

1

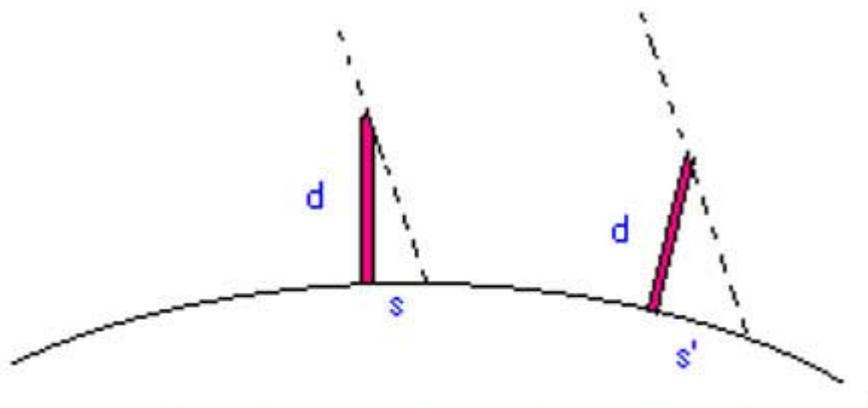
- a) Describe el método de Eratóstenes para medir el radio terrestre.
- b) Explica el método de Aristarco para calcular el cociente entre la distancia de la Tierra al Sol ( $d_{TS}$ ) y la distancia de la Tierra a la Luna ( $d_{TL}$ ).



a) Eratóstenes, nacido en Cirene en el año 284 antes de Jesucristo, y muerto en Alejandría a los 92 años, fue el primer científico de la historia de la Humanidad en medir con bastante precisión, la circunferencia de nuestro planeta.

Eratóstenes **midió la circunferencia terrestre por primera vez con una gran exactitud, en una época en la que muy poca gente pensaba que el mundo no era plano como una mesa.**

Pues, pensó, sencillamente, que dos estacas clavadas verticalmente en el suelo, a una distancia de varios kilómetros, sobre un mismo meridiano, darían sombras distintas a una misma hora en virtud de la curvatura de la superficie del planeta.



Una misma estaca da sombra de distinto tamaño, a la misma hora, sobre un mismo meridiano

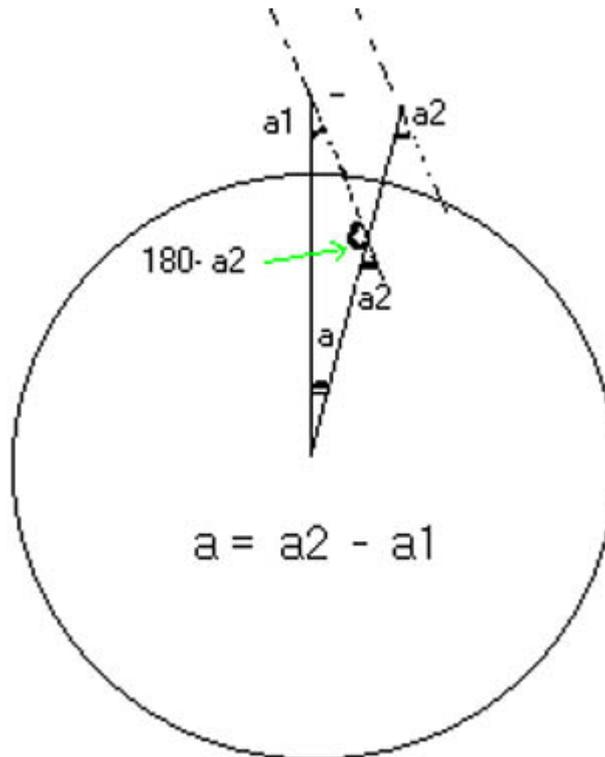
Los ángulos que forman los rayos de sol con la dirección de la estaca son:

$$a_1 = \arctg \frac{s}{d} \text{ y } a_2 = \arctg \frac{s'}{d}$$

Siendo  $s$  y  $s'$  la sombra de cada estaca sobre la línea meridiana en cada lugar. La longitud de la estaca es  $d$  en ambos casos.

Si observamos ahora la figura 2 y nos fijamos en el triángulo que se forma, con ángulos  $a$ ,  $a_1$  y  $180-a_2$ , donde  $a$  es el ángulo del arco de meridiano comprendido entre las posiciones que ocupan ambas estacas, y  $a_1$  y  $a_2$  son los ángulos que forman los rayos solares con la dirección de las estacas, vemos que, al sumar  $180^\circ$  los tres ángulos del triángulo es:

$$a_1 + 180 - a_2 + a = 180, \text{ es decir: } a_1 - a_2 + a = 0, \text{ o sea: } a = a_2 - a_1$$



Conocido el ángulo  $a$ , y la longitud  $L$  del arco de meridiano entre ambos puntos de colocación de las estacas, será posible, mediante una sencilla regla de tres, encontrar la longitud total,  $X$ , de la circunferencia del planeta:

$$\left. \begin{array}{l} a^\circ \text{-----} > L \\ 360^\circ \text{-----} > X \end{array} \right\} \Rightarrow X = \frac{360.L}{a}$$

y, de aquí, el radio medio de la Tierra:

$$\frac{360.L}{a} = 2\pi.R \Rightarrow R = \frac{360.L}{2\pi.a}$$

Si una de las dos estacas, en un determinado momento diera sobre la línea meridiana sombra nula, es decir, si en una de las estacas fuera cero el ángulo que forma la dirección de los rayos solares con la estaca, o, dicho de otra manera, si en uno de los dos lugares los rayos solares inciden perpendicularmente, entonces, se tendría que:  $a_1 = 0$ , por lo cual  $a = a_2 - 0 = a_2$ , es decir, el ángulo,  $a$ , que corresponde al arco de meridiano terrestre comprendido entre ambas posiciones de las estacas, es, precisamente el ángulo,  $a_2$ , que formarían los rayos solares con la segunda estaca sobre la línea meridiana. Este último hecho fue lo que utilizó Eratóstenes para hacer su medición.

Eratóstenes, que estaba en Alejandría, recordó que en un cierto día del año, en el solsticio de verano, los rayos solares caían verticalmente en la ciudad de Siena, situada en el mismo meridiano que Alejandría, pues recordaba que el sol se reflejaba en lo mas profundo de los pozos, a la hora del mediodía. Entonces, pensó que si media ese día en la ciudad de Alejandría, a la misma

hora, el ángulo,  $\alpha_2$ , que los rayos solares formaban con la vertical, midiendo la sombra que sobre la línea meridiana formaba la estaca, conocería el ángulo del arco de meridiano entre Alejandría y Siena.

Eratóstenes midió la sombra sobre la línea meridiana producida por una estaca vertical en Alejandría, y conociendo la longitud de la estaca halló ese ángulo a la hora antedicha: resultó que el ángulo era de 7 grados ( $\alpha_2 = 7^\circ$ ). Ya sabía el ángulo del arco de meridiano entre Alejandría y Siena. Ahora faltaba conocer la distancia, a lo largo del meridiano, entre ambas ciudades, es decir, la longitud del arco  $L$ . Para ello Eratóstenes pagó a un hombre que hizo, a pié, tal medición. Eran, usando la medida usual en la época y en la zona, unos 4900 estadios, que equivaldría hoy ( a unos 6'125 estadios por kilómetro) a unos 800 Km.

Con estos datos ya es inmediato el cálculo:

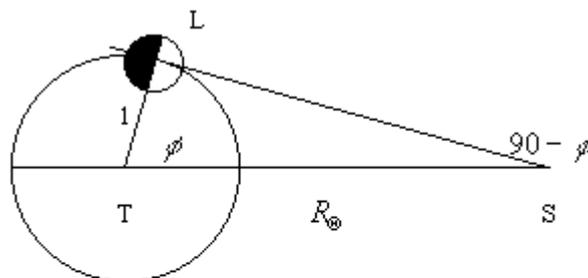
Longitud de la circunferencia terrestre:

$$X = \frac{360 \cdot 800}{7} = \frac{288000}{7} = 41142 \text{ kms}$$

Radio medio del planeta:

$$R = \frac{360 \cdot L}{2\pi \cdot \alpha} = \frac{360 \cdot 800}{2\pi \cdot 7} = 6548 \text{ kms}$$

b) Para ello lo primero que tuvo que hacer es determinar la distancia de la Tierra al Sol. Dedujo que cuando la Luna estaba exactamente en Cuarto Creciente el triángulo TLS era rectángulo:



$$\phi = 87^\circ \rightarrow \text{sen}(90 - \phi) = \text{sen } 3^\circ = \frac{1}{R_{\odot}} \cong \frac{3}{180} \cdot \pi$$

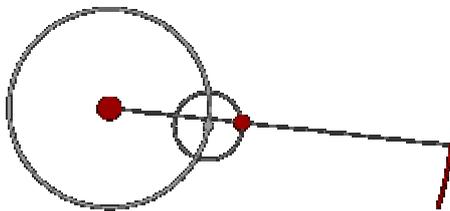
$$R_{\odot} = \frac{180}{3\pi} = 19 \text{ veces Tierra - Luna}$$

Así que midiendo el ángulo que forman el Sol y la Luna en dicho instante quedará determinada la distancia solar tomando como unidad la distancia lunar. Halló para dicho ángulo  $87^\circ$  y determinó que el Sol estaba 19 veces más lejos que la Luna. Hoy sabemos que dicho ángulo es  $89^\circ 51'$  y que el Sol está unas 400 veces más lejano que la Luna. Sin embargo aunque los valores determinados por **Aristarco** estaban muy equivocados, no sufrieron

modificaciones importantes durante la Antigüedad y Edad Media y dieron como fruto una nueva concepción del Universo que fue muy avanzada para su época.



En la figura 2.4 exponemos dos dibujos explicativos del fenómeno de retrogradación de un planeta. El dibujo **a** corresponde a una explicación fundamentada en la cosmología ptolemaica, mientras que el **b** se basa en el sistema copernicano. Compara ambas explicaciones y valora las ventajas del sistema copernicano. Recuerda que, según la cosmología ptolemaica, cada planeta posee un conjunto deferente - epiciclos propio.



Según Ptolomeo ( **sistema geocéntrico**), cuando el planeta se mueve en la parte exterior de su epiciclo su avance respecto de las estrellas es el normal de oeste a este, pero cuando recorre la parte interna del epiciclo desde la Tierra se le ve retroceder frente al fondo de estrellas fijas: se produce la retrogradación. Para explicar éste y otros fenómenos se introducen los epiciclos: el planeta gira en una circunferencia, el epiciclo, cuyo centro gira en un deferente, una circunferencia cuyo centro es la Tierra.

Sin embargo para Kepler, basándose en el sistema copernicano ( **sistema heliocéntrico**) la retrogradación se trata de un simple efecto de perspectiva debido a las posiciones relativas de la Tierra y de los planetas contra el fondo estrellado. Los planetas siguen movimientos circulares en torno al Sol.



Copérnico conocía que las distancias relativas al Sol de Mercurio y Venus eran, respectivamente, 0,3763 y 0,719, y también se sabía que la distancia Tierra-Sol era 1524 veces el radio terrestre (según Eratóstenes,  $R_T = 6\,290\text{ km}$ ). Con todos estos datos, calcula las distancias de Mercurio y Venus al Sol y compara con los datos actuales, contenidos más adelante en la tabla de datos del sistema solar.



Radio terrestres =  $R_T = 6\,290\text{ km}$  ( según Eratóstenes ).  
 Distancia Tierra- Sol =  $d_{TS} = 1\,524 R_T = 1\,524 \cdot 6\,290 = 9\,585\,960\text{ km}$   
 Distancia de Mercurio al Sol =  $d_{MS} = 0,3763 d_{TS} = 0,3763 \cdot 9\,585\,960 = 3\,607\,197\text{ km}$   
 Distancia de Venus al Sol =  $d_{VS} = 0,719 d_{TS} = 0,719 \cdot 9\,585\,960 = 6\,892\,305\text{ km}$

Según la tabla de la figura 2.10 del libro :

$$d_{MS} = 0,387 \cdot 1,495 \cdot 10^8 = 57\,856\,500\text{ Km.}$$

$$d_{VS} = 0,723 \cdot 1,495 \cdot 10^8 = 108\,088\,500\text{ Km.}$$



4 En la tabla siguiente se muestran los periodos de revolución utilizados por Ptolomeo y por Copérnico. Ordena los planetas en orden creciente de los periodos según cada columna y comenta los problemas que aparecen en dicha ordenación. Basándote en la A.3 puedes establecer alguna relación entre el radio de la órbita y el período de revolución.

<b>Planeta</b>	<b>Ptolomeo</b>	<b>Copérnico</b>
Venus	1 año	9 meses
Tierra	-	1 año
Sol	1 años	-
Saturno	29 años	30 años
Mercurio	1 año	80 días
Marte	687 días	2 años
Júpiter	12 años	20 años



<b>Planeta</b>	<b>Ptolomeo</b>
Tierra	Centro
Sol	1 años
Mercurio	1 año
Venus	1 año
Marte	687 días
Júpiter	12 años
Saturno	29 años

<b>Planeta</b>	<b>Copérnico</b>
Sol	Centro
Mercurio	80 días
Venus	9 meses
Tierra	1 año
Marte	2 años
Júpiter	20 años
Saturno	30 años

Según la tercera ley de Kepler los cuadrados de los periodos de revolución de cada planeta alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores o radios medios de sus órbitas respectivas.



5 Como un avance técnico, el telescopio permitió a su vez un considerable avance y provocó cambios de opinión en los científicos. ¿En qué se basa la utilidad del telescopio como instrumento de observación?



Al poder observar objetos lejanos permite medir distancias y contribuir al progreso de la investigación ( cuyo primer paso es la observación del fenómeno) y al desarrollo y consolidación de la Astronomía.



6 ¿Qué papel asigna Galileo a las observaciones científicas frente a las creencias de sus enemigos? ¿Qué modelo de sistema solar defendía Galileo? ¿Por qué fue procesado por la Iglesia y cuál fue el castigo que se le impuso?



Para Galileo las observaciones científicas “ *conduce al progreso de las investigaciones, al desarrollo y consolidación de las ciencias* “.

Galileo defendía el modelo Heliocéntrico, el Sol como centro y los planetas girando en torno al Sol.

Fue procesado porque su modelo era contrario al que la Iglesia defendía ( de acuerdo con el relato bíblico), el modelo geocéntrico ( la Tierra el centro del Universo) y por tanto cometía una herejía. Se le castigó primero a no enseñar el modelo copernicano en que se basaban su hipótesis, su obra fue sometida a la Inquisición ante cuyo tribunal apenas se defendió, siendo obligado a pronunciar de rodillas la abjuración de su doctrina ( la tradición cuenta que fue después de levantarse fue cuando, al dar una patada en suelo, pronunció la famosa frase de “*Eppur, si muove!*” ) y retirarse a Arcetri, cerca de Florencia en donde permaneció vigilado por la Inquisición.



7 La tabla adjunta relaciona el periodo T y el radio de las órbitas de cinco satélites que giran alrededor del mismo astro:

<b>T (años )</b>	0,44	1,61	3,88	7,89
<b>R(x10<sup>5</sup> km)</b>	0,88	2,08	3,74	6,00

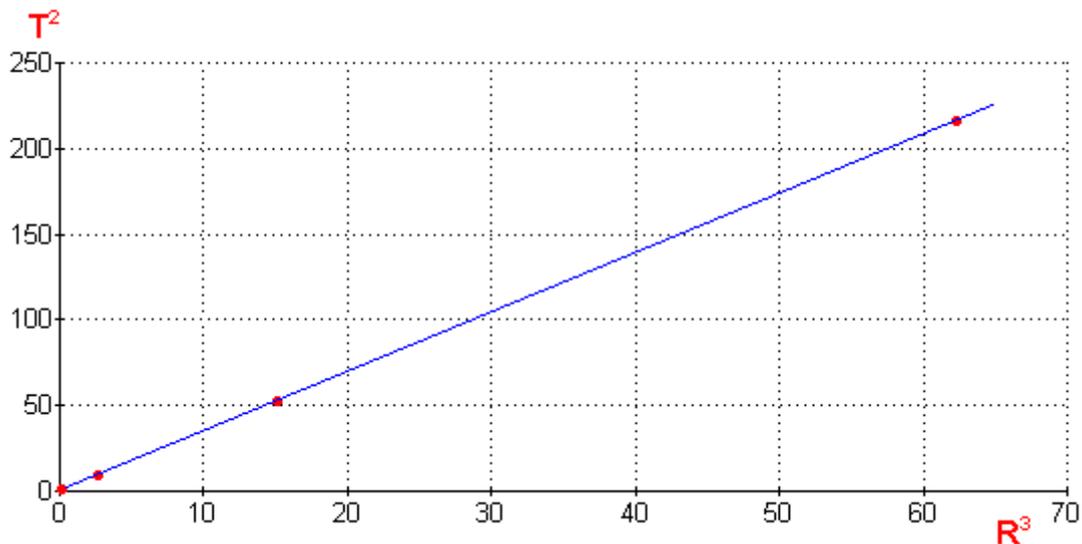
a) Mediante una gráfica, muestra si se cumple la ley tercera de Kepler: ¿Cuál es el valor de la cte.?

b) Se descubre un quinto satélite, cuyo periodo de revolución es  $T=6,20$  años. Calcula R.



a) Si se cumple la tercera ley de Kepler al representar el cubo del radio frente al cuadrado del periodo se obtendrá una línea recta cuya pendiente será la constante :

<b><math>R^3</math> (<math>\times 10^{15}</math> km)</b>	0,6815	9	52,314	216
<b><math>T^2</math> (años )</b>	0,1936	2,5921	15,0544	62,2521



$$\text{Pendiente} = k = \frac{T_2^2 - T_1^2}{R_2^3 - R_1^3} = \frac{2,5921 - 0,1936}{9 - 0,6815} \cdot 10^{-15} = 0,2883 \cdot 10^{-15} \frac{\text{años}^2}{\text{km}^3} \approx \frac{T_4^2 - T_1^2}{R_4^3 - R_1^3} = 0,2882 \cdot 10^{-15}$$

b)  $T = 6,20$  años

Como conocemos el periodo y la constante de la tercera ley de Kepler podemos hallar el radio de giro R :

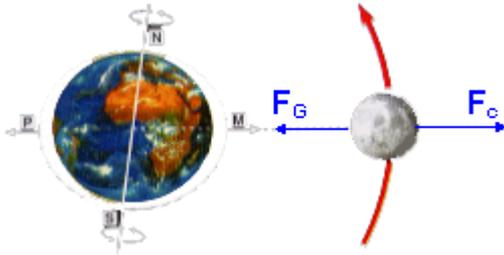
$$T^2 = KR^3 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} = \sqrt[3]{\frac{6,2^2}{0,288 \cdot 10^{-15}}} = 511050 \text{ km} \approx 5,11 \cdot 10^5 \text{ km}$$

También podíamos haber usado la proporcionalidad de magnitudes :

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{R_3^3}{T_3^2} = \frac{R_4^3}{T_4^2} = \frac{R_5^3}{T_5^2} \text{ y despejar } R_5$$



8 ¿Por qué la Luna no cae precipitándose sobre la Tierra?



Porque la fuerza de atracción gravitatoria Tierra-Luna es contrarrestada por la fuerza centrífuga debido al giro de la Luna en torno a la Tierra :

**Fuerza de atracción gravitatoria =  $F_G$  =  $F_c$  = Fuerza centrífuga.**



9 Entre la constante G de la ley de la gravitación universal y la constante k de la tercera ley de Kepler aplicada al sistema solar, ¿qué relación hay?



Sea :

Masa del Sol = M

Masa de un planeta cualquiera que gira entorno al Sol = m

Radio de giro del planeta en torno al Sol = R

Periodo de giro del planeta entorno al Sol = T

Aceleración centrífuga de giro =  $a = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$  en donde  $\omega$  = velocidad angular = 1 vuelta =  $2\pi$  radianes/ T ( 1 periodo)

Si igualamos la fuerza de atracción gravitatoria a la fuerza centrífuga de giro tenemos :

$$F_G = F_c \Leftrightarrow G \frac{Mm}{R^2} = ma = m \frac{4\pi^2 R}{T^2} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3 = kR^3$$

Luego la constante G está relacionada con la constante k de la tercera de Kepler mediante :

$$\frac{4\pi^2}{GM} = k \Leftrightarrow G = \frac{4\pi^2}{kM}$$



10 En el modelo clásico del átomo de hidrógeno, se supone que el electrón gira alrededor del protón en una órbita circular de radio  $0,53 \cdot 10^{-10}$  m. Determina la relación (cociente) existente entre la fuerza electrostática y la fuerza gravitatoria.



q = carga del protón = carga del electrón.  
 $m_e$  = masa del electrón.  
 $m_p$  = masa del protón.  
 R = radio de la órbita.

Según la ley de Coulomb la fuerza de atracción electrostática  $F_e$  viene dada por :

$$F_e = k \frac{q^2}{R^2}$$

De acuerdo con la ley de Gravitación Universal, la fuerza de atracción entre ambas masas  $F_G$  viene dada por :

$$F_G = G \frac{m_p m_e}{R^2}$$

Dividiendo una por otra tenemos la relación buscada :

$$\frac{F_e}{F_G} = \frac{k \frac{q^2}{R^2}}{G \frac{m_p m_e}{R^2}} = \frac{kq^2}{Gm_p m_e}$$



**11** Imagina un cohete que se moviese como el cohete de la novela de J. Verne "De la Tierra a la Luna" sobre una línea recta que uniese los centros de la Tierra y la Luna, supuestas en reposo. ¿Cómo variaría la fuerza total sobre el cohete debido a la acción simultánea de ambas masas?  $M_T = 81 M_L$ .



$M_T$  = masa de la Tierra  $81 M_L$   
 $M_L$  = masa de la Luna.  
 $m$  = masa del cohete.  
 $d$  = distancia de la Tierra a la Luna  
 $x$  = distancia de la Tierra al cohete, en cada instante  
 $F_T$  = fuerza de atracción Tierra- cohete.  
 $F_L$  = fuerza de atracción Luna- cohete.

Como ambas fuerzas llevan la misma dirección y sentido contrario podemos prescindir de las características vectoriales y tener en cuenta los módulos de ambas fuerzas:

$$F = F_T - F_L = G \frac{M_T \cdot m}{x^2} - G \frac{M_L \cdot m}{(d-x)^2} = G \frac{81M_L \cdot m}{x^2} - G \frac{M_L \cdot m}{(d-x)^2} = GM_L m \left( \frac{81}{x^2} - \frac{1}{(d-x)^2} \right)$$



12

a) Se atribuye a Cavendish el mérito de "pesar" la Tierra. ¿Qué procedimiento seguirías para calcular la masa de la Tierra?

b) Si el periodo de la Luna es 27,315 días y la distancia Tierra-Luna es igual a  $3,844 \cdot 10^8$  m, calcula la masa de la Tierra.



d) Conocer el periodo de rotación (T) de un satélite, y la distancia a la que está en órbita

Como la fuerza de atracción Tierra satélite ha de ser igual a la fuerza centrífuga:

$$F_G = F_c \Leftrightarrow G \frac{M \cdot m}{d^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot d \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 \cdot d^3}{G \cdot T^2}$$

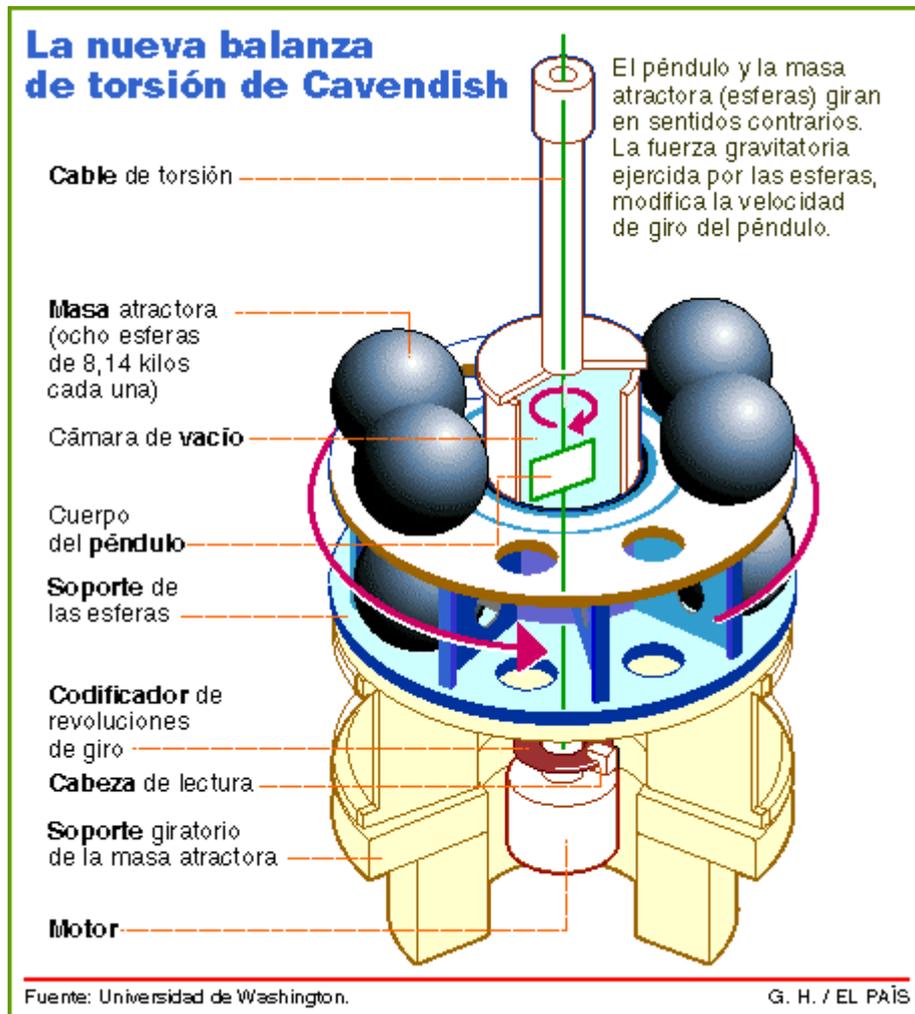
b) Si aplicamos la fórmula anterior :

$$M = \frac{4\pi^2 d^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 (3,844 \cdot 10^8)^3}{6,6725 \cdot 10^{-11} \cdot (27,315 \cdot 86400)^2} = 6,03 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Medir la masa de la Tierra equivale a medir la constante G, a pesar de ser una de las constantes fundamentales de la física, la de gravedad se conocía con mucha menor precisión

que otras constantes, como la de Planck y la velocidad de la luz. Científicos de la Universidad de Washington en Seattle (EE UU) han presentado el último esfuerzo para conocerla con mayor precisión. Para ello han utilizado un modelo modificado de la balanza de torsión de Cavendish, el aparato con el que se hizo la primera medida de la constante hace 200 años, 114 años después de que Newton dedujera su existencia en el siglo XVII.

La gravedad es la fuerza que nos mantiene pegados a la superficie de la Tierra, la que hace que caigan las famosas manzanas que supuestamente le dieron a Newton la idea de su existencia. Pero es una fuerza muy débil y medirla



constituye un verdadero quebradero de cabeza. Según la ley de la gravitación de Newton, la fuerza con que se atraen dos objetos es igual a  $G$  multiplicada por sus masas y dividida por el cuadrado de la distancia que los separa. En el lenguaje de la relatividad general de Einstein,  $G$  representa el grado de curvatura del espacio-tiempo debida a una determinada masa.

En los últimos años, varios equipos prestigiosos de diferentes países han hecho otras tantas medidas de  $G$  que han dado resultados tan diversos que el Codata, el comité que recoge y analiza los valores estándar de las constantes fundamentales, tuvo que aumentar el grado de incertidumbre asociado a esta constante desde el 0,013% en 1987 al 0,15% en el valor de 1998.

Los investigadores de la Universidad del Estado de Washington han presentado en la reunión de la Sociedad Americana de Física, en California, un valor de  $G=6,673901011$ , con una incertidumbre de sólo 0,0015%. Para ello construyeron una versión muy modificada de la balanza de Cavendish (la original ocupaba toda una habitación) y utilizaron varios trucos que, en su opinión, les han permitido evitar los problemas sistemáticos que surgen al usar este método. El aparato mide sólo un metro de altura y está montado sobre una plataforma giratoria que rota una vez cada 20 minutos aproximadamente entre las masas atractoras, que son cuatro u ocho esferas de acero inoxidable fabricadas con gran precisión y que a su vez rotan en sentido contrario y a mucha mayor velocidad sobre otra plataforma giratoria.

Al rotar, las fuerzas gravitatorias ejercidas por las esferas tratan de retorcer el cable de torsión del péndulo, pero el sistema, controlado por ordenador, ajusta la velocidad de la primera plataforma para evitar que la fricción interna en el cable producida por el retorcimiento dé una medida falsa, un riesgo que hizo notar recientemente el investigador japonés Kazuadi Kuroda. Se mide la aceleración de la plataforma y de ahí se deduce directamente  $G$ . En este aparato, además de evitar que el cable se retuerza, el péndulo utilizado no es el típico de dos masas unidas por una barra horizontal, sino que es una simple placa rectangular vertical de la que no resulta necesario conocer sus características con precisión. Con todo ello se ha obtenido la medida de  $G$  anunciada, que todavía debe ser confirmada con nuevos experimentos.



**13** Basándote en la ley de la gravitación y en tus conocimientos de dinámica, deduce la tercera ley de Kepler ( $T^2 / R^3 = \text{cte}$ ) y calcula la constante para el sistema solar.

Datos:  $d_{TS} = 1,495 \cdot 10^{11}$  m,  $T = 365,26$  días,  $M_{\text{Sol}} = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg.



Sea :

Masa del Sol =  $M$

Masa de una planeta cualquiera que gira entorno al Sol =  $m$

Radio de giro del planeta en torno al Sol =  $R$

Periodo de giro del planeta entorno al Sol =  $T$

Aceleración centrífuga de giro =  $a = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$  en donde  $\omega$  = velocidad angular = 1vuelta =  $2\pi$  radianes/  $T$  ( 1 periodo)

Si igualamos la fuerza de atracción gravitatoria a la fuerza centrífuga de giro tenemos :

$$F_G = F_c \Leftrightarrow G \frac{Mm}{R^2} = ma = m \frac{4\pi^2 R}{T^2} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} R^3 = kR^3$$

$$\text{Luego } k = \frac{4\pi^2}{GM} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}} = 2,97 \cdot 10^{-19} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

$$\text{También podemos calcularla : } k = \frac{T^2}{R^3} = \frac{(365,26 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{(1,495 \cdot 10^{11})^3} = 2,98 \cdot 10^{-19} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$



**14** Consultando libros de astronomía y/o enciclopedias, haz un pequeño trabajo sobre los descubrimientos de Neptuno y Plutón.



### El descubrimiento de Neptuno (o el triunfo del lápiz y el papel)

En 1781 William Herschel se convirtió en el primer hombre en descubrir un planeta en tiempos históricos. Este descubrimiento fue un tanto sorprendente, ya que no se esperaba que hubiera un planeta más allá de Saturno. De hecho Urano iba contra el esquema de los sólidos platónicos propuesto por Kepler, que nada más tenía cabida para seis planetas alrededor del Sol. Sin embargo, ya en 1779 Herschel había estudiado todas las estrellas hasta la cuarta magnitud accesibles desde Inglaterra con los telescopios más potentes de su época. Herschel se había dado a la tarea de observar los cielos, con tal dedicación que era sólo cuestión de tiempo se topara con Urano.

En contraste, el descubrimiento de Neptuno no fue fortuito, ya que se produjo como desenlace de una secuencia, en cierta manera lógica, de eventos. Desde el momento de su descubrimiento, los astrónomos empezaron a estudiar el movimiento de Urano, en buena parte debido a que al encontrar cuanto tiempo tarda en dar una vuelta alrededor del Sol, las leyes de Kepler les dirían cuál es su distancia al astro rey. En tan solo siete años los científicos, basándose incluso en observaciones de Urano realizadas *antes* de su descubrimiento, produjeron tablas que indicaban donde debería encontrarse Urano en una fecha dada. Sin embargo, al paso de los años se encontró que Urano no seguía exactamente la órbita calculada y que alguna causa alteraba su movimiento. Varias explicaciones surgieron: habría sido golpeado por un cometa desde su descubrimiento? acaso tendría Urano algún satélite muy masivo, pero invisible? no sería que las leyes de Newton fallaban a grandes distancias? O, porqué no: existía algún planeta invisible que perturbaba el movimiento de Urano?

En 1842 la Academia de Ciencias de Göttingen ofreció un premio a quien encontrara la solución del problema del movimiento de Urano. Tomando en cuenta esta circunstancia, no es tan casual como a veces se pretende que dos científicos hallaran la respuesta en forma independiente casi al mismo tiempo. Urban Leverrier había estudiado matemáticamente el problema del movimiento de los cometas, y sabía bien como tratar el problema de la órbita de Urano. El 18 de septiembre de 1846 completó sus cálculos y escribió a J.G. Galle, del observatorio de Berlín, pidiéndole realizar observaciones en un lugar del cielo donde predecía que el nuevo planeta debería estar. Cinco días después el planeta fue encontrado muy cerca

de la posición predicha. El descubrimiento del nuevo planeta, que pronto llevaría el nombre de Neptuno, fue motivo de orgullo nacional en Francia, patria de Leverrier, orgullo que sufrió un pequeño golpe cuando se supo que los cálculos de Leverrier habían sido realizados un año antes por un matemático inglés.

Después de graduarse de la universidad de Cambridge con los honores mas altos de su generación, John Couch Adams aprovechó unas largas vacaciones para atacar el problema de Urano. En octubre de 1843 Adams encontró una solución, y en febrero de 1844 solicitó al Astrónomo Real datos mas precisos sobre el movimiento de Urano. En septiembre de 1845 Adams hizo llegar a Airy, el entonces Astrónomo Real, los resultados de sus cálculos, muy similares al los que encontraría Leverrier un año después. Tanto Airy como Challis, astrónomo que ostentaba la prestigiosa Cátedra Plumiana en la Universidad de Cambridge, no prestaron la debida atención a Adams y el asunto pronto se convirtió en poco menos que una riña. Para frustración de Adams, poco tardó Galle en descubrir Neptuno usando los cálculos de Leverrier. Para colmo, en 1847 la Royal Astronomical Society de Inglaterra condecoró a Leverrier por los cálculos que llevaron al descubrimiento de Neptuno. Finalmente, en un año la suerte empezó a hacer justicia a Adams, quien recibió el mismo premio que Leverrier el año anterior. Mas tarde, en 1861, Adams se convertiría en director del Observatorio de Cambridge.

Mientras que Urano fue encontrado de manera puramente observacional, Neptuno fue descubierto mediante el poder de las matemáticas, empleando lápiz y papel antes que telescopios. Los científicos adquirieron una enorme confianza y pronto quisieron repetir la hazaña. Sin embargo, el caso de Neptuno no volvió a ocurrir y el siguiente, y último, descubrimiento de un planeta alrededor del Sol, el de Plutón, se produjo como resultado de innumerables observaciones sistemáticas del cielo. El descubrimiento de Neptuno ha quedado como un triunfo único para la mecánica celeste. Por lo menos desde el punto de vista de la herramienta, ya que en esta era de las computadoras, ningún astrónomo llevaría a cabo los cálculos de Adams y Leverrier armado tan solo de lápiz y papel.

### Descubrimiento de Plutón

Durante siglos Saturno fue considerado el límite del sistema solar, sin que sospechara la existencia de planetas tan alejados que su brillo estaría por debajo de la percepción del ojo humano. En 1781 William Herschell descubrió a Urano, dos veces mas distante del Sol que Saturno y cien veces menos brillante en el cielo. Conforme las observaciones de Urano revelaron que su movimiento no seguía lo que dictaban las leyes de la física, fue creciendo la sospecha de que existía un octavo planeta. Varios matemáticos se dieron a la tarea de calcular donde podría hallarse un planeta que jalara a Urano de forma a que siguiera la trayectoria observada. Así, en 1846 Johann Galle encontró a Neptuno en la región calculada previamente por Urbain Le Verrier. Este fue un gran triunfo para la mecánica celeste y dio a los astrónomos la confianza de poseer una poderosa herramienta para encontrar nuevos planetas: el cálculo.

Durante la segunda mitad del siglo pasado, al estudiar el movimiento de Urano y Neptuno los astrónomos llegaron a la conclusión que estos presentaban irregularidades que solo podían ser explicadas por la atracción gravitacional de un noveno planeta. Rápidamente comenzó la cacería de este nuevo planeta (y la fama que traería a su descubridor). Entre los "cazadores" destacó Percival Lowell, quien emprendió una búsqueda intensiva del que llamó "Planeta X". Al morir Lowell en 1916, después de varios años de infructuosa búsqueda y ningún indicio del escurridizo "Planeta X", la mayor parte de las búsquedas ya habían sido abandonadas. Ante la falta de resultados, William Pickering, quien retomó el esfuerzo de Lowell, empezó a estudiar la

posibilidad de una órbita marcadamente elíptica, que incluso situaría al hipotético noveno planeta (que por algún motivo Pickering llamaba "Planeta O") temporalmente mas cerca del Sol que Neptuno. Sin que Pickering tuviera algún fundamento mas allá que la no detección del "Planeta O", su hipótesis resultó correcta.

Hacia finales de los veintes, el observatorio Lowell de Flagstaff, Arizona, retomó la búsqueda del "Planeta X" iniciada algunas décadas antes por su fundador Percival Lowell. En 1929 el entonces director, Vesto Melvin Slipher decidió dedicar al proyecto un telescopio de trece pulgadas y contrató a Clyde Tombaugh, un joven de veintidós años, para fotografiar el cielo en búsqueda del "Planeta X". Placas fotográficas de una misma región del cielo tomadas en distintas noches debían ser comparadas con el propósito de encontrar algún "objeto errante" (o sea un planeta) que se moviera entre las estrellas. El 18 de febrero de 1930, Clyde Tombaugh notó que un objeto de magnitud diecisiete se había movido en placas tomadas de la región de Delta Geminorum en distintas épocas, justo como era de esperarse para un planeta transneptuniano. El 13 de marzo del mismo año, día del 149 aniversario del descubrimiento de Urano, el observatorio de Lowell anunció el descubrimiento del noveno planeta, llamado Plutón, como el dios romano de los infiernos y los muertos, hermano de Júpiter y de Neptuno. Las dos primeras letras de Plutón coinciden también con las iniciales de Percival Lowell.

Contrariamente al caso de Neptuno, el eventual descubrimiento de Plutón requirió de una búsqueda muy minuciosa del cielo. La dificultad en hallarlo residió en parte en el hecho de que Plutón resultó ser por lo menos cien veces mas débil



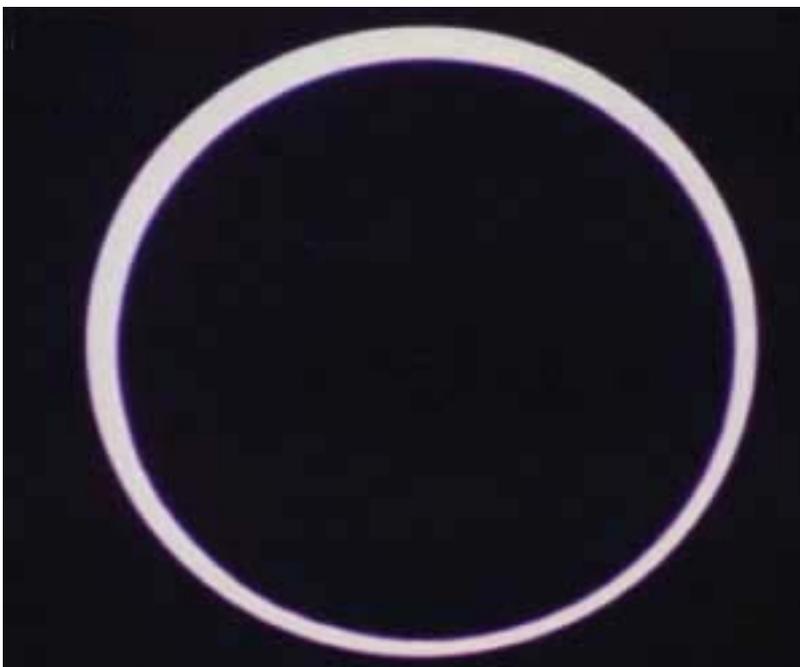
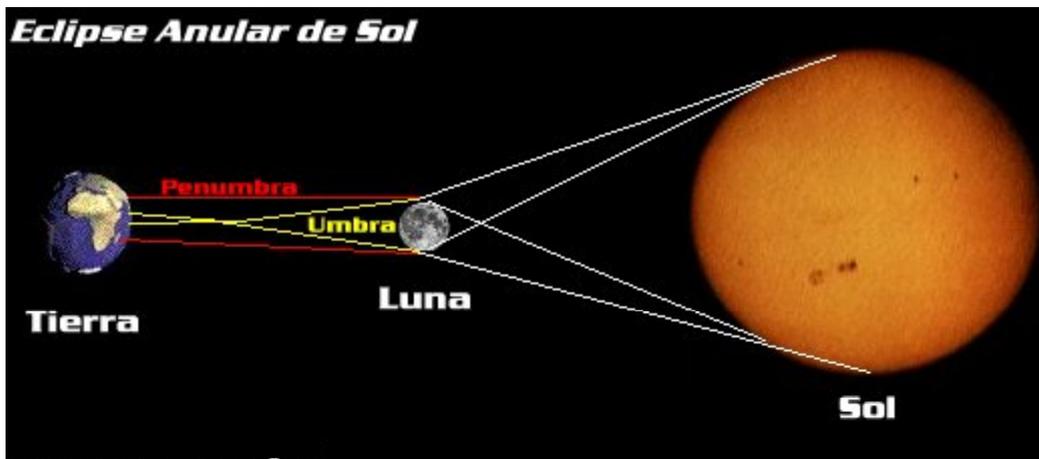
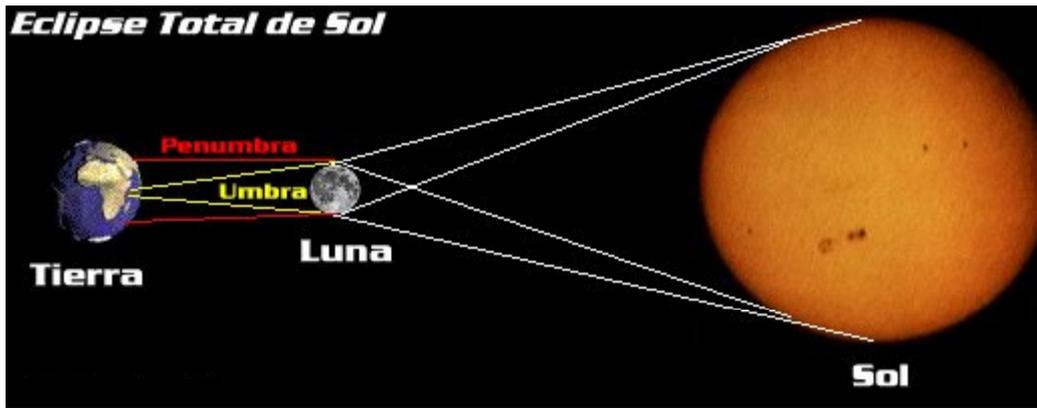
**15** Como sabemos, también los eclipses de Luna o de Sol se producen periódicamente. ¿Cuándo se produce un eclipse de Luna? Haz un dibujo donde se observe cómo se produce un eclipse de Sol y explica qué significa eclipse parcial, eclipse total y eclipse anular de Sol.



### **Eclipse de Sol**

Cada vez que la Luna nueva pasa entre el Sol y la Tierra se produce un eclipse solar. Cuando esto sucede no siempre ocurre este fenómeno porque la órbita lunar tiene una inclinación de unos 5 grados respecto a la Eclíptica y la mayoría de los meses nuestro satélite pasa muy cerca del disco solar sin llegar a ocultarlo. Los eclipses solares pueden ser totales, parciales o anulares, según la proporción del Sol cubierta por el disco lunar. Es una casualidad que el tamaño relativo de la Luna y del Sol sean aproximadamente el mismo. El Sol es 400 veces más grande que la Luna, pero resulta que ésta, está 400 veces más cerca de la Tierra que nuestra estrella. Como nuestro planeta rota y la Luna se mueve, la sombra lunar traza un camino curvo sobre nuestro planeta. Cuando la sombra llega a la Tierra, es "muy pequeña", alcanzando un máximo de 270 Km de ancho y por ese motivo, los eclipses de Sol solo se pueden observar desde lugares muy concretos.

Un eclipse total de Sol se desarrolla en cuatro etapas; el primer contacto, el segundo contacto (principio de la totalidad), el tercer contacto (fin de la totalidad) y cuarto contacto.



**¿QUÉ SUCEDE DURANTE UN ECLIPSE TOTAL?**

El eclipse se inicia con el primer contacto, en el momento que el disco lunar toca por primera vez el solar. Sólo es detectable a través de un telescopio debidamente preparado para la observación solar. Durante la hora siguiente se desarrolla la fase parcial. Al principio, apenas se observan cambios; y de repente se aprecia una repentina "bajada" de la luz, la temperatura ambiente comienza a descender y comenzamos a observar comportamientos extraños en la fauna que nos rodea. Todavía es peligroso observar directamente

al Sol sin protección a pesar que nos parezca lo contrario. Unos minutos antes del segundo contacto empiezan a producirse cambios muy rápidos; el cielo se oscurece mucho, el aire se enfría y se levanta una ligera brisa. A continuación, los últimos rayos solares logran pasar por los valles lunares, dando lugar al fenómeno conocido como las "perlas de Baily"; es posible que la última de éstas "perlas" se mantenga durante un momento produciéndose el conocido "anillo

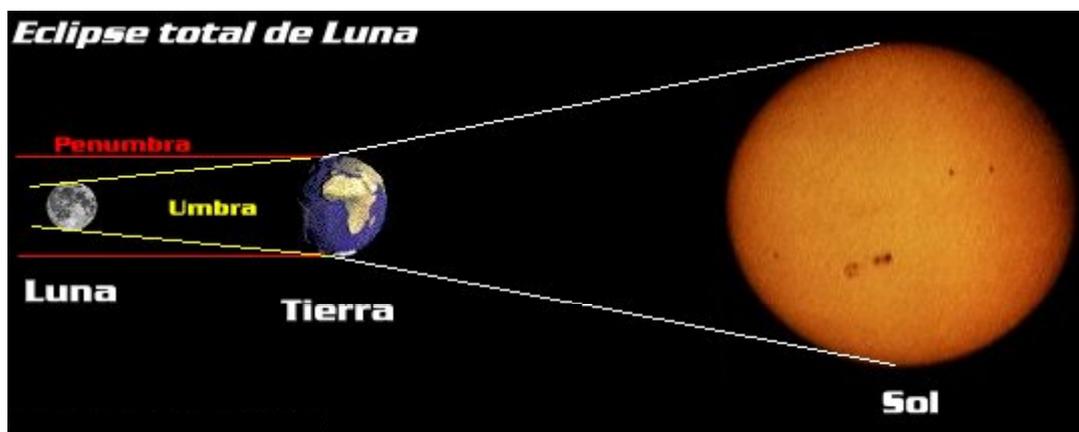
de diamantes". A continuación hay un destello de luz sonrosada procedente de la cromosfera y comienza la totalidad. En ese momento, se aprecian perfectamente los planetas y las estrellas más brillantes; ahora podemos quitar los filtros. Podemos ver con claridad la corona solar (la atmósfera del Sol). Con un telescopio podemos observar en los bordes de la Luna fulguraciones solares. Cuando la totalidad esté llegando a su fin, es recomendable tener a mano el filtro solar ya que se producirá de repente un "estallido" de luz por el borde oriental de la Luna, es el tercer contacto; el fin de la totalidad y el cielo comienza a llenarse de nuevo de luz. A partir de ahora restará todavía una hora para la finalización del eclipse, aunque para la mayoría la observación ha terminado tras observar uno de los mayores espectáculos de la naturaleza.

### ECLIPSES DE LUNA

Un eclipse de Luna se produce cuando en un día de Luna Llena, ésta entra en la sombra que produce la Tierra. Como sólo podemos ver la Luna cuando está iluminada por el Sol, veremos que se oscurece gradualmente a medida que va entrando en la sombra. En la sombra que produce la Tierra se pueden distinguir dos partes. La **umbra** que es la región de sombra total, y la **penumbra**, mucho más atenuada. Si la Luna entra por completo en la umbra se produce un eclipse total de Luna, por el contrario si se adentra en la penumbra se producirá un eclipse penumbral de Luna; mientras que si llega a adentrarse parcialmente en la zona umbral, se produce un eclipse parcial de Luna.

#### ¿QUE SUCEDE DURANTE UN ECLIPSE TOTAL?

El momento en el que el borde lunar comienza a tocar la umbra se produce el primer contacto y señala el comienzo de la parte más espectacular del eclipse. Antes de ello, durante la fase penumbral del eclipse, la Luna está en una parte iluminada por el Sol, mientras que la otra se encuentra en la penumbra. Cuando la Luna entra por completo en la umbra se produce el segundo contacto, y la Luna queda completamente eclipsada. El grado de oscurecimiento que alcanza la Luna en un eclipse depende de varios factores; si las regiones de la atmósfera terrestre que deben refractar su luz a la umbra están muy pobladas de nubes, la Luna aparecerá más oscura de lo habitual. También la presencia de grandes cantidades de polvo en la atmósfera, por ejemplo procedentes de una erupción volcánica (como ocurrió en el eclipse total de Luna tras la erupción del volcán Pinatubo en el año 1994), presentará un eclipse muy oscuro. En función de la geometría del eclipse, la Luna tardará poco más de una hora en llegar de nuevo a la zona penumbral, produciéndose el tercer contacto. Una hora más tarde el limbo de la Luna se aleja definitivamente de la penumbra alcanzándose el cuarto contacto y el final del eclipse.



Los eclipses se reproducen periódicamente. El plano de la órbita lunar no conserva una dirección fija en el espacio; la línea de los nodos es retrógrada sobre la eclíptica, y 19 revoluciones sinódicas del nodo equivalen a 6585,78 días, mientras que 223 revoluciones sinódicas de la Luna hacen 6585,32 días. Por lo tanto, tras 223 lunaciones, período conocido por los caldeos con el nombre de “saros “, o 18 años 11 días, se reproducen los mismos eclipses: son, en general, 70 eclipses, de los que hay 29 de la Luna y 41 del Sol.

En un año hay 7 eclipses como máximo: 5 o 4 de Sol y 2 o 3 de Luna; hay como mínimo 2, y en este caso los 2 son del Sol. o Eclipses de los satélites de Júpiter. Este fenómeno se produce cuando uno u otro de estos satélites entra en el cono de sombra creado por el planeta. La observación de los eclipses de los satélites de Júpiter, que presentaba fluctuaciones de  $\pm 8$  mn según que Júpiter estuviera en conjunción o en oposición, condujo a Rómer, en 1676, a calcular un primer valor de la velocidad de la luz en función de la distancia de la Tierra al Sol.



**16** Determina la intensidad del campo gravitatorio creado por la Tierra en la posición ocupada por la Luna. ¿Qué fuerza centrípeta sufre la Luna?

$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}, d = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}.$$



El vector campo va dirigido hacia la Tierra y su módulo vale :

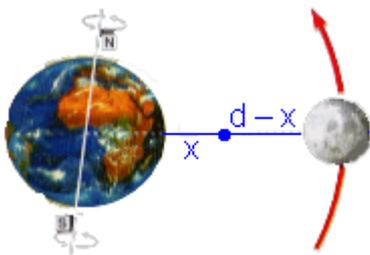
$$g = -\frac{GM_T}{d^2} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24}}{(3,84 \cdot 10^8)^2} = 1,49 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

Si despreciamos la interacción con otros astros la fuerza centrífuga de la Luna ha de contrarrestar la fuerza de atracción Tierra Luna es decir “el peso” de la Luna :

$$F_c = F_G = M_L \cdot g = 7,35 \cdot 10^{22} \cdot 1,49 \cdot 10^{-3} = 1,10 \cdot 10^{20} \text{ N}$$



**17** ¿En qué punto de la línea que une la Tierra y la Luna el campo gravitatorio es cero?



En un cierto punto ( a distancia x de la Tierra) entre la línea que une la Tierra y la Luna las intensidades de los campos gravitatorios de ambos astros serán iguales y como tienen sentidos contrarios su resultante vectorial será nula :

$$g_T = g_L \rightarrow -G \frac{M_T}{x^2} = -G \frac{M_L}{(d-x)^2} \Leftrightarrow \frac{(d-x)^2}{x^2} = \frac{M_L}{M_T} \Leftrightarrow \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \frac{M_L}{M_T}$$

$$\frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} \Leftrightarrow \frac{d}{x} - 1 = \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} \Leftrightarrow \frac{d}{x} = \sqrt{\frac{M_L}{M_T}} + 1 \Leftrightarrow x = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_L}{M_T}} + 1} = \frac{3,84 \cdot 10^8}{\sqrt{\frac{7,35 \cdot 10^{22}}{6 \cdot 10^{24}} + 1}} = 3,46 \cdot 10^8 \text{ m}$$

