ACTIVIDADES

1 *¿Qué diferencias encuentras entre las ideas de Aristóteles y de Newton sobre el movimiento?*

En esencia, para Aristóteles los movimientos en la tierra y el cielo se regían por leyes diferentes, mientras que para Newton las leyes de los movimientos, y físicas en general, son universales.

2 *Newton nace en 1642 y descubre la ley de la gravitación cuando era muy joven. ¿En qué año ocurre tal descubrimiento? ¿Qué tiene de particular ese año?*

Como 1 642 + 24 = 1 666, éste es el año del descubrimiento, año en el cual la peste asolaba Europa.

3 *¿Qué diferencias y qué coincidencias encuentras entre los modelos sobre el Universo de Copérnico y de T. Brahe?*

DIFERENCIAS

El modelo de Copérnico es heliocéntrico con centro el Sol y los planetas girando en su derredor, sin embargo, para Brahe, el centro lo ocupaba la Tierra, el Sol giraría entorno a ella y el resto de los planetas girarían entorno al Sol.

COINCIDENCIAS

◈ Los planetas giran sobre sí mismos entorno a un eje que pasa por su centro, el movimiento de rotación sobre sí mismos.

◈ Los planetas describen órbitas circulares en torno al Sol.

4 *Describe en unas líneas el proceso que siguió Newton hasta enunciar la ley de la gravitación universal.*

① Supuso que las órbitas de los planetas eran circulares.

② Si las órbitas son circulares, cumplen la ley de las áreas: $A_1 = A_2 \Rightarrow s_1 = s_2 \Rightarrow v_1t_1 = v_2t_2 \Rightarrow v_1 = v_2 = cte$.

③ Si son movimientos con v = cte, su período de revolución también lo es.

④ para dos planetas de radio diferente, el cociente entre sus aceleraciones centrípetas es $\frac{a_1}{a_2} = \frac{R_1T_2^2}{R_2T_1^2}$ y según la tercera ley de Kepler $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$, que sustituyendo se llega a:

$a_1R_1^2 = a_2R_2^2 = K \Rightarrow a = \frac{K}{R^2}$, es decir las aceleraciones son inversamente proporcionales al cuadrado del radio de la órbita que se describe.

⑤ Como F = m.a, también la fuerza será inversamente proporcional al cuadrado del radio orbital.

⑥ Quedaba por estudiar la influencia de la masa. Según el principio de acción y reacción, entre el Sol y un planeta determinado (masas M y m) se ha de cumplir:

$F = M\frac{K_1}{r^2} = m\frac{K_2}{r^2}$ (1) $\Rightarrow MK_1 = mK_2$, luego $\frac{K_1}{m} = \frac{K_2}{M} = G \Rightarrow \begin{cases} K_1 = mG \\ K_2 = MG \end{cases}$ y sustituyendo en (1) las constantes queda $F = G\frac{M \cdot m}{r^2} = m\frac{MG}{r^2}$

✻✻✻❁❁❁❁✪❁❁❁❁✻✻✻

5 *¿Cómo son las órbitas que describen los planetas en torno al Sol? ¿Es erróneo suponer que tales órbitas son circulares? ¿Por qué?*

✻✻✻❁❁❁❁✪❁❁❁❁✻✻✻

Son elípticas. Si las suponemos circulares, no está muy lejos de la realidad pues tienen (excepto Mercurio y Marte) poca excentricidad y como las diferencias son pequeñas, se pueden aproximara a órbitas circulares.

✻✻✻❁❁❁❁✪❁❁❁❁✻✻✻

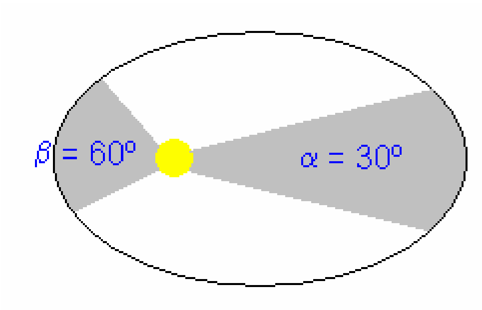
6 *¿Por qué la ley de Newton tiene carácter universal?*

✻✻✻❁❁❁❁✪❁❁❁❁✻✻✻

Si se cumplen para el sistema Solar, lo que está constatado, nada nos ahce pensar que nos se cumplan en el resto del Universo.

✻✻✻❁❁❁❁✪❁❁❁❁✻✻✻

7 *Comprueba la ley de las áreas para los planetas Urano, Neptuno y Plutón.*



Lo hacemos en el caso de Urano y cambiando los periódos se haría para los otros dos:

$$\frac{360º}{2{,}66\cdot 10^9} = \frac{30º}{T_{30º}} \Rightarrow T_{30º} = \frac{30º\cdot 2{,}66\cdot 10^9}{360º} = \frac{2{,}66\cdot 10^9}{12}$$

$$\left\{\begin{array}{l} T_{30º} = \dfrac{2{,}66\cdot 10^9}{12} \\ T_{60º} = \dfrac{2{,}66\cdot 10^9}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_{60º}}{T_{30º}} = \frac{2{,}66\cdot 10^9 / 6}{2{,}66\cdot 10^9 / 12} = \frac{12}{6} = 2 = \frac{A_{60º}}{A_{30º}} = \frac{\pi R^2 \cdot 60º / 360º}{\pi R^2 \cdot 30º / 360º} = \frac{60º}{30º}$$

8 *¿De cuántas fases consta el método científico? ¿Quién lo instauró?*

- Observación y formulación de hipótesis.
- Medida y toma de datos.
- Análisis de los datos y formulación de leyes empíricas.
- Formulación de una teoría general.
- Comparación de la teoría.

Las bases las sentó Isaac Newton.

9 *Los músculos de nuestro cuerpo ejercen fuerzas cuando levantan o empujan algo, cuando saltamos, etc. ¿Son conservativas estas fuerzas? ¿Por qué?*

No son conservativas porque la energía consumida al realizar un ejercicio, no se nos devuelve, siempre gastamos energía, que después reponemos mediante la alimentación.

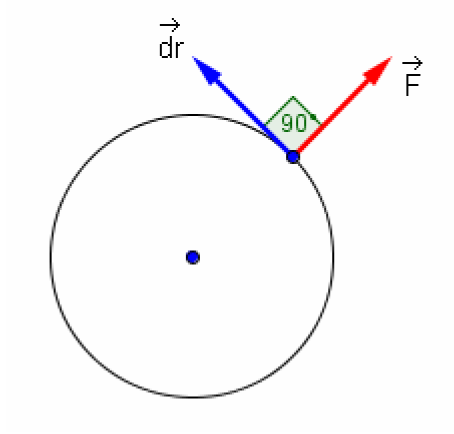
10 *¿Qué criterio puedes aplicar para saber si una fuerza dada es conservativa o no?*

Hallar el trabajo entre dos puntos por varias trayectorias y comprobar que es el mismo, que no depende del camino seguido sólo de los puntos inicial y final.

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

11 *Una partícula tiene movimiento circular uniforme. ¿Es conservativa la fuerza centrípeta que actúa sobre dicha partícula? ¿Realiza algún trabajo esta fuerza?*

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻



La fuerza centrípeta $Fc = m \cdot a_C = m \cdot \frac{v^2}{r}$ es siempre perpendicular a la tangente a trayectoria circular, como el vector fuerza y el vector desplazamiento son perpendiculares luego el trabajo $W = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dr}$ es nulo, ya que el producto escalar de dos vectores perpendiculares es cero, la fuerza centrípeta no realiza trabajo.

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

12 *Si sobre un sistema actúan tres fuerzas conservativas diferentes y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en el teorema del trabajo y energía?*

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

Como la cuarta fuerza no es conservativa no deriva de un potencial y hay, por tanto tres términos de energía potencial que se corresponden con las tres fuerzas conservativas.

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

13 *Se suspende un cuerpo del extremo libre de un resorte, el otro extremo está unido al techo de una habitación. Si se pone el bloque en movimiento y se desprecia la resistencia del aire, ¿se conservará la energía total del sistema? ¿Cuántas formas de energía potencial se tienen en este caso?*

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

La energía total del sistema siempre que consideremos que no actúan fuerzas disipativas como la fuerza de rozamiento (con el aire y las partículas del muelle entre sí) y el muelle sea elástico.

Habrá dos términos de energía potencial, la energía potencial elástica asociada a la fuerza elástica de recuperación del muelle y la energía potencial gravitatoria asociada a la fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra sobre el cuerpo colgado del muelle.

✻✻✻❁❁❁✪❁❁❁✻✻✻

14 *Cuando saltas en una cama elástica, ¿se conserva la energía mecánica? ¿Por qué? ¿Qué transformaciones energéticas se producen?*

En el caso ideal, sin fuerzas disipativas por rozamiento o desgaste en nuestro cuerpo, sí se conserva la energía mecánica, la energía con que nos elevamos se transforma en energía potencial que al bajar se transforma en energía cinética y cuando chocamos contra la cama elástica (supuesta perfectamente elástica) se transforma en energía potencial elástica que nos impulsa hacia arriba con una energía cinética igual a la que teníamos al chocar y esta a su vez en energía potencial gravitatoria al subir hasta la misma altura del impulso inicial (en el caso ideal) y después se volvería a repetir el ciclo.

15 *Una persona deja caer una pelota desde lo alto de un edificio, en tanto que otra persona situada en la calle observa el movimiento de la pelota. ¿Estarán de acuerdo estas dos personas acerca del valor de la energía potencial de la pelota? ¿Estarán de acuerdo acerca de la variación de la energía potencial de ésta? ¿Estarán de acuerdo acerca de la energía cinética de la pelota?*

Depende del sistema de referencia elegido, si cada uno elige como sistema de referencia el sitio en que se encuentra, para el que está arriba la energía potencial de la pelota es nula y para el que está abajo máxima, cuando la pelota llega al suelo al contrario siendo la variación negativa para el de arriba y positiva para el observador del suelo.

Respecto de la energía cinética, como ambos observadores se encuentran en reposo, estarán de acuerdo aunque las velocidades son de sentido contrario, su módulo es el mismo y por tanto será igual la energía cinética.

16 *¿Qué trabajo se realiza cuando una partícula se desplaza alrededor de otra a lo largo de una superficie equipotencial? Razona la respuesta.*

Si se desplaza por una superficie de igual potencial el trabajo es nulo, ya que no hay variación de potencial en el desplazamiento y el trabajo está relacionado con la variación del potencial:

$$W = m \cdot \Delta V \text{ , si } \Delta V = 0 \Leftrightarrow W = 0.$$

17 *Solemos decir que la energía potencial de un cuerpo m colocado a una altura h viene dada por la ecuación E_P = mgh. ¿Es correcta esta afirmación? ¿Por qué?*

Si la altura es pequeña en comparación con el radio terrestre podemos usar la fórmula sin cometer grandes errores, sino hay que usar la fórmula general:

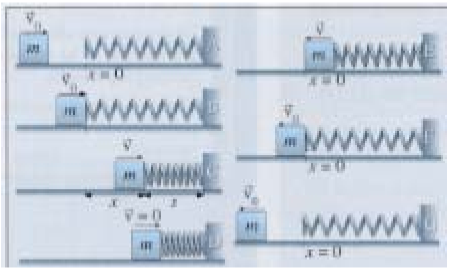
$$\Delta E_P = GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right)$$

$$\text{Si } h << R \Rightarrow \Delta E_P = GMm\left(\frac{h}{R(R+h)}\right) \approx G\frac{M}{R^2} \cdot m \cdot h = mgh$$

18 *Una pelota de masa m se sostiene a una altura h_1 sobre una mesa. Ésta se encuentra a una altura h_2 sobre el suelo. Un observador opina que la pelota tiene una energía potencial mgh_1, mientras que otro observador dice que la energía potencial es $mg(h_1 - h_2)$. ¿Quién está en lo cierto?*

Los dos tienen razón lo que sucede es usan distintos sistemas de referencia, el segundo toma como sistema de referencia y origen de potenciales la mesa, por eso la Ep en h_2 es negativa respecto de la mesa, y el primero el suelo.

19 *Vas a comprobar el principio de conservación de la energía mecánica. Observa con atención la Figura adjunta En ella aparecen las distintas fases que tienen lugar en la interacción de un masa y un muelle de acero. No existe rozamiento.*



A *Una masa se aproxima con una velocidad v_0 a un muelle sin deformar:*

a) *¿Existe energía cinética?*
b) *¿Cuánto vale la* E_P?
c) *¿Cuánto vale la* E_m ?

a) Si existe energía cinética $E_c = \frac{1}{2}mv_0^2$ ya que la masa se mueve con velocidad v_0.

b) La de la masa sería nula si tomamos como referencia el suelo ya que h = 0 y la del muelle, energía potencial elástica $Ep_e = \frac{1}{2}kx^2$ también sería nula ya que está en reposo sin deformar, x = 0.

c) $Em = E_c = \frac{1}{2}mv_0^2$ ya que no hay energía potencial y la energía mecánica es la suma de ambas.

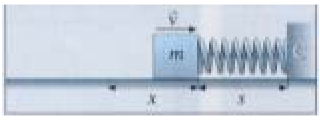
B *La masa choca contra el muelle y se inicia la interacción. Mientras se realiza la compresión:*

a) *¿La* E_c *aumenta o disminuye? ¿Por qué?*
b) *¿Varía la* E_m *?*

a) La masa al ir comprimiendo el muelle pierde velocidad transformando su energía cinética en potencial elástica luego disminuye.

b) En el caso ideal, en ausencia de fuerzas disipativas la energía mecánica no varía, la disminución de energía potencial se compensa con el mismo aumento de energía potencial elástica.

C *Cuando el muelle se ha comprimido la distancia x hasta adquirir la longitud s (Fig. adjunta):*



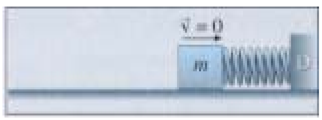
a) *¿La energía cinética de la masa es* $\frac{1}{2}mv_0^2$ ó $\frac{1}{2}mv^2$ *?*
b) *¿La energía potencial del muelle vale 1/2 kx² o 1/2 ks².*
c) *¿Es correcta la siguiente expresión?* $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ *¿Por qué?*
d) *¿Cuánto vale la energía mecánica?*

a) Cuando el muelle se ha comprimido hasta s, la velocidad de la masa m que lo comprime ha disminuido hasta v, luego $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

b) $Ep_e = \frac{1}{2}kx^2$ ya que la energía potencial elástica depende de la longitud que sa ha comprimido no de la longitud del muelle comprimido que no importa.

c) $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$, el primer miembro es la energía mecánica (que sólo era cinética) antes del choque y el segundo la energía mecánica (suma de cinética más potencial elástica) en la posición de la figura como hemos visto en los dos apartados anteriores.

d) $E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ como acabos de escribir en el apartado anterior.



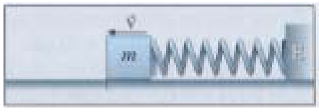
D *En el estado de máxima compresión la masa queda en reposo.*

¿Qué ha ocurrido con la energía cinética?
¿Cuánto vale la energía potencial?
¿Cuánto vale la energía mecánica?

Al estar el cuerpo en reposo la energía cinética es nula, esa energía se ha transformado, de acuerdo con el principio de conservación de la energía mecánica en energía potencial elástica de compresión del muelle.

La energía potencial elástica, ahora máxima es $Ep = E_c = \frac{1}{2}mv_0^2$ que s también lamecánica pues no hay cinética.

E *Escribe falso o verdadero. A medida que el muelle se dilata :*



a) *La masa gana energía cinética (F, V).*
b) *El muelle gana energía potencial (F, V).*
c) *El muelle pierde energía potencial (F, V).*
d) *La variación de la energía cinética es independiente de la variación de la energía potencial (F, V).*
e) *La energía mecánica no varía (F, V).*

a) V, al dilatarse el muelle pierde energía potencial elástica que se emplea en impulsar la masa que va aumentando su velocidad y por tanto su energía cinética.

b) El muelle al dilatarse convierte su energía potencial elástica en energía cinética de impulsión de la masa, luego es falso que gane energía potencial.

c) Verdadero según hemos dicho en el ejercicio anterior.

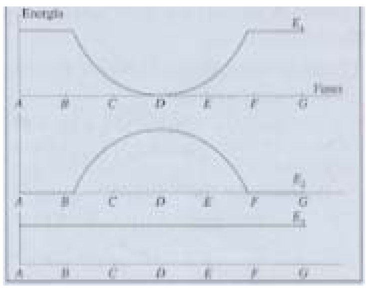
d) Falso, ya hemos explicado en el apartado b) que la energía potencial elástica se convierte en cinética.

e) Según el principio de conservación de la energía mecánica, en ausencia de fuerzas disipativas, esta se conserva.

F *La masa vuelve a la posición en que se inicia la interacción. Compara esta fase con la fase B. ¿Qué analogías y diferencias encuentras?*

El proceso es el inverso ahora la energía potencial elástica se va transformando en energía cinética al contrario que en el proceso B, hasta que el muelle llega a su posición inicial y el cuerpo sale despedido con una velocidad v_0 pero de sentido contrario a la inicial.

G *La masa se encuentra en la posición inicial.*



a) *¿En qué fases la energía mecánica coincide con la energía cinética?*
b) *¿En qué fases la energía mecánica coincide con la energía potencial?*
c) *¿En qué fases hay transmisión de energía?*
d) *¿En qué fases se realiza trabajo?*
e) *Mientras ha durado la interacción, ¿qué energía ha permanecido constante?*
f) *En las gráficas de la Figura se han representado los valores de las energías que han intervenido en el proceso. Identifica cada una con su correspondiente gráfica.*

a) La energía mecánica coincide con la cinética cuando la energía potencial es nula es decir en A y en F.

b) En D.

c) B,C y de D a E y de E a F.

d) Cuando hay variación de energía potencial es decir cuando varia la fuerza F = -kx y cambia el desplazamiento (x) :B, C, E y F.

e) La energía mecánica según su principio de conservación.

f) E_1 = Ec; E_2 = Ep y E_3 = Em.

CUESTIONES Y PROBLEMAS BÁSICOS

① *Dos bolas de acero de masas 8 y 6 kg respectivamente están colocadas a 2 m de distancia medida desde sus centros. ¿Cuánto vale su interacción gravitatoria?*

m_1 = 8 kg.
m_2 = 6 kg.
d = 2 m

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{8kg \cdot 6kg}{(2m)^2} = 8{,}00 \cdot 10^{-10}\,N.$$

② *Dos cuerpos iguales están separados 5 m y la fuerza gravitatoria entre ellos es* $4 \cdot 10^{-8}$ N .

a) *¿Cuál es la masa de esos cuerpos?*
b) *¿Qué aceleración produciría sobre ellos la fuerza anterior?*

d = 5 m.
F = $4 \cdot 10^{-8}$ N.

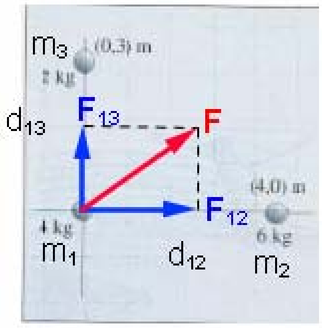
a) $F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = G\frac{m^2}{d^2} \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{F \cdot d^2}{G}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-8} \cdot 25}{6{,}67 \cdot 10^{-11}}} = 122{,}44\,kg.$

b) $F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{4 \cdot 10^{-8} N}{122{,}44 kg} = 3 \cdot 10^{-10}\,\frac{m}{s^2}$

③ *La masa de la Tierra es $6 \cdot 10^{24}$ kg y la masa de la Luna $7{,}2 \cdot 10^{22}$ kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿qué distancia hay entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna?*

$$F = G\frac{M_T \cdot M_L}{d^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}2 \cdot 10^{22}}{1{,}9 \cdot 10^{20}}} = 3{,}9 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}$$

④ *Tres esferas uniformes de masas 2, 4 y 6 kg se colocan en los vértices de un triángulo como se indica en la Figura 4.35. Calcula la fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4 kg.*



$$F_{12} = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d_{12}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} . \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 1 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{N}.$$

$$F_{13} = G\frac{m_1 \cdot m_3}{d_{13}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} . \frac{4 \cdot 2}{3^2} = 5{,}93 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N}.$$

$$F = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = \sqrt{(1 \cdot 10^{-10})^2 + (5{,}93 \cdot 10^{-11})^2} = 1{,}16 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{N}.$$

⑤ *Desde una altura de 2 m se deja caer una pelota y después de rebotar en el suelo asciende hasta una altura de 1,9 m. ¿Qué tanto por ciento de la energía mecánica se ha perdido en el choque con el suelo?*

La pérdida de energía mecánica es la diferencia de energía potencial entre las dos alturas es decir la energía potencial asociada a la diferencia de altura:

$$\Delta Em = Em_1 - Em_2 = Ep_1 - Ep_2 = mgh_1 - mgh_2 = mg \cdot \Delta h = mg(2 - 1{,}9) = 0{,}1mg\ \mathrm{J}$$

Luego la variación respecto de la energía mecánica inicial es:

$$\%\Delta Em = \frac{\Delta Em}{Em_1}\cdot 100 = \frac{0{,}1mg}{2mg}\cdot 100 = \frac{0{,}1}{2}\cdot 100 = 5\%$$ de variación de Em.

❋❋❋✽✽✽✪✽✽✽❋❋❋

⑥ *Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 50 m/s. Si el rozamiento con el aire es despreciable, calcula, utilizando el principio de conservación de la energía mecánica, la altura máxima que alcanza.*

❋❋❋✽✽✽✪✽✽✽❋❋❋

Posición 1 = abajo (origen de potenciales); posición 2 = arriba (punto más alto).

$E_{M1} = E_{M2} \Leftrightarrow E_{P1} + E_{C1} = E_{P2} + E_{C2} \Leftrightarrow E_{C1} = E_{P2}$ ya que abajo la energía potencial y arriba lo es la cinética (velocidad nula).

$$\frac{1}{2}m\cdot v_1^2 = mgh_2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{50^2}{2\cdot 9{,}8} = 127{,}5\,\text{m}$$

❋❋❋✽✽✽✪✽✽✽❋❋❋

⑦ *Desde una altura de 50 m se deja caer un cuerpo de 500 g. Si al llegar al suelo penetra en éste una distancia de 8 cm, calcula la resistencia media que ha ofrecido el suelo. ¿En qué se ha empleado la energía mecánica que poseía el cuerpo? Se desprecia la resistencia del aire.*

❋❋❋✽✽✽✪✽✽✽❋❋❋

La energía potencial a la altura h = 50 m es la energía mecánica que se transforma en cinética al llegar al suelo, que a su vez se convierte en trabajo de penetración hasta una distancia d = 0,08 m venciendo la resistencia del suelo:

$$Ep = Ec = w \Rightarrow mgh = F\cdot d \Leftrightarrow F = \frac{mgh}{d} = \frac{0{,}5\text{kg}\cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 50\text{m}}{0{,}08\text{m}} = 3062{,}5\,\text{N}.$$

❋❋❋✽✽✽✪✽✽✽❋❋❋

⑧ *Un cuerpo de 5 kg se desliza por una superficie horizontal sin rozamiento con una velocidad de 2 m/s. Si este cuerpo choca con un muelle cuya constante elástica vale 8 N/m, ¿Cuánto se comprimirá el muelle?*

❋❋❋✽✽✽✪✽✽✽❋❋❋

La energía cinética que lleva el cuerpo se convierte, al chocar con el muelle en energía potencial elástica de compresión del muelle:

$$Ec = Ep_e \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow x = v\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\cdot\sqrt{\frac{5}{8}} = 1{,}58\text{ m}$$

9 Un muelle de constante recuperadora k = 200 N/m está comprimido 10 cm. Una masa de 500 g está situada en el extremo del muelle. El muelle al descomprimirse empuja la masa y ésta sale despedida. ¿Cuál es la cantidad de movimiento con que la masa sale despedida?

$$Ec = Ep_e \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow v = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}1\cdot\sqrt{\frac{200}{0{,}5}} = 2\frac{m}{s}$$

Luego p = m·v = 0,5 kg · 2 m/s = 1 kg·m/s.

10 Marte tiene dos satélites, llamados Fobos y Deimos, cuyas órbitas tienen radios de 9.400 y 23.000 km respectivamente. Fobos tarda 7,7 h en dar una vuelta alrededor del planeta. Aplicando las leyes de Kepler, halla el período de Deimos.

Si aplicamos la 3ª ley de Kepler:

$$\frac{T_F^2}{R_F^3} = \frac{T_D^2}{R_D^3} \Leftrightarrow T_D = T_F\sqrt{\left(\frac{R_D}{R_F}\right)^3} = 7{,}7\cdot\sqrt{\left(\frac{23000}{9400}\right)^3} = 29{,}5\,\text{hr.}$$

11 El radio de la Tierra es aproximadamente 6.370 km. Si elevamos un objeto de masa 20 kg a una altura de 160 km sobre la superficie de la Tierra, ¿cuánto pesa el objeto a esa altura? Es decir, ¿a qué fuerza gravitatoria está sometido? (Masa de la Tierra = 6 · 10^24 kg.)

$$F = G\frac{M_T\cdot m}{(R_T + h)^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6\cdot 10^{24}\cdot 20}{(6{,}37\cdot 10^6 + 160000)^2} = 187{,}7\text{ N}$$

12 *Suponiendo que la Tierra describe en torno al Sol una órbita circular de radio 1,5 · 10^{11} m, calcula la masa del Sol.*

Igualamos la fuerza gravitatoria de atracción Tierra Sol a la fuerza centrífuga con que gira la Tierra alrededor del Sol:

$$F_G = F_C \Rightarrow G\frac{M_S \cdot M_T}{R^2} = M_T\frac{v^2}{R} = M_T \cdot \omega^2 \cdot R = M_T\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot R \Leftrightarrow M_S = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 2 \cdot 10^{30}\,\text{kg}.$$

13 *Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde la superficie de la Tierra con una velocidad de 4.000 m/s. Calcula la altura máxima que alcanzará (R_T = 6.400 km).*

$$Ec = Ep \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = GM_T m\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right) \Leftrightarrow \frac{v^2}{2} = \frac{GM_T}{R} - \frac{GM_T}{R+h} \Leftrightarrow \frac{GM_T}{R+h} = \frac{GM_T}{R} - \frac{v^2}{2} = \frac{2GM_T - Rv^2}{2R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R + h = \frac{2GM_T R}{2GM_T - Rv^2} \Leftrightarrow h = \frac{2GM_T R}{2GM_T - Rv^2} - R = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 6400000}{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} - 6400000 \cdot 4000^2} - 6400000 = 938\,911{,}17\,\text{m} \cong 938{,}9\text{ km}.$$

14 *Calcula la masa de Júpiter sabiendo que uno de sus satélites tiene un período de 16,55 días y un radio orbital de 1,883· 10^9 m.*

$$F_G = F_C \Rightarrow G\frac{M_J \cdot M_{Sat}}{R^2} = M_{Sat}\frac{v^2}{R} = M_{Sat} \cdot \omega^2 \cdot R = M_{Sat}\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot R \Leftrightarrow M_J = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}883 \cdot 10^9)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (16{,}55 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1{,}931 \cdot 10^{27}\,\text{kg}.$$

15 *Calcula la energía mecánica de un satélite artificial de 200 kg que describe una órbita circular a 400 km de altura sobre la superficie terrestre (R_T = 6.400 km).*

Para calcular su energía cinética hemos de conocer su rapidez de giro, que calculamos igualando las fuerzas gravitatoria y centrífuga:

$F_G = F_C \Rightarrow G\dfrac{Mm}{(R+h)^2} = m\dfrac{v^2}{(R+h)} \Rightarrow E_C = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}G\dfrac{Mm}{R+h}$, como la energía potencial viene dada por $E_P = -G\dfrac{Mm}{R+h}$ luego, la energía mecánica es:

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{R+h} - G\frac{Mm}{R+h} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R+h} = -\frac{1}{2}6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6\cdot 10^{24}\cdot 200\cdot}{6400000+400000} = -5{,}89\cdot 10^{9}\ \text{J}.$$

✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

16 *Desde una altura de 5 m se deja caer una masa de 10 kg sobre un muelle que comprime 20 cm. Calcula la constante recuperadora del muelle.*

✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

$$\Delta Ep = Ep_e \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}kx^2 - mgx \Leftrightarrow mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow k = \frac{2mg(h+x)}{x^2} = \frac{2\cdot 10\cdot 9{,}8\cdot 5{,}2}{0{,}2^2} = 25480\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

17 *Una masa de 10 kg se encuentra inicialmente en un punto ho, = 4 m, se eleva a una altura de 20 m y, por último, se desciende hasta los 8 m. Calcula:*

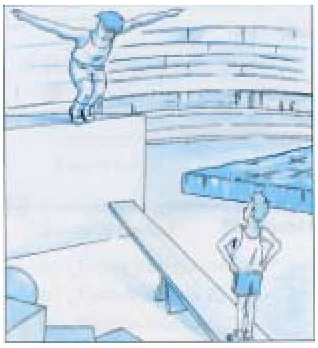
- **a)** *El trabajo realizado por la fuerza de la gavedad.*
- **b)** *La variación de la energía potencial.*

✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

a) y **b)** $W = -\Delta Ep = -mg\Delta h = -10\cdot 9{,}8\cdot(8-4) = -392\ \text{J}.$

✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

18 *Un acróbata de 80 kg salta al extremo de un trampolín desde una altura de 2 m. En el otro extremo se encuentra un muchacho de 50 kg. ¿A qué altura ascenderá el muchacho si se transmite el 80 por 100 de la energía mecánica del acróbata?*



✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

Hallamos la energía potencial del saltador:

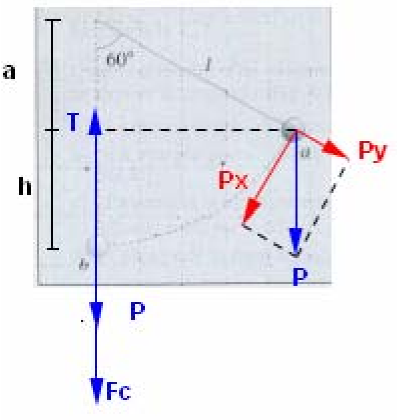
$\Delta Ep_1 = m_1\cdot g\cdot h_1 = 80\ \text{kg}\cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2\cdot 2\ \text{m} = 1\,568\ \text{J}$, de esta energia se transmite al trampolín el 80 %:

$\Delta E = 0{,}8\cdot\Delta Ep_1 = 0{,}8\cdot 1\,568\ \text{J} = 1\,254{,}4\ \text{J}$ que es la energía que impulsa al segundo chico hasta una altura h que hallamos igualando ala Ep_2:

$$\Delta E = \Delta Ep_2 = m_2gh \Leftrightarrow h = \frac{\Delta E}{m_2g} = \frac{1254{,}4\text{J}}{50\text{kg}\cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2{,}56\ \text{m}$$

✽✽✽✽✽✽✽✪✽✽✽✽✽✽✽

19 *Un péndulo consta de una esfera de 100 g unida a un hilo de 2 m de longitud. La esfera se libera a partir del reposo cuando el hilo forma un ángulo de 60° con la vertical . Se desprecia el rozamiento con el aire. Calcula:*



a) *La velocidad de la esfera cuando se encuentra en el punto más bajo.*
b) *La tensión que soporta el hilo en el punto b.*

✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻

a) $\cos 60° = \frac{a}{l} \Leftrightarrow a = l\cos 60° = 2\cdot\cos 60° = 1\,m.$, luego h = l – a = 2 m – 1 m = 1m y su energía se conserva:

$$Ep = mgh = Ec = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 1m} = 4{,}427\,\frac{m}{s}$$

b) $T = P + Fc = mg + m\frac{v^2}{l} = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right) = 0{,}1\cdot\left(9{,}8 + \frac{4{,}427^2}{2}\right) = 1{,}96\,N.$

✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻

20 *Un esquiador parte del reposo desde un punto situado a 20 m de altura por una rampa del 15 por 100 de pendiente como se indica en la Figura. En la parte más baja del plano inclinado el esquiador se encuentra con una superficie horizontal áspera en donde el coeficiente de rozamiento entre los esquíes y la nieve es 0,25. ¿Qué distancia horizontal recorrerá el esquiador antes de parar?*

✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻

En la rampa se conserva la energía mecánica luego la energía potencial arriba será igual a la cinética abajo, igualdad que nos permite despejar la velocidad con que acometerá la superficie horizontal, v_0:

$$Ep = Ec \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 20} = 19{,}8\,\frac{m}{s}$$

Ahora al existir rozamiento su velocidad irá disminuyendo hasta que se anule a una distancia d, cuando toda la energía cinética inicial se halla empleado en trabajo de vencer la fuerza de rozamiento:

$$Ec = W(F_R) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -F_R \cdot d = -\mu N \cdot d = -\mu mg \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{2gh}{2\mu g} = \frac{h}{\mu} = \frac{20}{0,25} = 80\ m$$

Problemas avanzados

1 *El radio de la Tierra es aproximadamente 6.370 km, mientras que el de Marte viene a ser de 3.440 km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿cuál sería su peso en Marte? Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.*

$$\left.\begin{array}{l} P_T = mg_T = m \cdot G\dfrac{M_T}{R_T^2} \\ P_M = mg_M = m \cdot G\dfrac{M_M}{R_M^2} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{dividiendo}} \frac{P_T}{P_M} = \frac{m \cdot G\dfrac{M_T}{R_T^2}}{m \cdot G\dfrac{M_M}{R_M^2}} = \frac{M_T}{M_M} \cdot \left(\frac{R_M}{R_T}\right)^2 = \frac{M_T}{0,11 M_T} \cdot \left(\frac{R_M}{R_T}\right)^2 = \frac{1}{0,11} \cdot \left(\frac{R_M}{R_T}\right)^2 \text{ luego}$$

despejando: $P_M = 0,11 P_T \cdot \left(\frac{R_T}{R_M}\right)^2 = 0,11 \cdot 200N \cdot \left(\frac{6370km}{3440km}\right)^2 = 75,43\ N$

2 *Suponiendo que la Luna gira en torno de la Tierra en una órbita de radio r = 3,84· 10⁵ km con un período de 27,3 días, ¿cuál sería el semieje mayor de la órbita de un satélite en torno a la Tierra con un período de 3 h?*

Usamos la 3ª ley de Kepler:

$$\frac{T_L^2}{R_L^3} = \frac{T_S^2}{R_S^3} \Leftrightarrow R_S = R_L \sqrt[3]{\left(\frac{T_S}{T_L}\right)^2} = 3,84 \cdot 10^5 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{3hr}{655,2hr}\right)^2} = 10588\ km.$$

3 *Un satélite de masa m se desplaza en torno de un planeta de masa M en una órbita circular de radio R.*

a) *Calcula la velocidad del satélite.*

b) *Comprueba que la energía mecánica del satélite es numéricamente igual a la mitad de su energía potencial.*

a) En la órbita la fuerza de atracción gravitatoria ha de ser igual a la centrífuga:

$$F_G = F_C \Rightarrow G\frac{M{\cdot}m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

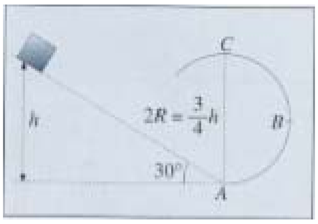
b) $F_G = F_C \Rightarrow G\frac{Mm}{(R)^2} = m\frac{v^2}{(R)} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$, como la energía potencial viene dada por $E_P = -G\frac{Mm}{R}$ luego, la energía mecánica es:

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} - G\frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} = \frac{1}{2}E_P \text{ Q.E.D.}$$

En lo alto de un plano de 2 m de altura y 30° de inclinación se coloca una masa de 0,5 kg. Al final del plano se encuentra un aro circular como indica la Figura. En todo el recorrido no existe rozamiento. Calcula:

a) *La velocidad de la masa en los puntos A, B y C.*

b) *¿Desde qué altura sobre el plano se debe dejar caer la masa para que al llegar a C no ejerza ninguna fuerza sobre el aro?*



a)

En A: $Em_1 = Em_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 \Leftrightarrow v_A = \sqrt{2gh} = \sqrt{2{\cdot}9{,}8{\cdot}2} = 6{,}26\frac{m}{s}$.

En B: $Em_A = Em_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Leftrightarrow v_B = \sqrt{2\left(\frac{1}{2}v_A^2 - g\frac{3}{8}h\right)} = \sqrt{2\left(\frac{1}{2}39{,}2 - 9{,}8{\cdot}\frac{3}{8}{\cdot}2\right)} = 4{,}95\frac{m}{s}$

También podemos tomar como referencia el punto inicial:

$$Em_1 = Em_B \Rightarrow mgh = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Leftrightarrow 2g(h - h_B) = v_B^2 \Leftrightarrow v_B = \sqrt{2g(h - h_B)} = \sqrt{2g(h - \frac{3}{8}h)} = \sqrt{2g\frac{5}{8}h} =$$

$$= \sqrt{\frac{5}{4}gh} = \frac{1}{2}\sqrt{5gh} = \frac{1}{2}\sqrt{5{\cdot}9{,}8{\cdot}2} = 4{,}95\frac{m}{s}.$$

En C:

$$Em_1 = Em_C \Rightarrow mgh = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \Leftrightarrow 2g(h - h_C) = v_C^2 \Leftrightarrow v_C = \sqrt{2g(h - h_C)} = \sqrt{2g(h - \frac{3}{4}h)} = \sqrt{2g\frac{1}{4}h} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}gh} = \sqrt{\frac{1}{2}9{,}8{\cdot}2} = 3{,}13\frac{m}{s}.$$

b) Para que en C la resultante de las fuerzas sea nula $F_C = P$; $m\frac{v_C^2}{R} = mg \Leftrightarrow v_C^2 = Rg$, y si ahora aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica:

$$Em_1 = Em_C \Rightarrow mgh = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \Leftrightarrow 2g(h - h_C) = v_C^2 \Leftrightarrow 2g(h - h_C) = Rg \Leftrightarrow h = h_C + \frac{1}{2}R = 2R + \frac{1}{2}R =$$
$$= \frac{5}{2}R = \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{8}\cdot 2m = \frac{15}{8}m = 1{,}875\ m.$$