

18 ¿Cuál debería de ser la duración del periodo de rotación de la Tierra sobre sí misma para que los cuerpos no pesasen en el ecuador?



Para que los cuerpos no pesen, el peso ( fuerza de atracción gravitatoria) ha de ser igual a la fuerza centrífuga a que se ve sometida la masa m por efecto de la rotación terrestre :

$$P = F_c \Rightarrow mg = m a_c \Rightarrow g = a_c = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{g}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 6370000}{9,806}} = 5064 \text{ s} \approx 1,41 \text{ h}$$



19 Si un cuerpo tiene un peso de 45 N al nivel del mar, ¿cuál es su masa? Calcula el peso del cuerpo a una altura sobre la superficie terrestre igual al radio de la Tierra ( $g_0 = 9,806 \text{ N/kg}$ ).



$$\text{Como } P = mg \Rightarrow m = \frac{P}{g} = \frac{45 \text{ N}}{9,806 \text{ N/kg}} = 4,59 \text{ kg}$$

A un altura  $h = R_T = 6\,370 \text{ km}$ , el peso será  $P = mg_h$ , luego hemos de calcular la intensidad del campo gravitatorio a esa altura ( $g_h$ ) :

$$g_h = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + R_T)^2} = g_0 \frac{R_T^2}{(2R_T)^2} = g_0 \frac{R_T^2}{4R_T^2} = \frac{g_0}{4}$$

Como la intensidad del campo gravitatorio a esa altura es la cuarta parte de  $g_0$ , el peso será la cuarta parte del peso a nivel del mar :

$$P_h = 45/4 = 11,25 \text{ N}$$



20 Si la masa de un cuerpo es 15 kg, ¿qué señalarían una balanza y un dinamómetro si lo pesáramos en un punto situado a 8 000 m de altura sobre el nivel del mar?  $R_T = 6\,370 \text{ km}$  ,  $g_0 = 9,806 \text{ N/kg}$  .



$$m = 15 \text{ kg}$$

$$h = 8\,000 \text{ m}$$

Como la balanza mide masas ( ya que los dos platillos están sometidos a la misma intensidad del campo gravitatorio por estar en el mismo lugar ), señalaría 15 kg.

El dinamómetro mide el peso o fuerza con que la tierra lo atrae en ese punto de altura h, luego hay que hallar  $g_h$  y después  $P_h = m \cdot g_h$  para saber lo que señalaría el dinamómetro :

$$g_h = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = 9,806 \left( \frac{6370}{6370 + 8} \right)^2 = 9,781 \frac{N}{kg}$$

$$P_h = m g_h = 15 \text{ kg} \cdot 9,781 \text{ N/kg} = 146,72 \text{ N}$$

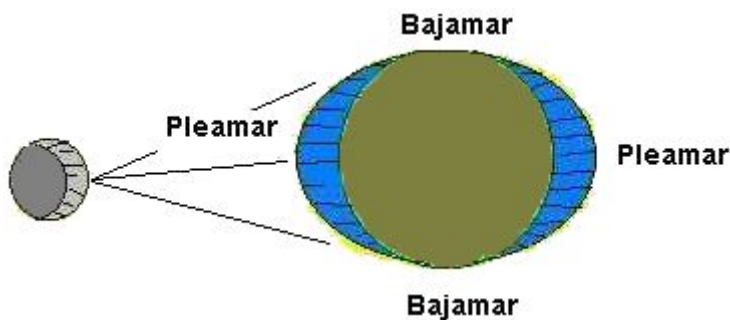


**21** Busca información sobre el nivel medio que alcanzan las mareas vivas y las mareas muertas en las costas de nuestra península. ¿Qué influencias tienen las mareas?



Las mareas son movimientos de cierta amplitud de la masa de agua de nuestro planeta, y responden a la fuerza de atracción que nuestro satélite, la Luna, ejerce sobre la Tierra. En menor medida, el Sol también colabora, matizando el fenómeno y otorgándole mayor o menor importancia.

La marea alta es el reflejo de un abombamiento marino que se produce por la atracción de la Luna situada sobre ese punto; para que este abombamiento o amplitud marina pueda formarse, es preciso que una cierta cantidad de masa de agua acuda hacia allí desde otros lugares del planeta, donde, lógicamente, se produce una disminución del nivel del agua: aquí tiene lugar la marea baja.

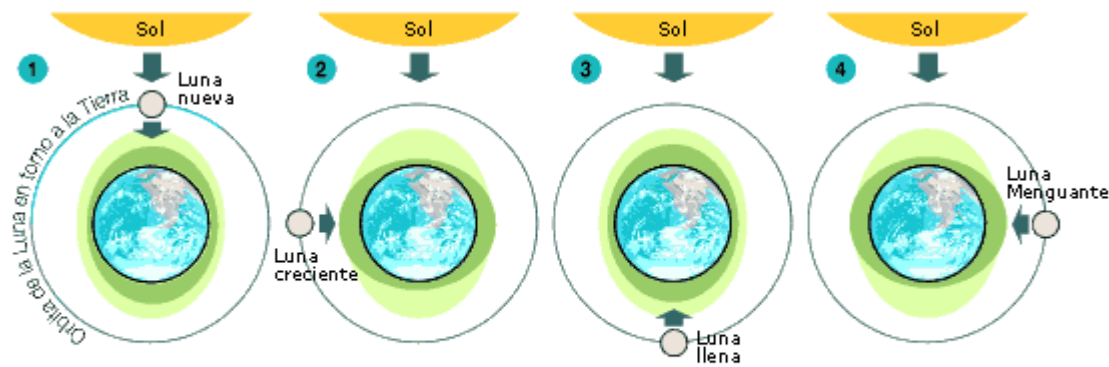


Por efecto de la rotación de la Tierra, las mareas altas no suceden exactamente cuando la Luna se encuentra sobre el meridiano de cada lugar, sino que acumula un cierto retraso, que en nuestras costas ronda las tres horas y media.

Normalmente se producen en la Tierra al mismo tiempo dos mareas altas y dos bajas: las altas en los puntos por donde cruza una línea que pasa por el centro de la tierra y se dirige a la posición de la Luna; las bajas, en los puntos situados a  $90^\circ$  de los citados.

Las distintas posiciones del Sol y de la Luna provocan también las denominadas mareas "vivas" y mareas "muertas". Las vivas tienen lugar cuando Sol, la Luna y la Tierra se encuentran situados en línea recta, con lo que la fuerza de atracción de los dos primeros sobre la masa de agua del último se suman y aumentan el nivel del mar. Las muertas se producen cuando el Sol y la Luna se encuentran situados formando un ángulo de  $90^\circ$  entre ambos, con lo que sus fuerzas de atracción se restan y el nivel del mar no sube tanto como en las vivas. Las mareas vivas tienen lugar durante los dos días siguientes a las fases de Luna Llena y Luna Nueva; las muertas, durante los dos días siguientes a las de Cuarto Menguante y Cuarto Creciente.

Esquema de las mareas



- 1 y 3: Cuando la Luna y el Sol están alineados (luna llena y luna nueva), se producen las mayores diferencias de mareas.
- 2 y 4: Cuando la Luna y el Sol están en ángulo recto (lunas crecientes y menguante), se producen las menores diferencias de mareas.

Como la Luna cruza sobre el meridiano de cada lugar de la Tierra cada día con un retraso de 50 minutos en relación con el anterior, las mareas altas y bajas, se retrasan en esos 50 minutos cada

día que transcurre en relación con la víspera.

La altura de nivel de una marea puede modificarse además por la concurrencia de ciertos aspectos de carácter local: puede ser determinante la situación geográfica de una país en la costa Este o en la Oeste de un continente; la forma de sus costas puede hacer aumentar de manera sensible la altura de la marea (son los casos de las costas en forma de "fondo de saco"); con un viento fuerte y persistente en dirección del mar a la tierra, puede también empujar a la masa de agua hacia la costa, comprimiéndola allí y haciendo aumentar, por tanto, su nivel; igualmente, un descenso fuerte de la presión atmosférica libera al mar de cierto peso del aire situado sobre él, con lo que el nivel marino sube un poco más de estos factores determina las circunstancias catastróficas de algunas mareas históricas.

Por otro parte, como el movimiento de rotación de la Tierra tiene lugar de Oeste a Este y el aparente de la Luna en el cielo resulta ser de Este a Oeste y recordando que la marea es producida por este último, resulta que, al circular la onda de marea en contra del movimiento de la Tierra, se produce un rozamiento constante del agua contra el fondo de los océanos, rozamiento que se traduce en un frenado al giro o rotación de nuestro planeta sobre sí mismo, y por consecuencia, en un lento pero progresivo aumento de la duración del día terrestre (eso sí, imperceptible para nosotros).

Algunos lugares son particularmente famosos por la altura que alcanzan sus mareas. Generalmente se trata de fondos de bahía o de golfos, cuyos contornos favorecen el amontonamiento de una onda de cierta amplitud. El punto donde mas sube y baja es la bahía de Fundy, en la costa atlántica de Canadá, donde se alcanza una diferencia de 19 metros entre la bajamar y la pleamar. Recordemos que en Gipuzkoa, esa diferencia queda reducida a sólo 4 metros.



**22** Calcula la energía potencial gravitatoria entre el protón y el electrón en el modelo clásico del átomo de hidrógeno, siendo el radio de la órbita  $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$  m. Compara la energía potencial gravitatoria con la energía potencial eléctrica.



- Masa del protón =  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg
- Masa del electrón =  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg
- Carga del electrón y del protón =  $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C
- Radio de la órbita =  $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$  m

$$E_p = -G \frac{m_p m_e}{r} = -6,672 \cdot 10^{-11} \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}{5,3 \cdot 10^{-11}} = 1,92 \cdot 10^{-57} \text{ J}$$

Comparación ( en valor absoluto, prescindiendo del signo):

$$\frac{E_{pG}}{E_{pe}} = \frac{G \frac{m_e m_p}{r}}{k \frac{q^2}{r}} = \frac{G m_e m_p}{k q^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}{9,0 \cdot 10^9 \cdot (1,602 \cdot 10^{-19})^2} \approx 4,39 \cdot 10^{-40}$$

Es decir la  $E_p$  eléctrica  $E_{pe} = 2,28 \cdot 10^{39} E_{pG}$ , es mucho mayor.



23

a) ¿Cuál es el valor del potencial gravitatorio en las proximidades de la superficie terrestre?

b) A una superficie cuyo potencial es constante se la llama superficie equipotencial; ¿qué forma tendrán las superficies equipotenciales del campo gravitatorio terrestre?

Haz mi dibujo que represente aproximadamente a escala tres superficies equipotenciales para el campo gravitatorio terrestre.



$$a) V = \frac{E_p}{m} = -G \frac{M_T}{R_T} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}{6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} = -6,26 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

b) Serán aproximadamente esféricas.

Primera superficie equipotencial  $r = R_T$

$$V_1 = \frac{E_p}{m} = -G \frac{M_T}{R_T} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}{6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} = -6,26 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

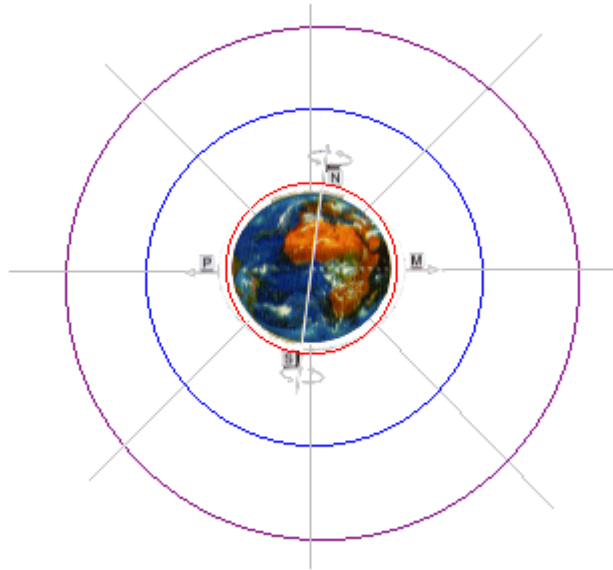
Segunda superficie equipotencial  $r = 2R_T$

$$V_2 = \frac{E_p}{m} = -G \frac{M_T}{2R_T} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}{2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} = -3,13 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Tercera superficie equipotencial  $r = R_T$

$$V_3 = \frac{E_p}{m} = -G \frac{M_T}{3R_T} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}{3 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} = -2,09 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Es decir a una distancia doble, triple..., el potencial aumenta al doble, el triple... hasta hacerse nulo en el infinito.



**24** Soltamos un cuerpo desde un globo en reposo a una altura  $h = 2 \text{ km}$ . Calcula la rapidez con que llegará el cuerpo al suelo, despreciando el rozamiento:

a) Suponiendo que  $g = \text{cte}$ .

b) utilizando la expresión correcta para la energía potencial. ¿Qué % de diferencia hay entre un resultado y otro? ¿Y si fuese  $h = 10 \text{ km}$ ? Datos:  $R_T = 6\,378 \text{ km}$ ,  $g_0 = 9,806 \text{ m/s}^2$ .



a) Aplicando el principio de conservación de la energía ( pues suponemos que no existe rozamiento) :

$h = 2 \cdot 10^3 \text{ m}$

Utilizando para energía potencial la fórmula  $E_p = mgh$  ( ya que  $h$  es muy pequeña en comparación con el  $R_T$  :

Energía potencial a la altura  $h =$  energía cinética en el suelo

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,806 \cdot 2 \cdot 10^3} = 198,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Utilizando la expresión correcta de la energía potencial

$$\frac{1}{2}mv^2 = \Delta E_p = -G \frac{Mm}{R_T + h} - \left( -G \frac{Mm}{R_T} \right) = gm \frac{R_T h}{R_T + h} \Rightarrow v = \sqrt{2g \frac{R_T h}{R_T + h}} = \sqrt{2 \cdot 9,806 \frac{6,378 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^3}{6,378 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^3}} = 198,02 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El % de diferencia es  $\frac{198,05 - 198,02}{198,02} \cdot 100 = 0,015\%$

$h = 10^4 \text{ m}$

Utilizando para energía potencial la fórmula  $E_p = mgh$  (ya que  $h$  es muy pequeña en comparación con el  $R_T$ ):

Energía potencial a la altura  $h$  = energía cinética en el suelo

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,806 \cdot 10^4} = 442,85 \frac{m}{s}$$

Utilizando la expresión correcta de la energía potencial

$$\frac{1}{2}mv^2 = \Delta E_p = -G \frac{Mm}{R_T + h} - \left( -G \frac{Mm}{R_T} \right) = gm \frac{R_T h}{R_T + h} \Rightarrow v = \sqrt{2g \frac{R_T h}{R_T + h}} = \sqrt{2 \cdot 9,806 \frac{6,378 \cdot 10^6 \cdot 10^4}{6,378 \cdot 10^6 + 10^4}} = 442,51 \frac{m}{s}$$

El % de diferencia es  $\frac{442,85 - 442,51}{442,51} \cdot 100 = 0,077\%$



**25** Una masa de 250 g que parte del reposo desde una posición situada a 0,5 m de altura sobre el suelo se deja caer deslizando por un plano inclinado, llegando al suelo con una rapidez de 2 m/s. ¿Cuál ha sido el trabajo realizado por la fuerza de la gravedad y cuál el efectuado por la fuerza de rozamiento?



- Altura desde la que baja ( punto 1 ) =  $h = 0,5 \text{ m}$
- Velocidad al llegar al suelo ( punto 2 ) =  $v = 2 \text{ m/s}$
- Masa =  $m = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$
- Trabajo de las fuerzas de rozamiento =  $W_r$

Como consideramos el suelo como nivel cero de energía potencial, se cumplirá :

$$E_{p1} + E_{c1} = E_{p2} + E_{c2} + W_r$$

Ya que  $E_{c1} = 0$  y  $E_{p2} = 0$ , sustituyendo las fórmulas tendremos que  $W_r$  es :

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + W_r \Rightarrow W_r = m\left(gh - \frac{1}{2}v^2\right) = 0,25 \left( 9,806 \cdot 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 \right) = 0,73 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza de la gravedad es igual a la variación de la energía cinética, que es igual a la energía cinética abajo ya que arriba esta en reposo :

$$W_G = \Delta E_c = -E_{c2} = -\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 2^2 = -0,5 \text{ J}$$



**26** ¿A qué se debe el enorme interés mostrado tanto por la antigua Unión Soviética como por Estados Unidos en ganar la "carrera espacial" que supuso el lanzamiento del primer satélite artificial y la llegada del hombre a la Luna?



La "carrera espacial" fue es el escenario de la rivalidad entre las dos superpotencias, un ámbito en el que predominaban intereses militares y orgullos nacionales. La "carrera espacial" se vio impulsada por motivos políticos en tiempos de la Guerra Fría, y por intereses militares de control del espacio y las telecomunicaciones.



**27** Dos satélites idénticos están en órbitas de distinto radio alrededor de la Tierra. Razona cuál de los dos se moverá con mayor rapidez. ¿Para cuál de los dos será mayor el periodo?



De igualar la fuerza de atracción gravitatoria en la órbita en que se haya a la fuerza centrífuga debido al giro, se llega despejando la velocidad orbital a :

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

en donde vemos que la velocidad orbital es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del radio de la órbita en que se encuentra, se moverá con mayor rapidez el satélite que esté más cercano a la Tierra o sea que tenga un radio orbital menor.

El período de giro viene dado por la expresión :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} r^{3/2}$$

en donde se aprecia que el periodo es proporcional a  $r^{3/2}$ , es decir a mayor distancia ( radio de giro ) más tiempo tarda en dar una vuelta alrededor de la Tierra ( la circunferencia que describe es mayor ).



**28** Un satélite artificial de 1,2 t se eleva a una distancia de 6 500 km del centro de la Tierra y se le da un impulso mediante cohetes propulsores para que describa una órbita circular alrededor de la Tierra.

- a) ¿Qué rapidez deben comunicarle los cohetes para que tenga lugar el movimiento?
- b) ¿Qué trabajo se ha realizado para llevarlo de la superficie de la Tierra a esa altura?
- c) ¿Cuál es la energía total del satélite? Datos:  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ;  $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



Masa del satélite =  $m = 1,2 \text{ t} = 1200 \text{ kg}$ .

- Masa de la Tierra =  $M = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg.
- Distancia de giro del satélite =  $r = 6500$  km =  $6,5 \cdot 10^6$  m.
- Radio de la Tierra =  $R = 6,36 \cdot 10^6$  m.
- Intensidad de la gravedad en la superficie terrestre =  $g_0 = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.

a) Par que gire en torno a la Tierra, la velocidad ( v ) que han de comunicarle los cohetes ha de ser suficiente para que la fuerza centrífuga generada contrarreste la fuerza de atracción gravitatoria

$$F_G = F_c \Leftrightarrow G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,5 \cdot 10^6}} = 7833,52 \frac{m}{s}$$

b) El trabajo realizado es el opuesto de la variación de la energía potencial :

$$W = -\Delta E_p = -GMm \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1200 \left( \frac{1}{6,5 \cdot 10^6} - \frac{1}{6,37 \cdot 10^6} \right) = 1,5 \cdot 10^9 \text{ J}$$

c) La energía total del satélite, prescindiendo de las pérdidas por rozamiento, será la energía mecánica es decir la suma de las energías cinética y potencial. Teniendo en cuenta que la energía cinética en una órbita estable es la mitad de la potencial ( con signo cambiado) la energía mecánica será :

$$E = E_c + E_p = G \frac{Mm}{2r} + \left( -G \frac{Mm}{r} \right) = -G \frac{Mm}{2r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1200}{6,5 \cdot 10^6} = -7,36 \cdot 10^{10} \text{ J}$$



**29** Amplía la información contenida en este texto sobre los satélites artificiales y señala qué aplicaciones directas o indirectas ha supuesto la investigación asociada a su desarrollo.



## APLICACIONES DE LOS SATÉLITE

### 1) LOS SATÉLITES CIENTÍFICOS

Su finalidad es llevar a cabo experimentos científicos en condiciones de baja gravedad, o exploración del espacio exterior, como los enviados a Marte y a otros planetas del sistema solar.

### 2) LOS SATÉLITES DE COMUNICACIONES

La aplicación espacial más rentable y a la vez difundida actualmente es la de las comunicaciones. Sin los satélites de este tipo no se concebiría la sociedad moderna. Las transmisiones “en directo, vía satélite”, ya no son noticia ni tienen ningún carácter especial. Son



pura rutina, como lo es la difusión directa de televisión/radio (sólo son necesarios sencillos receptores y antenas parabólicas), la telefonía o las comunicaciones móviles. Sistemas como la constelación Iridium extienden la cobertura a toda la superficie del globo.

### 3) LOS SATÉLITES METEOROLÓGICOS

Y si las comunicaciones son esenciales para la vida diaria, no lo es menos, para nuestra propia seguridad (tanto económica como social), la meteorología vía satélite. Nuestra revolucionada atmósfera, tan complicada e imprevisible a la vez, ha merecido una atención muy especial por parte de los científicos. La comprensión de la física/dinámica atmosférica, el comportamiento de las masas nubosas, o el movimiento del aire frío o caliente, resulta indispensable para realizar predicciones fiables y a más largo plazo. Los satélites, por supuesto, proporcionan esa visión de conjunto, constante, que las hace posibles.

### 4) LOS SATÉLITES DE TELEDETECCIÓN

Los satélites de teledetección también miran hacia la Tierra. La observación del planeta mediante sensores multiespectrales permite localizar recursos naturales, vigilar la salud de los cultivos, el grado de deforestación, el avance de la contaminación en los mares y un sinfín de utilidades más.

### 5) SATÉLITES DE NAVEGACIÓN

Antes de pasar a mencionar cómo son los satélites militares, debemos hacer lo propio con una aplicación que está a caballo entre éstos y la más pura utilidad civil. Se trata de los satélites de navegación, desarrollados originalmente para marcar el rumbo de misiles, submarinos, bombarderos y tropas, y que ahora se usan profusamente como sistema de posicionamiento global de coches, embarcaciones y otro tipo de usuarios.

### 6) LOS SATÉLITES MILITARES

#### EL PROGRAMA MILITAR: OBJETIVOS E INFLUENCIA EN LAS APLICACIONES CIVILES

Entremos ahora en un área poco conocida y que frecuentemente ocasiona malentendidos entre los interesados a la astronáutica: los satélites militares. Este tipo de vehículos, al menos hasta donde sabemos, no se dedica a la agresión (si exceptuamos a aquellos que han sido diseñados precisamente para acabar con otros satélites), sino a apoyar las operaciones militares en tierra, a garantizar el cumplimiento de los tratados de desarme y a la vigilancia de las actividades de otras naciones.



**30** Comprueba que la velocidad (o mejor rapidez) de escape para un objeto lanzado desde la superficie de un planeta viene dada por  $v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$  y calcúlala para la Tierra.



Para que un objeto escape de la atracción gravitatoria de un planeta debe poseer una rapidez mínima, cuyo módulo puede determinarse usando el principio de conservación de la energía mecánica :

$$E_{\text{final}} = E_{\text{inicial}}$$

Como al final se detendrá la energía cinética final será nula, y como debe detenerse a una distancia infinito también será nula la energía potencial final, es decir la energía mecánica final ha de ser al menos cero, luego la energía mecánica inicial ha de ser nula, es decir los módulos de las energías cinética y potencial iniciales han de ser iguales :

$$E_{c_i} = E_{p_i} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = G \frac{Mm}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Para la Tierra esta velocidad ha de ser :

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} \approx 11191 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,19 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$



**31** La masa del planeta Júpiter es aproximadamente 318 veces la de la Tierra, y su diámetro 11 veces mayor. ¿Cuál es el peso en este planeta de un astronauta cuyo peso en la Tierra es 980 N? ¿Cuál es la velocidad de escape para la superficie de Júpiter? Dato:  $g_T = 9,8 \text{ N/kg}$ .



- Masa de Júpiter = 318  $M_T$ .**
- Radio de Júpiter = 11/2  $R_T = 5,5 R_T$ .**
- Peso en al Tierra =  $P_T = 980 \text{ N}$ .**
- $g_T = 9,8 \text{ N/kg}$ .**

$$\frac{P_J}{P_T} = \frac{mg_J}{mg_T} = \frac{G \frac{M_J m}{R_J^2}}{G \frac{M_T m}{R_T^2}} = \frac{M_J}{M_T} \left( \frac{R_T}{R_J} \right)^2 = \frac{318 M_T}{M_T} \left( \frac{R_T}{5,5 R_T} \right)^2 = 318 \cdot \frac{1}{5,5^2} = 10,51 \Rightarrow P_J = 10,51 P_T = 10300 \text{ N}$$

Para calcular la velocidad de escape lo hacemos también por comparación ya que en el problema anterior hemos calculado la velocidad de escape de la Tierra :

$$\frac{v_J}{v_T} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_J}{R_J}}}{\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}} = \sqrt{\frac{M_J \cdot R_T}{M_T \cdot R_J}} = \sqrt{\frac{318 M_T \cdot R_T}{M_T \cdot 5,5 R_T}} = \sqrt{\frac{318}{5,5}} = 7,60 \Leftrightarrow v_J = 7,60 \cdot v_T = 7,60 \cdot 11,19 = 85,04 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



**32** Señala qué otros factores importantes son decisivos para considerar la posibilidad de existencia de vida semejante a la terrestre en un planeta y justifica la figura 9.7.



Además de la intensidad de su campo gravitatorio que influye en la capacidad para retener una atmósfera gaseosa, se pueden señalar otros factores como la temperatura, en la que influye la distancia al Sol como fuente principal de Energía, Venus está demasiado cerca del Sol y su temperatura ambiental es muy alta para que pueda haber vida como la conocemos y más allá de Marte sucede al contrario, la distancia al Sol es tan grande que las temperaturas son muy bajas para que se den las condiciones de desarrollo de la vida.

También la composición de las atmósferas es un factor a considerara pues se considera como imprescindible el que puedan darse las condiciones para que exista agua en esta líquido para que se desarrolle la vida.



**33** Teniendo en cuenta los valores de la velocidad de escape de la tabla (fig. 9.8) y que la velocidad media de agitación molecular se puede expresar a T = cte por la ecuación  $v = cte/\sqrt{M}$ , siendo M la masa molar, ¿porqué no contiene hidrógeno la atmósfera terrestre? Si la velocidad de escape de la Luna es 2,37 km/s, explica por qué la Luna no contiene atmósfera.



Como el hidrógeno tiene una masa molecular muy baja M = 2 gr /mol y la velocidad de agitación es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa molar, esta velocidad es suficientemente grande como para alcanzar la velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre y escapar de la atmósfera.

La Luna no tiene atmósfera porque su velocidad de escape es tan pequeña que la agitación molecular de cualquier sustancia gaseosa ( a la temperatura de su superficie) la supera y escapa a la atracción del campo gravitatorio lunar.



**34** Explica, con el lenguaje adecuado, los fenómenos físicos que se citan en la parle final de este documento y que permiten la llegada de la nave a la superficie de Júpiter.



**Aceleración negativa**

La aceleración es la variación de la velocidad con el tiempo, si un móvil pasa de una velocidad superior a otra inferior, la aceleración es negativa, la aceleración es de frenado o deceleración :

$$v = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}; \text{ Como siempree } t_2 > t_1(\text{ el tiempo no retrocede) cuando } v_2 < v_1 \Rightarrow a < 0$$

### Vaporización

Paso de una sustancia del estado líquido al estado de vapor al ser calentada.

### Escudo térmico

Recubrimiento de un material altamente resistente a las altas temperaturas, destinado a evitar el excesivo calentamiento del interior de un ingenio espacial durante su ingreso en la atmósfera de un planeta. Se coloca en la parte frontal y está concebido para evacuar por radiación y absorber por ablación la mayor parte del calor generado por rozamiento con las sustancias gaseosas de la atmósfera.

### Paracaídas

Equipo destinado a frenar la caída de una persona u objeto en la atmósfera disminuyendo esta velocidad ya que debido a su gran superficie aumenta la fuerza de sustentación hacia arriba.



*QUESTIONES Y EJERCICIOS NUMÉRICOS*

### Cuestiones

◇ ¿Qué aspectos de las fuerzas gravitatorias están relacionados con la velocidad areolar de los planetas y con la forma plana de sus trayectorias? Justifica tus respuestas.



La característica de que las fuerzas gravitatorias sean fuerzas centrales. Se dice que se tiene un campo de fuerzas centrales cuando en cualquier punto la fuerza ejercida sobre un cuerpo está en la misma recta que le une con el origen del campo y su valor depende exclusivamente de la distancia entre ambos. La fuerza es de la forma:

$$\vec{F} = f(r) \cdot \vec{u}_r$$

El caso que nos interesa ahora, porque es el caso del campo gravitatorio, es el campo central cuya fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro:

$$\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

En los campos de fuerzas centrales, los vectores r y F tienen la misma dirección y el momento de las fuerzas con respecto al centro es nulo:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$$

Y como:  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$  se deduce que  $L$  es constante:  $L = r \times mv = cte.$

De la constancia de su dirección se deduce que el vector  $r$  de la trayectoria, que es siempre perpendicular a  $L$ , ha de estar en un plano, lo que implica que:

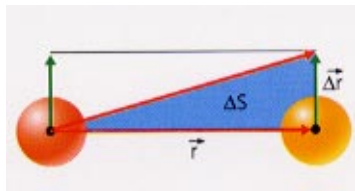
**Las trayectorias de los cuerpos en campos de fuerzas centrales son curvas planas.**

Aplicándolo al campo gravitatorio, se dice que las trayectorias de los planetas son curvas planas.

De la constancia del módulo  $L$  se deduce otra consecuencia importante. En efecto, el módulo del producto vectorial de dos vectores representa el área del paralelogramo formado por ellos. Luego:

$$| r \times \Delta r | = 2\Delta S$$

Siendo  $\Delta S$  el área barrida (triángulo). Multiplicando ambos miembros por  $m/\Delta t$  nos queda:



$$\left| r \times m \frac{\Delta r}{\Delta t} \right| = L = 2m \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

De la constancia de  $L$  (ya que su derivada es nula), se deduce la constancia de la velocidad areolar  $\Delta S/\Delta t$  o área barrida  $\Delta S$  en cada intervalo de tiempo  $\Delta t$ , que según se vio, es la segunda ley de Kepler



◊ La Tierra describe aproximadamente una circunferencia de  $1,5 \cdot 10^8$  km alrededor del Sol en un año. El periodo de revolución lunar alrededor de la Tierra es de 27,3 días. ¿A qué distancia de la Tierra se encuentra la Luna?



- Radio de la circunferencia que describe la Tierra alrededor del Sol =  $R = 1,5 \cdot 10^8$  Km.
- Periodo de rotación de la Tierra alrededor del Sol =  $T = 1$  año = 365,25 días
- Período de revolución lunar =  $T_L = 27,3$  días.
- Distancia Tierra. Luna =  $R_L$

Si aplicamos al 3ª ley de Kepler a ambos movimientos y los relacionamos :

$$\frac{R_L^3}{R^3} = \frac{kT_L^2}{kT^2} = \left( \frac{T_L}{T} \right)^2 = \left( \frac{27,3}{365,25} \right)^2 = 5,59 \cdot 10^{-3} \Rightarrow R_L = \sqrt[3]{5,59 \cdot 10^{-3} \cdot R} = 2,66 \cdot 10^7 \text{ Km}$$



◊ Señala algunas diferencias entre la física de Aristóteles y la de Newton.



Como investigador, Aristóteles es en esencia un naturalista. En la cosmología aristotélica la Tierra era imperfecta y situada al centro del universo. Se componía de cuatro elementos centrales: tierra, aire, agua y fuego que se movían, desde su punto de vista, en movimientos rectilíneos y esporádicos. Por el contrario, el movimiento de los cuerpos celestes (el Sol, planetas y las estrellas, compuestos de éter o quinta esencia) era continuo y circular. A fin de explicar el movimiento independiente de los planetas, Aristóteles propugnaba que ellos rotaban haciéndolo sobre esferas concéntricas. Este sistema fue asumido por la cristiandad en el siglo XIII, llegando a adquirir un rango ritualizado como fundamento universal de la concepción del mundo. Sólo logró ponerse en duda con la llegada de las ideas planteadas en el heliocentrismo por Nicolás Copérnico.

### LA NATURALEZA

El término **naturaleza (physis)** mantiene en Aristóteles su sentido originario: brotar, surgir, salir a la luz, aparecer.

La naturaleza es un modo de ser de las cosas, un principio inmanente de movimiento y de reposo, de operatividad y de desarrollo (llegar a ser).

El conjunto de seres (entes) que poseen ese principio inmanente no son Naturaleza, sino **seres naturales** o **por naturaleza**. Así, son seres naturales (tà physei ónta), todos aquellos que tienen por sí mismos su principio de movimiento y desarrollo: los animales crecen y se desarrollan por sí mismos; el fuego tiende a subir (naturalmente) hacia arriba, etc.

El conjunto de los seres naturales no es la naturaleza. Ésta, como principio, está más allá de los seres a los que determina. La naturaleza no se agota en la multiplicidad de seres naturales.

Aristóteles contrapone a los seres naturales (tà physei ónta) los **seres artificiales (tà techné ónta)**. Los seres artificiales no tienen en sí mismos el principio por el cual llegan a ser lo que son; una copa o un lecho o un ordenador son producidos por la técnica y el saber de un artesano, un productor o un técnico. El material con el cual se hacen los objetos artificiales sí es naturaleza, pero los objetos mismos que se fabrican (copa, lecho, ordenador) deben su ser a un productor externo a sí mismos. Sin embargo la producción y "el llegar a ser" de los seres naturales es interna (inmanente) a ellos mismos: cada ser se realiza, opera y se desarrolla desde sí mismo y por sí mismo. Nada externo a la semilla hace que ésta se desarrolle y convierta en un árbol. Por eso, un árbol o una semilla es un ser natural y una mesa, hecha de la madera de ese árbol no lo es sino accidentalmente: solo en tanto en que es madera y no en tanto que es mesa. Si la naturaleza es aquel principio que rige el desarrollo y desenvolvimiento de los seres, la naturaleza será más **la forma** (morphé) que la materia (hylé). porque la forma o esencia de un ser es aquello que determina a algo a ser lo que es, otorgándole sus notas características así como su capacidad y potencialidad de desarrollo y transformación. Cada ser, determinado por su forma o esencia, realiza las potencialidades propias de su naturaleza para llegar a ser, lo más perfectamente posible, lo que tiene que ser.

También la naturaleza es la materia (hylé) de los seres en tanto que ninguna forma puede darse desligada de la materia. Toda sustancia es un compuesto de materia y forma (hilemorfismo) y, por lo tanto, **todo ser natural o por naturaleza es un compuesto de materia y forma**. La naturaleza no son los seres naturales ni el conjunto de todos ellos. Cada ser compuesto obra y se comporta de acuerdo a su peculiar naturaleza determinada por la forma que posee, lo cual explica la heterogeneidad de seres y actividades que se dan en el mundo natural.

" La naturaleza es, en todas las cosas que poseen un principio de movimiento, la forma y la esencia, que no son separables sino por el

pensamiento. En cuanto al compuesto de materia y forma, hay que decir que no es una naturaleza, sino un ser natural o por naturaleza, como es el hombre."

(Física, II, 193b 3-7)

### EL MOVIMIENTO

Si los seres naturales se caracterizan por tener en sí su principio de movimiento y de reposo, será necesario estudiar el movimiento y el cambio si queremos saber qué es la naturaleza.

Aristóteles distingue dos tipos de cambio que afectan a las sustancias compuestas:

□ **1. cambio substancial (metabolé):** es la generación y corrupción de las sustancias. Afecta, por lo tanto, a la sustancia misma, en tanto que supone su nacimiento o su muerte.

□ **2. El cambio accidental (kínesis) o movimiento:** no afecta a la sustancia, sino a sus accidentes. La sustancia es el substrato que permanece en el cambio, el sujeto que adquiere o pierde ciertas determinaciones. Dependiendo de la clase de accidentes que sean modificados, Aristóteles clasifica en tres los cambios accidentales:

**2.1. cuantitativo :** afecta a la cantidad. Es el crecimiento y la disminución de una sustancia o de un accidente de la misma.

**2.2. cualitativo** o alteración : es el cambio en las cualidades de una sustancia.

**2.3. de lugar o locativo :** traslación.

En todo tipo de movimiento o cambio accidental hay que considerar tres elementos:

- **el sujeto (hipokéimenon)**
- **la forma (morphé)**
- **y la privación**

El llegar a ser algo que todavía no se es implica siempre dejar de ser algo que ahora se es: el llegar a ser mayor implica dejar de ser menor. El árbol que llega a su madurez deja de ser semilla, etc.

Debe haber una ousía o **sustancia** que permanezca en el cambio y que sea el sujeto que sufra y donde se lleven a cabo tales transformaciones. Este sujeto pasa de **estar privado** de una forma ( Juan no es músico o no tiene la forma de músico) a llegar a adquirir dicha forma (la de músico). La privación no es un puro no-ser, sino un no-ser relativo, es decir, el poder ser (potencia) de un sujeto. Aquí llegamos a otra pareja de términos definida por Aristóteles: **la potencia y el acto**.

La potencia (dynamis) es un no-ser relativo, pues indica una privación de algo por parte de una sustancia pero que, no obstante, puede volver a poseerse. La dynamis o potencia significa capacidad, cualificación, posibilidad. Es la posibilidad de llegar a ser algo que todavía no se es de hecho. Una semilla no es todavía un árbol, pero tiene la potencia la posibilidad de llegar a serlo. Por lo tanto, una semilla es un árbol en potencia.

**La potencia puede ser activa o pasiva**, dependiendo de si la potencialidad se refiere a la capacidad de producir una acción o efecto por parte de un agente (potencia activa) o si se refiere a la posibilidad de recibir o padecer la acción de un agente (potencia pasiva).

El fuego tiene la **potencia activa** de quemar y el agua de mojar, aunque ahora no lo hagan. Pero también el agua puede estar en **potencia pasiva** respecto al fuego, ya que puede ser calentada por éste. El fuego puede también ser apagado por el agua, estando en potencia pasiva de apagarse.

**El acto**(actus) es la traducción escolástica de los términos **entelechia** y **enéргеia**. Ambos se refieren a la perfección, cumplimiento y desarrollo de las potencialidades de una sustancia. El "acto" se refiere a lo que efectivamente es, a lo que ya es.

**Entelechia** es un término que indica cumplimiento, acabamiento de algo, el perfeccionamiento o el cumplimiento del fin por parte de algo. Es el cumplimiento de lo que estaba en potencia pasiva: por ejemplo, ya es un músico aquella persona que antes solo estaba en potencia de serlo (y no lo era, por tanto.)

**Enéргеia** significa: en el estado de ergón (obra, trabajo). Es la acción o el acto de cumplir, efectuar y producir algo. Es el cumplimiento y acabamiento de lo que estaba en potencia activa: la acción del agua y su resultado (ahora) es mojar, humedecer

Si relacionamos este par con el de materia y forma, tenemos que la forma es el elemento actual del compuesto y la materia el elemento potencial.

La materia prima es pura potencialidad: está en potencia pasiva de recibir una forma determinada que la haga ser esto o aquello.

La forma, a su vez, es aquello que actualiza la materia, llevándola a ser algo determinado. La materia sólo estará en acto cuando posea una forma.

Por lo tanto, Aristóteles otorgará prioridad al par forma-acto sobre el par materia-potencia.

A partir de estos elementos Aristóteles va a definir el movimiento:

**el movimiento es " el acto imperfecto de lo que está en potencia en tanto sigue estando en potencia" .** El movimiento es un estado intermedio entre la potencia y el acto, no siendo ni lo uno ni lo otro, sino el tránsito del uno (la potencia) al otro (el acto).

Algo que esté solo en potencia no tendrá movimiento si su potencialidad no se va gradualmente actualizando. Y tampoco habrá movimiento cuando ya se haya realizado y cumplido la potencialidad, es decir, cuando la potencia esté plenamente actualizada.

El movimiento es la actualización progresiva, pero sin llegar a término, de lo que está en potencia mientras sigue estando en potencia. Si la potencia está ya plenamente actualizada (convertida en acto), cesa el movimiento. Y si el sujeto se halla en pura potencia, el movimiento no puede producirse. Por ello, Aristóteles denomina al movimiento como un "**acto incompleto**" o imperfecto.

Establecían cuatro tipos de causas de cambios, de las cuales, la causa eficiente se tomaba como fuente primaria de todo cambio, y representaba lo más parecido a lo que hoy llamamos acción o fuerza en un movimiento.

La "Física" de Aristóteles está dedicada fundamentalmente al estudio de las causas eficientes y su relación con el movimiento. Se desarrolla sobre la base de cuatro principios:

### 1. Negación del vacío



La existencia de espacios vacíos supondría velocidad infinita, por ser ésta inversamente proporcional a la resistencia del medio. Y dentro del esquema aristotélico no resultaba admisible la existencia de un móvil con esa propiedad.

## 2. Existencia de una causa eficiente en todo cambio.

La causa eficiente se localizaba en la tendencia generalizada al "propio lugar", que no es sino la inclinación que todo cuerpo posee a ocupar el lugar que le corresponde por su propia naturaleza.

Esta propensión al "propio lugar" ha sido interpretada, a veces, como una energía potencial introducida de forma rudimentaria; en otras, se ha visto como la primera insinuación de un modelo de acción a distancia, que sería la ejercida por la Tierra sobre los demás cuerpos.

## 3. Principio de la acción por contacto.

En todos los movimientos, excepto en los naturales, debe existir como causa eficiente un agente en contacto con el objeto móvil. Se tomaba como resultado experimental, aunque aparecían dificultades concretas a la hora de explicar los movimientos de proyectiles, el magnetismo y las mareas. En los tres casos, el agente parecía operar a través de la continuidad del medio.

## 4. Existencia de un primer agente inmóvil.

Carece de interés para el problema de las interacciones

## *La Física de Newton*

La Física de Newton tomaba como punto de partida un universo constituido por corpúsculos extensos y por espacio vacío. Cada uno de ellos con la propiedad de actuar a distancia, es decir, de ejercer fuerzas directa e instantáneamente sobre los demás. Con este esquema básico, Newton desarrolló sus conocidas teorías sobre el movimiento y sobre la gravitación publicadas en 1686.

La Mecánica de Newton describe cómo las fuerzas producen movimiento:

1. La proporcionalidad entre la intensidad de la fuerza y la aceleración (segunda ley).
2. La ley de Inercia (primera ley) por la cual un cuerpo se mantiene en su estado de movimiento si no actúan fuerzas sobre el mismo.
3. El principio de Acción y Reacción (tercera ley), por el que la fuerza que ejerce un cuerpo sobre un segundo cuerpo es igual y de sentido contrario al que ejerce el segundo sobre el primero.

La teoría de la gravitación estudia la naturaleza de las fuerzas asociadas con los corpúsculos, son fuerzas atractivas y centrales, es decir, actúan según la recta que determinan sus respectivos centros.

Newton estableció la variación cuantitativa de esta fuerza: resultaba ser directamente proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa los centros de los cuerpos.

Aplicando esta ley, pudo calcular el movimiento de los planetas con gran aproximación y también, deducir correctamente las leyes descubiertas por Kepler y Galileo. La teoría de Newton era sorprendentemente superior, en la predicción de nuevos resultados, a cualquier teoría precedente en la historia del pensamiento humano.

La ley del inverso del cuadrado de la distancia está en perfecta consonancia con la metafísica de Newton porque tiene interpretación geométrica y parece seguirse del carácter mismo del espacio. Imaginemos una fuente luminosa de intensidad constante, o una fuente de la que brota agua en todas las direcciones, o una fuente de calor en un sólido uniforme. Imagínense dos esferas, una mayor que otra, concéntricas con la fuente. La luz, el agua y el calor se difundirán como se sigue de la geometría de las esferas, con una intensidad decreciente según la ley del inverso del cuadrado de la distancia.

La teoría newtoniana de la acción a distancia no involucra al medio y supone la existencia de corpúsculos, espacio vacío, fuerzas centrales actuando a distancia, e interacción instantánea.

Aunque, dentro del esquema newtoniano la ley de gravitación resultaba absolutamente coherente, hay que resaltar que para el propio Newton era ya patente la dificultad de su adaptación a otro tipo de interacción. No predecía nada sobre otros muchos modos de acción de un cuerpo sobre otro. No explicaba, por ejemplo, la cohesión, fuerza que mantiene unidos a los cuerpos, ni tampoco las fuerzas eléctricas, magnéticas ni químicas. Se confiaba que este modelo sirviera de base para el estudio de otros fenómenos, como la electricidad.



◊ La fuerza gravitatoria que el Sol ejerce sobre la Luna es aproximadamente el doble que la fuerza gravitatoria que la Tierra ejerce sobre la Luna. ¿Por qué no se escapa la Luna de la Tierra, por ejemplo durante un eclipse?



Porque el conjunto forma un sistema en equilibrio en cada punto de sus trayectorias y las interacciones Sol-Luna, Tierra- Luna y Sol – Tierra se neutralizan, en cada posición de sus trayectorias.



◊ Supuesto que el Sol esté fijo en el espacio y que sólo tuviera un planeta, razona cuál sería la dirección y sentido de la aceleración del planeta.



El planeta sometido a la atracción gravitatoria, que es una fuerza central estaría sometido a una aceleración en la dirección de la recta que los une y con sentido hacia el Sol ( el centro de la fuerza )



◊ Sea una esfera homogénea hueca aislada de masa M, y sea una masa puntual m colocada en un punto interior de la esfera. Razónese cuál será la fuerza gravitatoria neta que se ejerce sobre m. (Prueba de acceso)



Como ya demostró Newton hay que tener en cuenta que únicamente la masa interior a una superficie esférica de centro en la Tierra y radio  $r$  participa globalmente de la atracción, como dentro de la esfera hueca no hay masa la fuerza gravitatoria sobre la masa  $m$  del interior sería nula.



◇ Considerar un sistema aislado de  $N$  masas puntuales. ¿Es posible que en su centro de gravedad se anule el potencial gravitatorio? ¿Y el campo gravitatorio? (Prueba de acceso)



El potencial se define como la energía potencial por unidad de masa en un punto y es una magnitud escalar negativa, luego si tenemos varias  $N$  masas el potencial gravitatorio en un punto dado, su centro de masa será la suma escalar del potencial de cada una de ellas por separado y por tanto nunca podrá ser nulo:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N = -G\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots + \frac{m_N}{r_N}\right) < 0$$

Sin embargo la intensidad del campo gravitatorio es una magnitud vectorial luego la suma vectorial de los campos gravitatorios producidos por las  $N$  masas sí puede anularse en un punto si la geometría de la distribución y las masa y distancias son las adecuadas ( véase el ejemplo resuelto N° 3 del libro en que la distribución forma un triángulo equilátero ).



◇ Variación de "g" (aceleración de la gravedad en el campo gravitatorio terrestre) con la altura. (Prueba de acceso)



Como la intensidad el campo gravitatorio terrestre es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, al alejarnos de la superficie terrestre la intensidad del campo gravitatorio tiende a disminuir, para hallar esa disminución comparamos al intensidad del campo gravitatorio terrestre en la supercine ( $g_0$ ) con el existente a una altura  $h$  ( $g_h$ ) :

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{G \frac{M}{(R+h)^2}}{G \frac{M}{R^2}} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \Rightarrow g_h = g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g_0 \left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right)^2$$



9 Supongamos la Tierra como una esfera homogénea de radio  $R$  y despreciando los efectos que sobre la fuerza de atracción entre masas ejerce la rotación de la Tierra alrededor de

su eje, determinar la altura  $h$  a la cual se ha de elevar sobre la superficie terrestre una masa de 1 kg para que su peso se reduzca a la mitad. Discutir el resultado. (Prueba de acceso)



Como el peso es directamente proporcional a la intensidad del campo gravitatorio en ese punto, siendo la constante de proporcionalidad la masa del cuerpo, es decir  $P = m g$ , para que el peso de un cuerpo se reduzca a la mitad la intensidad del campo gravitatorio del punto en que se encuentre ha de ser la mitad que en la superficie terrestre ( $g = g_0/2$ ) y aplicando la fórmula de la cuestión anterior :

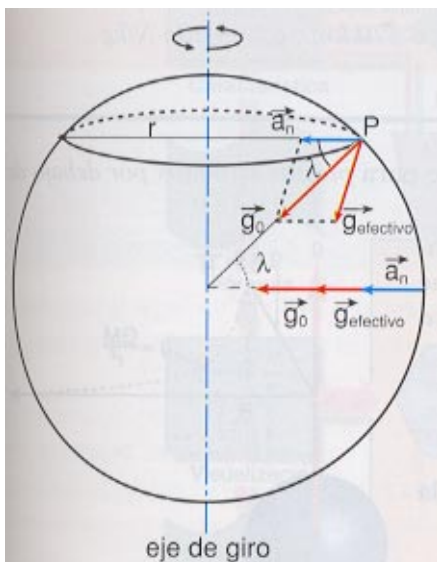
$$\frac{g}{g_0} = \frac{g_0}{g_0} = \frac{1}{2} = \left( \frac{1}{1 + \frac{h}{R}} \right)^2 \Rightarrow 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{h}{R} = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow h = (\sqrt{2} - 1)R \approx 0,41R$$



◆◆ Variación de la aceleración del campo gravitatorio sobre la superficie terrestre en función de su latitud. Dibujar un esquema en el que se pueda apreciar esta variación en el polo y el ecuador, representando las fuerzas que actúan sobre una masa puntual de prueba en cada caso. (Prueba de acceso)



Imaginemos un cuerpo apoyado en la superficie terrestre en un lugar de latitud  $\lambda$ . La aceleración normal, necesaria para que el cuerpo gire acompañando a la Tierra, la tiene que provocar una componente de  $g_0$  en la dirección horizontal y hacia dentro, es decir



$$a_n = \omega^2 r = \omega^2 R \cos \lambda$$

y por tanto, el valor de  $g_{\text{efectivo}}$  disminuye.

Si el cuerpo se encuentra en el ecuador, tendremos que restar del valor de  $g_0$  el de  $a_n$  para obtener  $g_{\text{efectivo}}$  ; como  $\omega^2 R = 0,034 \text{ m/s}^2$ , queda:

$$G_{\text{efectivo}} = g_0 - a_n = (GM/R^2 - 0,034) \text{ N/kg.}$$

Por otra parte, el radio de la Tierra crece del polo al ecuador; en efecto, la Tierra tiene forma aproximadamente de elipsoide, aunque su achatamiento es pequeño ( $1 / 298,25$ ).

En definitiva,  $g$  disminuye del polo al ecuador por los dos motivos citados, aunque el % de variación no es muy importante.

La fórmula internacional (que daremos sin demostrar) más utilizada para el cálculo de  $g$  conociendo la latitud, es la siguiente:  $g = 9,78039 (1 + 0,00529 \text{ sen}^2 \lambda) \text{ N/kg.}$



◆◆ Concepto de velocidad de escape en el campo gravitatorio terrestre. (Prueba de acceso)



Para que un objeto escape de la atracción gravitatoria de un planeta debe poseer una rapidez mínima, cuyo módulo puede determinarse usando el principio de conservación de la energía mecánica :

$$E_{\text{final}} = E_{\text{inicial}}$$

Como al final se detendrá la energía cinética final será nula, y como debe detenerse a una distancia infinito también será nula la energía potencial final, es decir la energía mecánica final ha de ser al menos cero, luego la energía mecánica inicial ha de ser nula, es decir los módulos de las energías cinética y potencial iniciales han de ser iguales :

$$E_{c_i} = E_{p_i} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = G \frac{Mm}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Para la Tierra esta velocidad ha de ser :

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} \approx 11191 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,19 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$



◆◆ Si sobre una partícula material actúa una fuerza conservativa aumentando su energía cinética en 100 J:

- a) ¿Cuál es la variación de la energía cinética total de la partícula?
- b) ¿Cuál es la variación de la energía potencial de la partícula?

Razonar las respuestas. (Prueba de acceso)



a) Como esta sometida a un campo conservativa  $\Delta E_c$  100 J.

b) El incremento en la energía cinética, se debe corresponder, al ser conservativa con una disminución equivalente en la energía potencial es decir  $\Delta E_p = - 100 \text{ J}$ , ya que la energía mecánica ( suma de la cinética y la potencial ha de permanecer constante ).



◆◆ Justifica si son conservativas o no las siguientes clases de fuerzas :

- a) Rozamiento;
- b) restitución elástica;
- c) gravitación.



a) La fuerza de rozamiento no es conservativa pues al describir una trayectoria cerrada el trabajo de las fuerzas de rozamiento no es nula, siempre es positivo, el trabajo de las fuerzas de rozamiento es disipativo, no se puede invertir, aumenta la entropía del sistema.

b) Los cuerpos idealmente elásticos sí realizan trabajos conservativos pues el trabajo empleado en comprimir ( o estirar ) un cuerpo elástico, aumentando su energía potencial, se puede recuperar en forma de energía cinética si se invierte el proceso, las fuerzas que siguen la ley de Hooke ( sin rozamiento) son conservativas, el trabajo no depende del camino. La energía sólo depende de la posición.

c) La gravitación es debida aun campo de fuerzas centrales conservativas ya que la energía mecánica se conserva y el trabajo necesario para mover un cuerpo de un punto a otro del campo gravitatorio no depende del camino y si se realiza una trayectoria cerrada es nulo pues sólo depende de la posición inicial y final y son iguales.



◆◆ Decir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, fundamentando la respuesta: "Si sobre un cuerpo sólo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica se conserva".



Si entendemos por energía mecánica la suma de las energías cinética y potencial, sí e conserva, si actúan fuerzas conservativas, en el caso ideal ( sin rozamiento ).



◆◆ Estima el valor de la energía cinética de un meteorito, supuesto esférico y de 1 km de diámetro, si su densidad fuese 5 000 kg/m<sup>3</sup> al ser capturado por la Tierra y chocar contra su superficie.



Diametro =  $d = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  ; Radio =  $r = d/2 = 500 \text{ m}$ .  
 Volumen =  $V = 4/3\pi r^3 = 4/3\pi 500^3 = 5,24 \cdot 10^8 \text{ m}^3$ .  
 Densidad =  $\rho = 5 \text{ 000 kg/m}^3$ .

Hallamos primero la masa del meteorito :  $m = \rho \cdot V = 5 \text{ 000} \cdot 5,24 \cdot 10^8 = 2,62 \cdot 10^{12} \text{ kg}$ .

Las velocidades de caída de los meteoritos van desde 11,2 km/s para los más lentos, hasta 72 km/s para los más rápidos. La primera velocidad es la de caída libre de un cuerpo sobre la Tierra (suponiendo que empiece a caer a gran distancia). La segunda velocidad es la suma de la velocidad de la Tierra alrededor del Sol y la velocidad de cualquier cuerpo en órbita parabólica alrededor del Sol a la altura de la órbita de la Tierra (o sea, cuando materialmente el meteorito choca contra la Tierra de frente). No se han detectado meteoritos más rápidos, lo que indica que los meteoritos son partículas del sistema solar y que por tanto están en órbita alrededor del Sol.

Las velocidades de entrada en la atmósfera de un cuerpo en órbita heliocéntrica se pueden acotar entre dos valores, un valor mínimo y un valor máximo. La velocidad mínima queda establecida por la velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre,  $v_e=11,2 \text{ km/s}$  (en caso de ser menor el cuerpo no podría estar en órbita heliocéntrica, sino que se encontraría ligado a la Tierra).

La velocidad máxima correspondería a una colisión completamente de frente con la Tierra. Tal sería el caso si el cuerpo tuviera una órbita retrógrada (en sentido contrario al de todos los planetas) y situada en la eclíptica (inclinación orbital nula). La velocidad del asteroide sería entonces prácticamente igual a la de la Tierra,  $v_o$ , de manera que la velocidad relativa sería igual a  $2v_o$ . A esta velocidad hay que sumarle el incremento de velocidad debido a la caída del meteorito en el campo gravitatorio terrestre, que es igual a  $v_e$ . En definitiva, la velocidad de máxima de colisión sería igual a  $2v_o+v_e$ , es decir, aproximadamente 71 km/s (en la práctica, sólo una pequeña fracción de los meteoritos caen con velocidades superiores a unos 40 km/s).

Luego la energía cinética de este meteorito oscilaría entre un valor mínimo :

$$E_{C\text{mínimo}} = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}2,62 \cdot 10^{12} (11200)^2 = 1,64 \cdot 10^{20} \text{ J}$$

y un valor máximo de :

$$E_{C\text{Máxima}} = \frac{1}{2}mv_M^2 = \frac{1}{2}2,62 \cdot 10^{12} (72000)^2 = 6,79 \cdot 10^{21} \text{ J}$$

*Si comparamos esta energía con la necesaria para fundir un kilogramo de una roca típica, que es de unos  $10^6 \text{ J}$ , y con la energía que se requiere para convertir una roca en polvo, que es diez veces menor, vemos que un cuerpo que entre con la velocidad máxima no tiene muchas posibilidades de llegar íntegro a la superficie, a menos que sus dimensiones sean grandes.*



◊◊ Si lanzásemos un cohete desde la superficie de la Luna, ¿cuál sería su velocidad de escape?

Datos.  $R = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,  $g = 1,62 \text{ m/s}^2$ .



Aplicamos la fórmula de la velocidad de escape:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{r^2} \cdot 2r} = \sqrt{2rg} = \sqrt{2 \cdot 1,74 \cdot 10^6 \cdot 1,62} \approx 1678,92 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,69 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$



◊◊ Haz un resumen de las semejanzas y las diferencias que encuentras entre el campo gravitatorio y el campo eléctrico creados por una masa o una carga puntuales.



### Analogías y diferencias entre el campo gravitatorio y eléctrico

- En ambos la intensidad decrece con el cuadrado de la distancia.

- En el campo gravitatorio, G es una constante universal, mientras que en el campo eléctrico  $\epsilon$  depende del medio. La interacción gravitatoria no es debilitada por el medio.
- Solo hay fuerzas gravitatorias atractivas, no repulsivas; es decir la masa es siempre positiva, mientras que si hay fuerzas eléctricas repulsivas y cargas de distinto signo.

El campo gravitatorio no se altera por el hecho de que la masa se mueva, mientras que las cargas en movimiento originan un efecto magnético.



1 9 ¿Cómo se puede determinar la masa de la Luna?



Haciendo orbitar un satélite alrededor de ella de período y distancia conocidas. Como G es conocida (balanza de Cavendish, ver cuestión N° 12 del tema), por la tercera ley de Kepler se despeja la masa de la Luna :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_L} \Leftrightarrow M_L = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$



1 9 El valor teórico de la velocidad de escape para la superficie terrestre es 11,2 km/s; si comunicamos esta rapidez en muy poco tiempo a un objeto desde la superficie terrestre, ¿realmente escapará a la acción atractiva de la Tierra? ¿Por qué motivo?



No porque esa velocidad de escape es la correspondiente a ese punto, pero cuando ha subido otra distancia hay que continuar comunicándole energía para vencer la atracción en esa posición y así sucesivamente, ha de mantenerse un impulso que venza la atracción gravitatoria hasta que esta sea inapreciable ( el infinito).



2 0 Un astronauta se aproxima a un planeta desconocido que posee un satélite. El astronauta lleva a cabo rápidamente las siguientes mediciones: el radio del planeta, el radio de la órbita del satélite, el periodo del satélite. ¿Puede el astronauta, con ayuda de estos datos, calcular:

- a) la masa del planeta,
  - b) la masa del satélite,
  - c) la aceleración de la gravedad en la superficie del satélite?
- ¿Necesitaría otros datos?



Datos :



Radio del planeta = R.  
 Radio de la órbita del satélite = r.  
 Periodo del satélite = T.

a) La masa del planeta ( $M_p$ ) se puede calcular ( conocida G) sin más que aplicar la 3ª ley de Kepler :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_p} r^3 \Leftrightarrow M_p = \frac{4\pi^2}{GT^2} r^3; \text{ todos los datos son conocidos}$$

b) La masa del satélite ( $M_s$ ) no se puede hallar a menos que calcule el periodo y el radio de giro de su nave alrededor del satélite para poder aplicar la 3ª ley de Kepler al satélite.

c) Si sabe su masa y se pesa en el satélite, puede hallar la g del satélite, ya que  $P = m \cdot g_s$  , luego  $g_s = P/m$ . De otra forma debería saber la masa del satélite y su radio para calcular  $g_s$  :

$$g_s = G \frac{M_s}{R_s^2}$$



2 1 Calcula cómo varía la intensidad del campo gravitatorio (g) al elevarnos 500 m sobre la superficie terrestre. ¿Hasta qué altura deberíamos ascender para que g se reduzca en un 20%? (Prueba de acceso)



Aplicamos al fórmula de la variación de la g con la altura :

$$g_h = g_0 \left( \frac{1}{1+h/R} \right)^2 = 9,81 \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{500}{6,378 \cdot 10^6}} \right)^2 = 9,808 \frac{m}{s^2}$$

$g_h = 0,8g_0$  , luego:

$$\frac{g_h}{g_0} = 0,8 = \left( \frac{1}{1 + \frac{h}{R}} \right)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{1+h/R} = \sqrt{0,8} \Leftrightarrow 1 + \frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{0,8}} \Leftrightarrow \frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{0,8}} - 1 \Leftrightarrow h = \left( \frac{1}{\sqrt{0,8}} - 1 \right) R = 7,52 \cdot 10^5 m$$



2 2 ¿Qué características debe cumplir un campo de fuerzas para ser conservativo? (Prueba de acceso)



⦿ En los campos conservativos el trabajo realizado por la fuerza del campo al moverse un objeto de un punto 1 a otro punto 2 solamente depende de la posición inicial y la posición final, pero no depende del camino seguido para llevar el cuerpo de 1 a 2.

⦿ Los campos conservativos permiten definir la energía potencial de un objeto en un determinado punto del campo de fuerzas.

⦿ En los campos conservativos, el trabajo realizado por la fuerza del campo al moverse un objeto en una trayectoria cerrada es cero.



◈◈ ¿Cuáles son las características más importantes de los campos conservativos y de los no conservativos? ¿Son fuerzas conservativas las fuerzas de rozamiento, las fuerzas centrales y las fuerzas constantes? (Prueba de acceso)



⦿ En los campos conservativos el trabajo realizado por la fuerza del campo al moverse un objeto de un punto 1 a otro punto 2 solamente depende de la posición inicial y la posición final, pero no depende del camino seguido para llevar el cuerpo de 1 a 2.

⦿ Los campos conservativos permiten definir la energía potencial de un objeto en un determinado punto del campo de fuerzas.

⦿ En los campos conservativos, el trabajo realizado por la fuerza del campo al moverse un objeto en una trayectoria cerrada es cero.

Las fuerzas de rozamiento son fuerzas no conservativas, la energía interna disminuye al transformarse parte de la energía del sistema en calor aumentando la entropía del universo.

Las fuerzas centrales y las fuerzas constantes si producen campos conservativos pues cumplen las condiciones citadas.



◈◈ ¿Qué relación hay entre la velocidad de escape desde una distancia r del centro de la Tierra y la velocidad de un satélite que realiza un movimiento circular de radio r alrededor de la Tierra? (Prueba de acceso)



La velocidad de escape a una distancia r del centro viene dada por :  $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

La velocidad orbital a una distancia r es :  $v_o = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ .

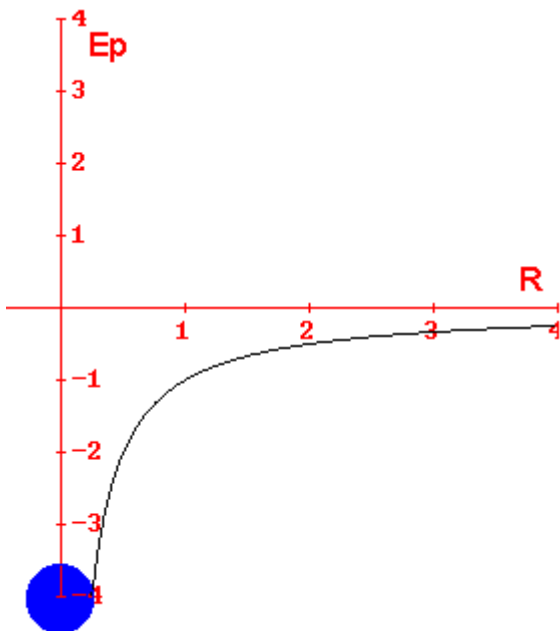
Si dividimos una entre otra obtenemos la relación :

$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{r}}}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = \sqrt{\frac{2GM/r}{GM/r}} = \sqrt{2} \Rightarrow v_e = \sqrt{2} v_o$$

Vemos que la velocidad de escape es raíz de dos veces mayor que la velocidad orbital.



◇◇ ¿Cuál es la energía potencial gravitatoria de una partícula de masa  $M_1$  situada a una distancia  $R$  de otra de masa  $M_2$  ? Representa la energía potencial en función de  $R$ . (Prueba de acceso)



$$E_p = -G \frac{M_2 M_1}{R}$$

