como se muestra en la figura, luego la resultante será la suma de sus módulos

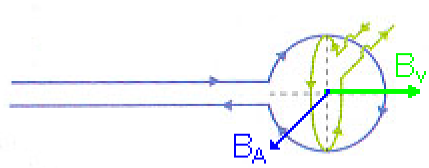
$$B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 i}{2\pi d_1} + \frac{\mu_0 i}{2\pi d_2} + \frac{\mu_0 i}{2\pi d_3} = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{l} + \frac{1}{l} + \frac{1}{l\sqrt{2}}\right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot \frac{4+\sqrt{2}}{2l}$$

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

③② Dos espiras circulares de 5 cm de diámetro tienen sus centros coincidentes pero se encuentran en planos perpendiculares. Están recorridas por corrientes eléctricas de 4 A y 5 A de intensidad. Hallar el vector inducción magnética en el centro de las espiras.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

Los campos en el centro de las espiras son perpendiculares como se muestra en la figura. Hallamos los módulos respectivos:



$$B_V = \frac{\mu_0 i_V}{2R} = \frac{\mu_0 4}{2R} \quad B_A = \frac{\mu_0 i_A}{2R} = \frac{\mu_0 5}{2R}$$

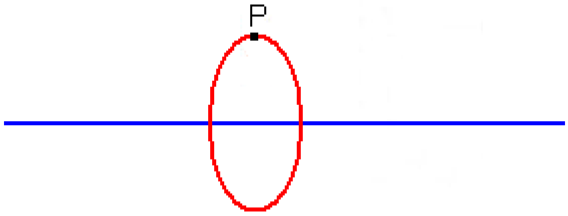
$$B = \sqrt{B_V^2 + B_A^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 4}{2R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 5}{2R}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{2R}\right)^2 (4^2 + 5^2)} = \frac{\sqrt{41}\mu_0}{2R} = \frac{\sqrt{41} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 0{,}05} = 8{,}05 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Y el ángulo formado por la resultante es:

$$\alpha = \text{arctg}\frac{B_V}{B_A} = \text{arctg}\frac{\frac{\mu_0 4}{2R}}{\frac{\mu_0 5}{2R}} = \text{arctg}\frac{4}{5} = 38^{o}\ 39'\ 35''$$ con origen en B_V.

✻✻✻❁❁✪❁❁✻✻✻

③③ Deducir mediante la ley de Ampére el campo magnético producido por un conductor rectilíneo muy largo por el que circula una corriente i en un punto P situado a una distancia r.
(Sugerencia: considerar como línea cerrada una circunferencia con centro en el conductor y que pase por el punto P.)



Como tomamos como línea cerrada una circunferencia de radio r (distancia del conductor a l punto P), su longitud L = 2πr, luego, aplicando el teorema de Ampére, tenemos:

$\sum\left(\vec{B}\cdot\vec{\Delta l}\right)=\mu_0\sum i$, como la longitud es L y a través de la circunferencia pasa una intensidad i, tendremos $B\cdot L = B\,2\pi r = \mu_0 i \Leftrightarrow B=\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$