Ejercicios básicos

① *La frecuencia del sonido que se obtiene con un diapasón es 440 Hz. Si la velocidad del sonido en el aire es 340 m s^{-1}, calcula la longitud de onda correspondiente a esta frecuencia.*

f = 440 Hz.
v = 340 m/s.

$$v = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{440} = 0{,}77\,\text{m}$$

② *La ecuación de una onda es, expresada en unidades del SI: y= 8 sinπ (6x- 0,5t). Establece:*

a) *La frecuencia.*
b) *La longitud de onda.*
c) *La amplitud.*
d) *La ecuación de una onda igual pero que se propaga en sentido opuesto.*

a) Si comparamos: $y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(-ft + \frac{x}{\lambda}\right)$ con y = 8 senπ(6x – 0,5t), deducimos que $2f = 0{,}5 \Leftrightarrow f = \frac{0{,}5}{2} = \frac{1}{4}\text{Hz} = 0{,}25\,\text{Hz}$.

b) De la comparación se deduce también: $\frac{2}{\lambda} = 6 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\text{m}$

c) A = 8 m.

d) y = 8 senπ(6x + 0,5t).

③ *Una onda está representada por la ecuación: y= 10 sin 2π (500t- 0,5x) (x e y en metros; t, en segundos). Calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación.*

$$\left\{\begin{array}{c} y = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y = 10\text{sen}2\pi(500t - 0{,}5x) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \frac{1}{T} = f = 500\text{ Hz} \\ \frac{1}{\lambda} = 0{,}5 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{0{,}5} = 2\,\text{m} \end{array}\right\} \Rightarrow v_p = \lambda f = 2\cdot 500 = 1000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

④ *El extremo libre de un tubo de goma se desplaza periódicamente a un lado y a otro de su posición normal. La distancia entre las posiciones extremas es de 8 cm y la duración de una oscilación es de 0,50 s. Al cabo de 0,20 s, la perturbación ha avanzado en el tubo 16 cm. Halla:*

a) *La amplitud del movimiento.*
b) *Su frecuencia.*
c) *La velocidad de propagación.*
d) *La longitud de onda.*

a) La amplitud (A) es la distancia desde el centro o punto de equilibrio a uno de los extremos, como se nos dice que la distancia entre dos posiciones extremas es de 8 cm, esa distancia será el doble de la amplitud, es decir 2A = 8 cm, luego **A = 4 cm**.

b) Como la duración de una oscilación es 0,5 s, se nos está dando el período, T = 0,5 s, luego la frecuencia f = 1/T = 1/0,5 = 2 Hz.

c) Para calcular la velocidad de propagación sabemos que la perturbación ha recorrido un espacio e = 16 cm en un tiempo t = 0, 2 s, luego $v_p = \frac{e}{t} = \frac{16}{0,2} = 80\frac{cm}{s}$.

d) La longitud de onda la hallamos a partir de la velocidad de propagación:

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = v_p \cdot T = 80\frac{cm}{s} \cdot 0,5\,s = 40\,cm$$

⑤ *En una cuerda colocada a lo largo del eje x se propaga una onda, determinada por la función:*

$$y\,(x,\,t) = 0,02\,\sin\,(4x - 8t)$$

donde y y x se expresan en metros y t en segundos. ¿Cuánto tiempo tarda la perturbación en recorrer una distancia de 8 m?

Cuando la perturbación llega a los 8 m, esa partícula está en y = 0, luego sustituyendo en la ecuación de onda:

$$y(x,t) = 0,02sen(4x - 8t) \rightarrow 0 = 0,02sen(4\cdot 8 - 8t) \Leftrightarrow sen(32 - 8t) = 0 \Leftrightarrow 32 - 8t = 0, t = \frac{32}{8} = 4\,s$$

⑥ *En un extremo de una cuerda tensa horizontal de 5,0 m se provoca un movimiento oscilatorio armónico perpendicular a la dirección de la cuerda, cuya elongación es de 8,0 cm cuando han* *transcurrido 0,10 s desde su comienzo. Se observa que la onda producida tarda en llegar al otro extremo 2,0 s y que la distancia entre dos crestas sucesivas es de 1,5 m. Determina:*

a) *la frecuencia y la amplitud del movimiento ondulatorio;*

b) *la velocidad del punto situado a 1,0 m del origen de la onda, al cabo de 0,6 s de iniciado el movimiento ondulatorio.*

a) Como la distancia entre dos crestas sucesivas es de 1,5 m, λ = 1,5 m.

La velocidad de propagación es $v_p = \frac{e}{t} = \frac{5,0}{2,0} = 2,5\frac{m}{s} = f\lambda \Rightarrow f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{2,5}{1,5} = \frac{5}{3}\text{Hz}$

Para hallar la amplitud partimos de que y(0, 0,1) = 0,08 cm y despejamos A:

$$y(0{,}0{,}1) = A\text{sen}2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \Leftrightarrow 0{,}08 = A\text{sen}2\pi\left(\frac{5}{3}\cdot 0{,}1 - \frac{0}{1{,}5}\right) \Leftrightarrow A = \frac{0{,}08}{\text{sen}2\pi\left(\frac{0{,}5}{3}\right)} = 0{,}0924\,\text{m}$$

b) Hallamos la velocidad derivando la función de onda del punto en x = 1:

$$v(1,t) = \frac{dy(1,t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[0{,}0924\text{sen}2\pi\left(\frac{5}{3}t - \frac{1}{1{,}5}\right)\right] = 2\pi\frac{5}{3}0{,}0924\cos 2\pi\left(\frac{5}{3}t - \frac{2}{3}\right) = 0{,}97\cos 2\pi\left(\frac{5}{3}t - \frac{2}{3}\right)$$

$$v(1{,}0{,}6) = 0{,}97\cos 2\pi\left(\frac{5}{3}0{,}6 - \frac{2}{3}\right) = -0{,}484\frac{m}{s}$$

⑦ *La intensidad de una onda armónica esférica es $6{,}0 \cdot 10^{-8}$ W cm^{-2} a 20 m del foco emisor. Si no hay absorción, calcula:*

a) *la energía emitida por el foco emisor en un minuto;*

b) *la amplitud de la onda a los 40 m, si a los 20 m de 4,0 mm.*

a) Como $I = \frac{E}{t4\pi R^2} \Leftrightarrow E = 4\pi\cdot ItR^2 = 4\pi\cdot 6{,}0\cdot 10^{-8}\cdot 60\cdot 0{,}2^2 = 1{,}81\cdot 10^{-6}$ J

b) $\left\{\begin{array}{l} R_1 = 40\,\text{m} \\ R_2 = 20\,\text{m} \\ A_2 = 4{,}0\text{ mm} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \Leftrightarrow A_1 = A_2\frac{R_2}{R_1} = 4{,}0\frac{20}{40} = 2{,}0$ mm

⑧ *Si el ángulo de incidencia de la luz sobre una sustancia transparente es de 45° y el de refracción que le corresponde de 30°, establece:*

a) *El índice de refracción del material respecto del aire,*

b) *El ángulo límite de dicha sustancia (con relación al aire).*

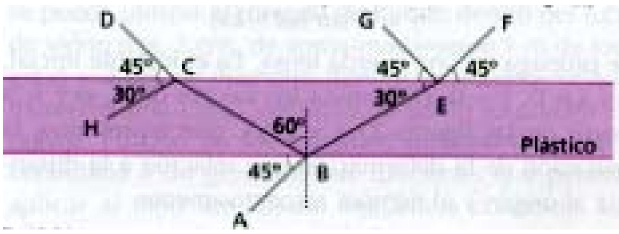
a) $n = \dfrac{\operatorname{sen}\hat{i}}{\operatorname{sen}\hat{R}} = \dfrac{\operatorname{sen}45^\circ}{\operatorname{sen}30^\circ} = \dfrac{\sqrt{2}/2}{1/2} = \sqrt{2}$

b) $\dfrac{\operatorname{sen}\hat{L}}{\operatorname{sen}90^\circ} = \dfrac{1}{n} \Leftrightarrow \operatorname{sen}\hat{L} = \dfrac{\operatorname{sen}90^\circ}{n} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{L} = \operatorname{arcsen}\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$

⑨ *Un rayo de luz incide sobre una lámina transparente de caras planas y paralelas. En la figura se representan, además del rayo incidente, todos los rayos que resultan de las sucesivas reflexiones y refracciones. La lámina tiene un índice de refracción* n_L, *y el del medio en el cual se encuentra es* n_M.

a) *¿Cuál es el rayo incidente? Indícalo mediante dos letras ordenadas en el sentido de propagación y justifica la respuesta.*

b) *¿Cuánto vale el índice de refracción relativo del material de la lámina respecto del medio,* n_L/n_M?



a) Hay tres rayos incidentes posibles:

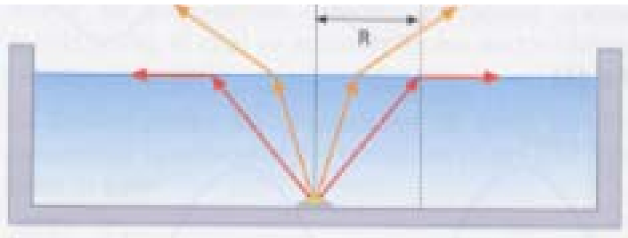
❶ DC, que se refractaría según CB, pero al salir del plástico debería refractarse en sentido opuesto a BA, en la dirección del de entrada DC, pues eso supondría una velocidad de propagación en el aire negativa.

❷ GE, no es posible pues el rayo refractado no sería EB sino paralelo a CB (la velocidad sería negativa, ya que sen(180º+ 30º) = sen 210º < 0).

❸ El rayo incidente debe ser FE, que se refracta según EB y después según AB.

b) $\dfrac{n_L}{n_M} = \dfrac{\operatorname{sen}\hat{i}}{\operatorname{sen}\hat{R}} = \dfrac{\operatorname{sen}45^\circ}{\operatorname{sen}60^\circ} = \dfrac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{3}/2} = \sqrt{\dfrac{2}{3}} = 0{,}816$

DD *En el fondo de una piscina de 2,0 m de profundidad, llena de agua (n = 4/3), hay un foco puntual que emite luz en todas direcciones. Calcula el radio del cono de luz (Fig. 2.62) que no sufre reflexión total y pasa al aire.*

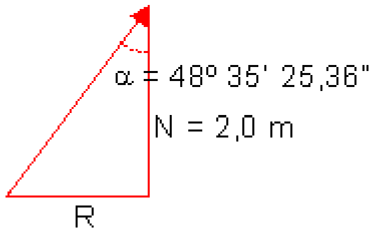


✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻

① Hallamos primero el ángulo de reflexión total:

$$\frac{\operatorname{sen}\hat{L}}{\operatorname{sen}90^\circ} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \operatorname{sen}\hat{L} = \frac{1}{n} = \frac{1}{4/3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \hat{L} = \operatorname{arcsen}\frac{3}{4} = 48^\circ 35' 25{,}36''$$

② Ahora en el triángulo rectángulo formado por el rayo, el radio (R) y la normal (N = profundidad = 2,0 m) hallamos R:

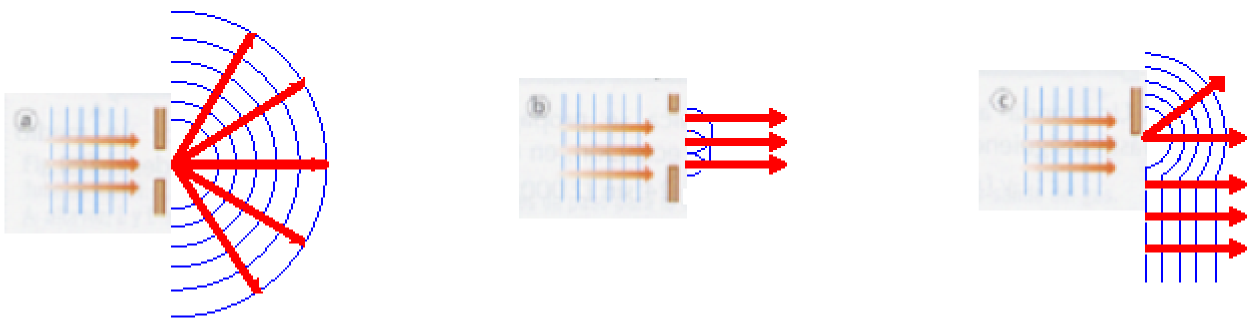


$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{N} \Leftrightarrow R = N\operatorname{tg}\alpha = 2{,}0\cdot\operatorname{tg}48^\circ 35' 25{,}36'' = 2{,}27 \text{ m}$$

✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻

DD *La figura 2.63 muestra unos frentes de onda planos que avanzan hacia diferentes obstáculos. Dibuja los frentes de onda una vez superado cada obstáculo.*

✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻



✻✻✻❀❀❀✪❀❀❀✻✻✻

⓬ Dos focos sonoros emiten simultáneamente ondas de la misma amplitud y frecuencia (f = 425 Hz), siendo la velocidad del sonido en el aire de 340 ms^{-1}. Si se coloca un aparato registrador de sonidos a una distancia de 100,0 m del primer foco y 101,2 m del segundo, estudia si registrará sonido.

f = 425 Hz.
v_p = 340 m/s.
x_1 = 100,0 m.
x_2 = 101,2 m.

Para saber el tipo de interferencia tenemos que comparar la diferencia de distancias $x_2 - x_1$ con la longitud de onda(λ), luego hemos de calcular primero la longitud de onda:

$$v_p = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{340}{425} = 0{,}8 \text{ m}$$

$x_2 - x_1 = 101{,}2 - 100{,}0 = 1{,}2 \text{ m} = \frac{3}{2} 0{,}8 = 3\frac{0{,}8}{2} = (2 \cdot 1 + 1)\frac{\lambda}{2}$, como la diferencia de caminos es un múltiplo impar de semilongitudes de onda, la interferencia es destructiva, se produce un mínimo y **no se registrará sonido**.

Ejercicios de consolidación

① Un punzón, soldado a un diapasón que vibra con una frecuencia de 100 Hz, golpea la superficie libre de un líquido. Si las ondas circulares obtenidas tienen una longitud de onda de 2 cm, calcula la velocidad de propagación de estas ondas en el líquido.

$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}02 \text{ m} \cdot 100 \text{ Hz} = 2 \text{ m/s}$.

② Una onda de 10 m de amplitud se propaga de izquierda a derecha y su periodo es de 12 s. Supuesta de tipo sinusoidal, halla la elongación en el origen al cabo de 1,0 s de iniciarse el movimiento desde la posición de equilibrio. Sabiendo que en ese instante (t= 1,0 s) la elongación de un punto que dista 4,0 cm del origen, hacia la derecha, es nula, establece la longitud de onda.

A = 10 m.
T = 12 s.
t = 1,0 s.
$\varphi_0 = 0^o$
x = 4 cm = 0,04 m.
y(0,04, 1,0) = 0 m

Necesitamos conocer λ:

$$y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \varphi_0\right); y(0{,}04{,}1{,}0) = 10\text{sen}2\pi\left(\frac{1{,}0}{12} - \frac{0{,}04}{\lambda}\right) = 0$$

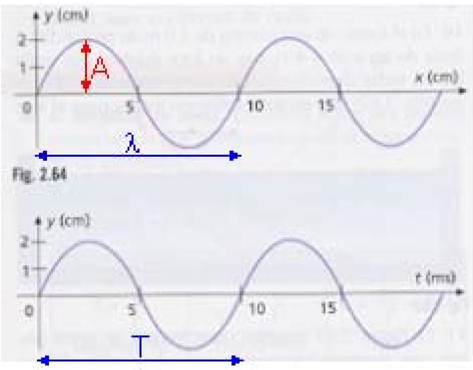
luego:

$$\text{sen}2\pi\left(\frac{1{,}0}{12} - \frac{0{,}04}{\lambda}\right) = 0 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{1{,}0}{12} - \frac{0{,}04}{\lambda}\right) = 0 \Leftrightarrow 0{,}08\hat{3} = \frac{0{,}04}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = 0{,}48 \text{ m}$$

Y la elongación en el origen al cabo de t = 1,0 s es:

$$y(0{,}1{,}0) = A\mathrm{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 10\mathrm{sen}2\pi\left(\frac{1}{12} - \frac{0}{0{,}48}\right) = 10\mathrm{sen}\frac{\pi}{6} = 10\cdot\frac{1}{2} = 5{,}0\ \mathrm{m}$$

③ Una onda transversal de ecuación: y = A sin (wt - kx) se propaga en una cuerda tensa. En el instante inicial, en x = 0, y = 0. Determina los valores de A, ω y k, a partir de las figuras que representan la variación de la deformación con relación a la distancia al origen y al tiempo, respectivamente.



A = 2 cm = 0, 02 m.

λ = 10 cm = 0,1 m.

T = 10 ms = 0,01.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}01} = 200\pi\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}1} = 20\pi\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$$

④ Una onda armónica se propaga por un medio elástico siguiendo la ecuación, en unidades del SI: y (x, t) = 24 sin (2 000t - 5x) Determina:

a) *Su amplitud, frecuencia y longitud de onda.*

b) *El desfase que existirá entre dos puntos separados 0,2 m entre sí a lo largo de la dirección de propagación de la onda.*

c) *La ecuación de otra onda idéntica a la anterior que se propague en sentido contrario a la dada.*

a) Procedemos por comparación entre la ecuación teórica y la que se nos da:

$$\left\{\begin{matrix} y(x,t) = A\mathrm{sen}2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y(x,t) = 24\mathrm{sen}(2000t - 5x) \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\begin{matrix} A = 24\mathrm{m} \\ 2\pi f = 2000 \Leftrightarrow f = \frac{2000}{2\pi} = 318{,}3\ \mathrm{Hz} \\ \frac{2\pi}{\lambda} = 5 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5}\mathrm{m} \end{matrix}\right\}$$

b) desfase = (2000t – 5x_2) – (2000t – 5x_1) = 5(x_2 – x_1) = 5 · 0,2 = 1 rad.

c) y(x,t) = 24 sen(200t + 5x).

5 *En el centro de una piscina circular de 6,0 m de radio se produce una perturbación que origina un movimiento ondulatorio en la superficie del agua; la longitud de onda es 0,75 m y tarda 12 s en llegar a la orilla. Calcula:*

a) *la frecuencia del movimiento;*

b) *la amplitud, si al cabo de 0,25 s la elongación en el origen es de 4,0 cm;*

c) *la elongación en el instante t = 12 s en un punto situado a 6,0 cm del foco emisor.*

a) $v_p = \frac{e}{t} = \frac{6{,}0\text{m}}{12\text{s}} = 0{,}5 \text{ m} \Rightarrow v_p = \lambda f \Leftrightarrow f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{0{,}5}{0{,}75} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}\text{Hz.}$

b) y(0, 0,25) = 4,0 cm = 0,04 m, luego:

$$0{,}04 = A\text{sen}2\pi\left(tf - \frac{x}{\lambda}\right) \Leftrightarrow A = \frac{0{,}04}{\text{sen}2\pi\cdot 0{,}25\cdot\frac{2}{3}} = \frac{0{,}04}{\text{sen}\frac{\pi}{3}} = 0{,}046 \text{ m}$$

c) $y(6{,}0{,}12) = 0{,}046\text{sen}2\pi\left(12\cdot\frac{2}{3} - \frac{0{,}06}{0{,}75}\right) = -0{,}022 \text{ m}$

6 *En la parte superior de la atmósfera, cada metro cuadrado de superficie normal a los rayos solares recibe 1,35 kJ por segundo. Determina la superficie necesaria para captar la energía requerida para elevar un grado la temperatura de 100 g de agua (líquida) en un segundo, suponiendo un rendimiento del 80 %. Dato: calor específico del agua líquida: 4,18 kJ kg^{-1} K^{-1}.*

$Q = m\, c\, \Delta t = 0{,}1 \text{ kg } 4{,}18 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot 1 \text{ K} = 0{,}418 \text{ kJ/s}.$

Luego la superficie necesaria:

$$S = \frac{0{,}418 \text{ kJ/s}}{1{,}35 \text{ kJ/s}\cdot\text{m}^2} = 0{,}31\text{m}^2 \text{ para un rendimiento del 80 \%, } \frac{0{,}31}{0{,}8} = 0{,}387\,\text{m}^2$$

7 *Dos emisoras de radio A y B emiten con frecuencias de 30 y 300 MHz, respectivamente. Calcula sus longitudes de onda.*

$$c = f\lambda \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3\cdot 10^8 \text{ m/s}}{30\cdot 10^6 \text{ Hz}} = 10\,\text{m}; \lambda_2 = \frac{c}{f_2} = \frac{3\cdot 10^8 \text{ m/s}}{300\cdot 10^6 \text{ Hz}} = 1\text{m}$$

8. La caja de la figura 2.66 contiene un espejo plano que refleja el rayo de luz que entra por la abertura lateral. Establece cuál debe ser el ángulo α.

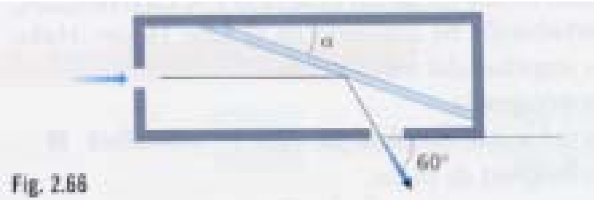
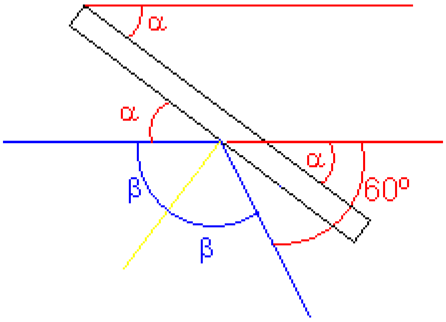


Fig. 2.66



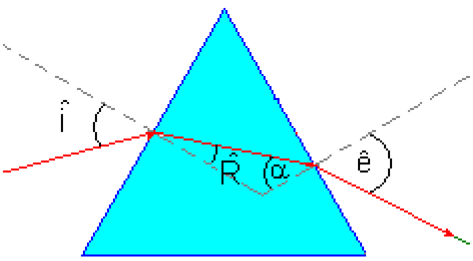
Como el ángulo de incidencia y de reflexión han de ser iguales (β) y α + β = 90º y β= 60º, α = 30º

9. En el vacío, la longitud de onda de la luz amarilla de sodio es 589,3 nm. ¿Cuál es su longitud de onda en un vidrio cuyo índice de refracción es n = 1,60?

$$n = \frac{c}{v_v} \Leftrightarrow 1{,}60 = \frac{3\cdot 10^5\ \mathrm{km/s}}{v_v} \Leftrightarrow v_v = \frac{3\cdot 10^5\ \mathrm{km/s}}{1{,}60} = 187500\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

además: $$\frac{c}{v_v} = \frac{\lambda f}{\lambda_v f} = \frac{\lambda}{\lambda_v} \Leftrightarrow \lambda_V = \frac{v_v}{c}\cdot\lambda = \frac{187500\mathrm{km/s}}{300000\mathrm{km/s}}\cdot 589{,}3\ \mathrm{nm} = 386{,}3\ \mathrm{nm}$$

10. Un rayo de luz monocromática incide con un ángulo de incidencia de 45,0° sobre una de las caras de un prisma óptico de ángulos iguales (60,0°). Si el índice de refracción del prisma es n = 1,50, calcula el ángulo que forma el rayo emergente con la normal trazada en su punto de emergencia.



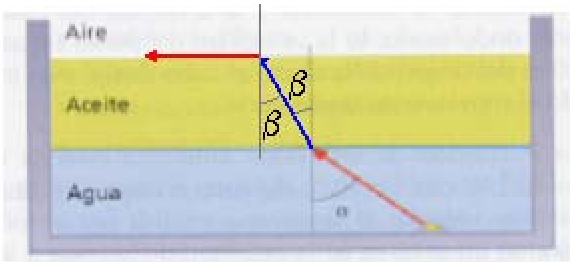
$$n = \frac{\mathrm{sen}\,\hat{i}}{\mathrm{sen}\hat{R}} \Leftrightarrow \mathrm{sen}\hat{R} = \frac{\mathrm{sen}\,\hat{i}}{n} = \frac{\mathrm{sen}45º}{1{,}5} = 0{,}47$$

$$\hat{R} = \mathrm{arcsen}0{,}47 = 28º7'32'' \Rightarrow \alpha = 60º - \hat{R} = 31º52'28''$$

Y aplicando la ley de la refracción a la salida del prisma:

$$\frac{\mathrm{sen}\alpha}{\mathrm{sen}\hat{e}} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \mathrm{sen}\hat{e} = n\,\mathrm{sen}\alpha = 1{,}5\cdot \mathrm{sen}31º52'28'' = 0{,}79 \Rightarrow \hat{e} = 52º22'53''$$

11 *En el fondo de un recipiente que contiene agua (n = 1,33) y aceite (n = 1,50) hay una fuente de luz. Establece para qué valores del ángulo de incidencia la luz no pasará al aire.*



a) Separación aire/aceite:

$$\frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}90^{\circ}} = \frac{1}{n_{aceite}} \Leftrightarrow \text{sen}\beta = \frac{\text{sen}90^{\circ}}{n_{aceite}} = \frac{1}{1{,}50}$$

b) Separación aceite/agua:

$$\frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\beta} = \frac{n_{aceite}}{n_{agua}} \Leftrightarrow \text{sen}\alpha = \frac{n_{aceite}}{n_{agua}}\cdot\text{sen}\beta = \frac{1{,}50}{1{,}33}\cdot\frac{1}{1{,}50} = \frac{1}{1{,}33} = 0{,}7518 \Leftrightarrow \alpha = \text{arcsen}0{,}7518 = 48^{\circ}45'12''$$

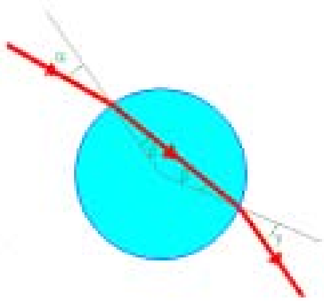
Para ángulos mayores que α = 48º 45’ 12”, la luz no sale al aire.

12 *Desde el borde de una piscina se mira verticalmente hacia el fondo, donde hay una moneda. Si la profundidad es 2,4 m y el índice de refracción del agua es 4/3, calcula a qué profundidad aparente se ve la moneda.*

Nota: para ángulos pequeños, sin α = tan α.

$$p_{aparente} = 2{,}4\cdot\frac{3}{4} = 1{,}8 \text{ m}$$

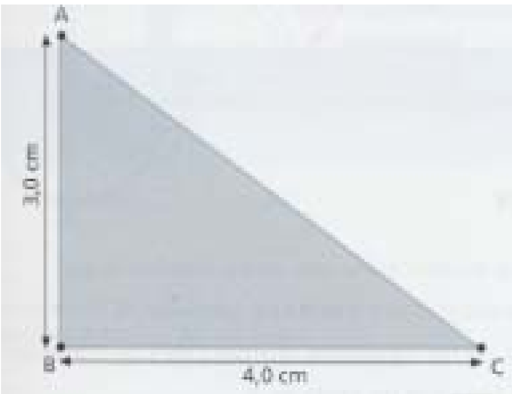
13 *Se tiene una esfera de cuarzo (n = 1,53). ¿Cuál es el valor del ángulo con el que emerge un rayo de luz que incidió con un ángulo de 30º?*



$$\frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\beta} = n \Leftrightarrow \text{sen}\beta = \frac{\text{sen}\alpha}{n}$$ además a la salida se cumple que

$$\frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}\gamma} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \text{sen}\gamma = n\text{sen}\beta = n\cdot\frac{\text{sen}\alpha}{n} = \text{sen}\alpha$$, luego $\gamma = \alpha = 30^{\circ}$

14 *Desde los vértices A y B del triángulo rectángulo de la figura se emiten sincrónicamente ondas que se propagan a 10 cm s^{-1} con una frecuencia de 10 Hz y 0,50 cm de amplitud. Se pide:*



a) *La amplitud de la perturbación resultante en el punto C.*
b) *Si las distancias AB y BC se redujeran a la mitad, discute si ahora en C la interferencia es destructiva o constructiva.*

****

a) Sabemos que como se ha demostrado en el texto:

$$A_C = 2A\cos k\left(\frac{BC-AC}{2}\right) = 2\cdot 0{,}5\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{BC-AC}{2}\right) = 2\cdot 0{,}5\cos(-\pi) = -1{,}0\,\text{cm}$$

Siendo la longitud de onda: $v = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{10\,\text{cm/s}}{10\,\text{Hz}} = 1\,\text{cm}$

b) Si AB = 1,5 cm y BC = 2 cm, $AC = \sqrt{1{,}5^2 + 2^2} = 2{,}5$ cm

$$A_C = 2A\cos k\left(\frac{BC-AC}{2}\right) = 2\cdot 0{,}5\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{BC-AC}{2}\right) = 2\cdot 0{,}5\cos\pi(2-2{,}5) = 0\,\text{cm},$$ ahora la interferencia es destructiva.

****

15 *Dos ondas de ecuaciones: $y_1 = 6\sin(1500t + 250x)$ $y_2 = 6\sin(1500t - 250x)$ en las unidades del SI, interfieren. Calcula:*

a) *La ecuación de la onda estacionaria.*
b) *La amplitud de los nodos.*
c) *La distancia entre dos vientres consecutivos.*

****

a)

$$y = y_1 + y_2 = 6\text{sen}(1500t + 250x) + 6\text{sen}(1500t - 250x) = 6[\text{sen}(1500t + 250x) + \text{sen}(1500t - 250x)] \overset{(1)}{=}$$

$$= 6\cdot 2\text{sen}\frac{1500t + 250x + 1500t - 250x}{2}\cdot\cos\frac{1500t + 250x - 1500t + 250x}{2} = 12\text{sen}1500t\cos 250x$$

(1) Aplicamos la fórmula trigonométrica: $\text{sen}A + \text{sen}B = 2\text{sen}\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

b) Por definición un nodo es un punto en que la interferencia es destructiva, A = 0.

c) La distancia entre dos vientres es la semilongitud de onda:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 250 \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi}{250\cdot 2} = 0{,}01257 \text{ m}$$

****

16 *La longitud de una cuerda de guitarra es 75,0 cm y su frecuencia fundamental es 440 Hz. Se pide:*

a) *La velocidad de propagación de las ondas en la cuerda.*

b) *Si se acorta su longitud (presionando en un punto) y la frecuencia fundamental es 660 Hz, ¿cuál es la longitud de cuerda que vibra ahora?*

****

a) La frecuencia fundamental o primer armónico (f_0), en una cuerda, se da cuando:

$$f_0 = \frac{v_p}{2L} \Leftrightarrow v_p = 2Lf_0 = 2\cdot 0{,}75\cdot 440 = 660\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $L = \frac{v_P}{2f_0} = \frac{660}{2\cdot 660} = \frac{1}{2}\text{ m} = 0{,}5\text{m} = 50 \text{ cm.}$

****

17 *Dos ondas de igual amplitud y longitud de onda (λ = 20 cm) se propagan en sentidos opuestos por una cuerda tensa de 40 cm de longitud, con sus dos extremos fijos. Establece los nodos de la onda estacionaria que se produce.*

****

Los nodos se forman a una distancia de uno de los extremos (x) de:

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} = (2n+1)\frac{20}{5}\text{cm} = (2n+1)\cdot 5\text{ cm} = \begin{cases} n = 0 \rightarrow x_0 = 5\text{ cm.} \\ n = 1 \rightarrow x_1 = 15\text{ cm....}, \\ n = 3 \rightarrow x_3 = 35\text{cm} \end{cases}$$

el cuarto nodo ya se formaría a una distancia mayor que la longitud de la cuerda (40 cm).

****

18 *Una cuerda vibra de acuerdo con la ecuación:* $y = 5{,}0\text{sen}\frac{\pi x}{3}\cos 40\pi t$ *(y y x, en cm; t, en s) Halla:*

a) *La amplitud y la velocidad de fase de las ondas cuya superposición pueda dar lugar a esta vibración.*

b) *La distancia entre nodos.*

a) Comparamos la ecuación teórica con la dada:

$$\begin{cases} y = 2A\,\text{sen}\,kx\cos\omega t \\ y = 5{,}0\,\text{sen}\dfrac{\pi x}{3}\cos 40\pi t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2A = 5{,}0 \Leftrightarrow A = \dfrac{5{,}0}{2} = 2{,}5\,\text{cm} \\ \omega = 2\pi f = 40\pi \Leftrightarrow f = 20\,\text{Hz} \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\pi}{3} \Leftrightarrow \lambda = 6\text{ cm} \\ v_p = \lambda f = 6\cdot 20 = 120\dfrac{\text{cm}}{\text{s}} = 1{,}20\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

b) Distancia entre nodos = $\dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{6\,\text{cm}}{2} = 3\,\text{cm}$

19 *Para determinar la velocidad del sonido en gases se puede utilizar el método de Kundt: dentro del tubo de vidrio (Fig. 2.69), de aproximadamente 1 m de longitud y 3 cm de diámetro interior, se esparce uniformemente una cierta cantidad de serrín (o corcho en polvo). En uno de los extremos se tiene un altavoz conectado a un generador de funciones que permite aplicar al tubo sonidos de frecuencia conocida. Las vibraciones producidas por el altavoz se propagan por el gas del tubo y se reflejan en el otro extremo, produciéndose ondas estacionarias en función de la longitud del tubo y de la frecuencia.*

Los nodos y los vientres se aprecian de la siguiente forma: en los vientres (máxima vibración) apenas queda serrín, el cual se acumula en los nodos (donde no hay vibración).

La distancia entre los montoncitos de serrín permite determinar la velocidad del sonido en el gas que contiene el tubo.

En una experiencia con el tubo de Kundt, se llenó el tubo con dióxido de carbono a 20 °C y 1,0 atm. Si para una frecuencia de 5660 Hz se observa que la distancia entre dos nodos consecutivos es 2,4 cm, establece la velocidad de propagación del sonido en el dióxido de carbono (en las condiciones del experimento).

Como la diferencia entre nodos es $x = \dfrac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda = 2x = 2\cdot 2{,}4 = 4{,}8\,\text{cm}$, luego la velocidad:

$$v_p = \lambda f = 4{,}8\cdot 5660 = 271{,}68\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Test de autoevaluación

Indica si la frase es verdadera o falsa:

1 *La velocidad de propagación de una onda armónica es igual a su longitud de onda dividida por su frecuencia.*

Falso, $v_p = \lambda\ f$.

2 *La intensidad de una onda esférica que se propaga por un medio isótropo es inversamente proporcional a la distancia al foco emisor.*

Falso, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.

3 *Cuando una onda se refracta, varía su longitud de onda.*

Verdadero ya que al cambiar la velocidad de propagación, varía la frecuencia.

4 *Se hace vibrar el extremo de una cuerda y se origina una onda transversal que se propaga por la cuerda en un plano vertical. La onda producida está polarizada.*

Verdadero ya que sólo vibra en un plano.

5 *En un máximo de interferencia obtenido con dos ondas de igual amplitud, la intensidad es el doble que la que corresponde a cada onda por sí sola.*

Falso es la amplitud la que es el doble.

6 *La difracción es más notoria si los obstáculos, aberturas, etc., son grandes comparadas con la longitud de onda.*

Falso, es al contrario, la difracción es más notoria si son pequeñas.

Elige la respuesta correcta:

7 *La velocidad de propagación de una onda es 300 m s-1 y su longitud de onda es de 0,20 m. Su frecuencia en Hz es:*

a) 60 c) 6 000 e) 150 b) 6,6 · 10-4 d) 1 500

Como $v_p = \lambda f \Rightarrow f = \dfrac{v_p}{\lambda} = \dfrac{300}{0{,}2} = 1500\ \text{Hz}$., la respuesta correcta es d).

8 *La velocidad de propagación de una onda en una cuerda tensa de longitud L depende de:*

a) L.
b) La frecuencia de la perturbación.
c) La amplitud de la perturbación.
d) La tensión de la cuerda.

$v_p = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ depende de la tensión (F) y de la densidad lineal (μ). La correcta es la d).

9 *Las ondas en los sólidos se pueden propagar:*

a) Sólo longitudinalmente.
b) Sólo transversalmente.
c) De las dos formas.
d) De ninguna forma.

En las dos direcciones, como las de los terremotos en la superficie terretre.

10 *Durante un tiempo igual al que emplea el foco emisor en efectuar una oscilación completa, una onda armónica avanza una distancia igual a:*

a) λ.
b) La amplitud (A).
c) A/2
d) v_p *metros*

Una distancia igual a la longitud de onda.

11 *La ecuación de una onda que se propaga a lo largo del eje X es: y= 4 cos (20t+ 60x). Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:*

a) La longitud de onda es 20 m.
b) Su periodo es de 20/π *s.*
c) Su periodo es de π */10 s.*
d) La amplitud de la onda es 2 m.

$$\begin{cases} y = A\cos 2\pi\left(\dfrac{t}{T}+\dfrac{x}{\lambda}\right) \\ y = 4\cos(20t+60x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 4\ \text{m} \\ \dfrac{2\pi}{T} = 20 \Leftrightarrow T = \dfrac{2\pi}{20} = \dfrac{\pi}{10} \\ \dfrac{2\pi}{\lambda} = 60 \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{60} = \dfrac{\pi}{30} \end{cases}$$ luego la correcta es la c)

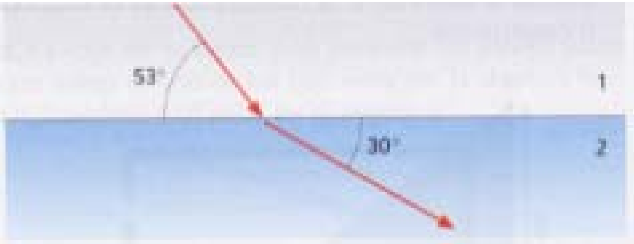
12 *Cuando un movimiento ondulatorio se refleja, su velocidad de propagación:*

a) Aumenta.
b) Disminuye.
c) No varía.
d) Depende de la superficie de reflexión.

Cambia sólo el ángulo de propagación pero su velocidad no varía pues sigue en el mismo medio de propagación.

13 *La relación v_1/v_2 entre las velocidades de propagación de los medios 1 y 2 de la figura 2.70 es:*

a) 4/9 b) 2/3 c) 9/4 d) 3/2



Aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}(90^\circ-53^\circ)}{\operatorname{sen}(90^\circ-30^\circ)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{0{,}6}{0{,}9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

14 *La ecuación de una onda mecánica es: $y = A\cos(\omega t - kx)$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:*

a) La longitud de onda es k.
b) Se trata de una onda estacionaria.
c) La velocidad de propagación de la onda es ω/k.
d) La amplitud de la onda es A^2.
e) Se propaga en el sentido decreciente del eje X.

Es la c) ya que $v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\omega}{k}$

15 *Una onda cuya frecuencia es 50 Hz se propaga por una cuerda sujeta por sus extremos ala velocidad de 50 m/s. La longitud de la cuerda para que se produzca una onda estacionaria en su nodo fundamental de vibración es:*

a) 0,5 m b) 0,1 m c) 0,75 m d) 1,25 m

$$f_0 = \frac{v_p}{2L} \Rightarrow L = \frac{v_p}{2f} = \frac{50}{2\cdot 50} = 0{,}5\text{m}$$

16 *La frecuencia fundamental de una onda estacionaria transversal en una cuerda de longitud L metros, fija por un extremo y libre por el otro, es:*

a) $v_p/4L$ *b)* $4v_p/L$ *c)* vp L *d)* vp / L

La opción a).